MAPLE-МОДЕЛЬ РУХУ ЧАСТИНКИ ПО ЕВОЛЬВЕНТНОМУ ЦИЛІНДРУ

А. В. Несвідомін, кандидат технічних наук, старший викладач

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail: a.nesvidomin@gmail.com

Анотація. В зернозбиральних жатках має місце взаємодія рухомої частинки з шорсткою поверхнею огорожувальних кожухів різних циліндричних форм. Встановлення закономірностей руху частинки по шорсткій поверхні циліндра дозволяє провести розрахунок конструктивно-кінематичних параметрів огорожувальних кожухів.

Для здійснення раціонального переміщення або сепарування сипкого матеріалу необхідно врахувати значну кількість конструктивно-технологічних факторів, що без комп'ютерного аналізу здійснити вкрай важко.

Комп'ютерні технології дозволяють вирішити завдання моделювання руху частинки по шорсткій циліндричній поверхні, повністю виключити трудомісткі аналітичні перетворення для формування закону її руху, а залишити тільки інтерактивний обчислювальний експеримент [4].

Мета дослідження – розробка Maple-моделі руху частинки по евольвентному циліндру.

Отримано параметричне рівняння uv -координатної сітки горизонтального циліндра з ортогональним перерізом евольвенти кола випуклістю вверх. Це дало можливість отримати закони руху частинки в проекціях на орти.

У результаті моделювання встановлено траєкторно-кінематичні властивості руху частинки по нерухомій шорсткій поверхні евольвентного циліндра.

Проведеними обчислювальними експериментами встановлено, що для зменшення втрат врожаю верхні кожухи обчислювальних жаток у вигляді евольвентного циліндра необхідно розділити на окремі секції, оскільки кинуті обчислювальним бітером зернівки під кутом до прямолінійних твірних циліндричних поверхонь можуть відірватися від них і впасти на землю.

Ключові слова: евольвентний циліндр, Maple-модель, матеріальна точка, траєкторія руху

Актуальність. В зернозбиральних жатках має місце взаємодія рухомої частинки з шорсткою поверхнею огорожувальних кожухів різних циліндричних форм [1].

Встановлення закономірностей руху частинки по шорсткій поверхні циліндра дозволяє провести розрахунок конструктивно-кінематичних параметрів огорожувальних кожухів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В обчісувальних зернозбиральних жатках встановлюють огорожувальчі кожухи, які направляють зерновий ворох в задане місце для його подальшого транспортування [2, 3]. У такому кожусі рухома зернівка може знаходитися як зверху, так і знизу шорсткої поверхні. Отже на певних ділянках траєкторії за рахунок сили тяжіння можливий її відрив від поверхні, що приводить до втрати врожаю. Щоб цього не відбулося, величина відцентрової сили зернівки, яка залежить від швидкості обертання обчісувального бітера, повинна бути більшою сили тяжіння зернівки настільки, щоб сила нормальної реакції була додатною. Але при великій початковій швидкості зернівки можливе її ушкодження в момент її попадання на поверхню.

Складність аналітичного опису руху частинки по поверхні циліндра призводить до спрощення аналітичних перетворень у вигляді системи диференціальних рівнянь 2-го порядку та їх розв'язку із застосуванням різних систем відліку.

Комп'ютерні технології дозволяють вирішити завдання моделювання руху частинки по шорсткій поверхні, повністю виключити трудомісткі аналітичні перетворення для формування закону її руху, а залишити тільки інтерактивний обчислювальний експеримент [4].

Мета дослідження – розробка Maple-моделі руху частинки по евольвентному циліндру.

Матеріали і методи дослідження. Евольвентний профіль верхнього кожуха двобарабанної обчісувальної жатки [3] (див.рис.1) забезпечує зниження втрат зерна за рахунок меншої деформації при його зіткненні з кожухом.

Рис.1. Евольвентна форма огорожувального кожуха обчисувальних жаток

Запишемо параметричне рівняння uv -координатної сітки горизонтального циліндра з ортогональним перерізом евольвенти кола випуклістю вверху:

$$\mathbf{R} = [a(\sin(u) - u \cos(u)), -v, -a(u \sin(u) + \cos(u))], \quad (1)$$

де a - радіус кола.

Послідовність аналітичних викладок формування закону руху частинки по шорсткому евольвентному циліндрі представлено в лістингу *CylinderEvolventa_t* (див. geometry.com.ua).

Результати досліджень та їх обговорення. У результаті проведених досліджень були отримані такі закони руху частинки в проекціях на орти:

– u і v супровідного тригранника $OuvN$:

$$\begin{cases} Ou := ma \left(u(t) \frac{d^2}{dt^2} u(t) + \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 \right) = - \frac{a u(t) m f \frac{d}{dt} u(t) \left(a u(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + g \sin(u(t)) \right)}{\sqrt{a^2 u(t)^2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} + \\ \quad m g \cos(u(t)) \\ Ov := m \frac{d^2}{dt^2} v(t) = - \frac{m f \frac{d}{dt} v(t) \left(a u(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + g \sin(u(t)) \right)}{u(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 \sqrt{u(t)^2 + 1} \sqrt{a^2 (u(t)^2 + 1) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} \end{cases}, \quad (2)$$

T і P супровідного тригранника $OTPN$:

$$\left\{ \begin{array}{l} OT := \frac{ma \left(a^2 u(t)^2 \frac{d}{dt} u(t) \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) + \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 \right) + \frac{d}{dt} v(t) \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right)}{\sqrt{a^2 u(t)^2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} = \frac{a mg u(t) \frac{d}{dt} u(t) \cos(u(t))}{\sqrt{a^2 u(t)^2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} - \\ m f \left(a u(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + g \sin(u(t)) \right) \\ OP := ma \left(u(t) \frac{d}{dt} u(t) \frac{d^2}{dt^2} v(t) - \frac{d}{dt} v(t) \left(u(t) \frac{d^2}{dt^2} u(t) + \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 \right) \right) = -mg \frac{d}{dt} v(t) \cos(u(t)) \end{array} \right. \quad (3)$$

Початковими умовами для знаходження шуканих залежностей $u(t)$ і $v(t)$ є

$$O_i := u(0) = u_o, \frac{d}{dt} u(0) = \frac{V_o \sin(\alpha_o)}{a u_o}, v(0) = v_o, \frac{d}{dt} v(0) = V_o \cos(\alpha_o). \quad (4)$$

Рис. 2. Траєкторії $r(t)$ та швидкість $V(t)$ частинки по внутрішній поверхні евольвентного циліндра

Наведемо результати обчислювального експерименту. На рис. 2 побудовано ортогональні та аксонометричні зображення траєкторій $r(t)$ та графіки швидкостей $V(t)$ зернівки залежно від кута $\alpha_o = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ її кидання при постійних

значеннях радіуса циліндра $a = 0.5$, початкової швидкості $V_0 = 14$ та коефіцієнта тертя $f = 0.3$. Із графіків швидкості $V(t)$ можна бачити (рис.2, в), що зернівки, кинуті під кутом $\alpha_0 = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$, не відірвуться від поверхні і через проміжок часу $t \cong 1.25$ с починають зупинятися на нижній частині евольвентного циліндра (місце збору зернового вороху). В той же час, зернівка кинута дещо в бік ($\alpha_0 = 30^\circ$), відірветься від кожуха і впаде або на барабан жатки, або ж на землю. Унеможливити такий процес обчислювання можна внесенням обмежуючих ортогональних площин в конструкцію евольвентного кожуха - поділу його на окремі секції. При зменшенні початкової швидкості зернівки до значення $V_0 = 10$ вже всі зернівки через різні проміжки часу t відірвуться від кожуха (рис. 2, г), а отже такий режим обертання бітера взагалі є неприйнятним.

Висновки і перспективи. Для здійснення раціонального переміщення або сепарування сипкого матеріалу необхідно врахувати значну кількість конструктивно-технологічних факторів, що без комп'ютерного аналізу здійснити вкрай важко. Зокрема, проведеними обчислювальними експериментами встановлено, що для зменшення втрат врожаю верхні кожухи обчислювальних жаток у вигляді евольвентного циліндра необхідно розділити на окремі секції, оскільки кинуті обчислювальним бітером зернівки під кутом до прямолінійних твірних циліндричних поверхонь можуть відірватися від них і впасти на землю.

Список використаних джерел

1. Войтюк Д. Г. Сільськогосподарські машини / Д. Г. Войтюк, Г. Р. Гаврилюк. - К.: Урожай, 1994. - 448 с.
2. Гортинский В. В. Процессы сепарации на зернообработывающих предприятиях / В. В. Гортинский, А. Б. Демский, М. А. Борискин. - М.: Колос, 1980. - 303 с.

3. Патент на корисну модель 70852 України. МПК A01D 41/08. Двобарабанна обчісуюча жатка з евольвентним профілем верхнього кожуха / Абибуллаєв Е. Ш. - Публ. 25.06.2012. - Бюл.№12.

4. Несвідомін А. В. Моделювання руху частинки по шорсткій внутрішній поверхні горизонтального циліндра в проекціях на орти локальних систем координат / А. В. Несвідомін // Геометричне та комп'ютерне моделювання. - Харків: ХДУХТ, 2011. - Вип.29. - С.23-29.

References

1. Voitiuk, D. H., Havryliuk, H. R. (1994). Silskohospodarski mashyny [Agricultural machinery]. Kyiv: Urozhai, 448.

2. Gortinskiy, V. V., Demskiy, A. B., Boriskin, M. A. (1980). Protsessy separatsii na zernoobrabatyvayushchikh predpriyatiyakh [Separation processes at grain processing enterprises]. Moscow: Kolos, 303.

3. Patent na korysnu model 70852 Ukrainy. MPK A01D 41/08. Dvobarabanna obchisuiucha zhatka z evolventnym profilem verkhnoho kozhukha.. [Two-drum combing reaper with involute profile of the upper casing]. Abibullaev E. S. Publ. 25.06.2012. Bull. №12.

4. Nesvidomin. A. V. (2011). Modeliuvannia rukhu chastynky po shorstkii vnutrishnii poverkhni horyzontalnoho tsylindra v proektsiiakh na orty lokalnykh system koordynat [Simulation of particle motion along the rough inner surface of a horizontal cylinder in projections on the orthoses of local coordinate systems]. Neometrychne ta komp'iuterne modeliuvannia. Kharkiv: KhDUKhT, 29, 23-29.

MAPLE-МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПО ЭВОЛЬВЕНТНОМУ ЦИЛИНДРУ

А. В. Несвидомин

Аннотация. В зерноуборочных жатках имеет место взаимодействие подвижной частицы с шероховатой поверхностью ограждающих кожухов различных цилиндрических форм. Установление закономерностей движения частицы по шероховатой поверхности цилиндра позволяет провести расчет конструктивно-кинематических параметров ограждающих кожухов.

Для осуществления рационального перемещения или сепарирования сыпучего материала необходимо учесть значительное количество конструктивно-технологических факторов, что без компьютерного анализа осуществить крайне трудно.

Компьютерные технологии позволяют решить задачу моделирования движения частицы по шероховатой цилиндрической поверхности, полностью исключить трудоемкие аналитические преобразования для формирования закона ее движения, а оставить только интерактивный вычислительный эксперимент

Цель исследования - разработка Maple-модели движения частицы по эвольвентному цилиндру.

Получено параметрическое уравнение ив-координатной сетки горизонтального цилиндра с ортогональным сечением эвольвенты круга

выпуклостью вверх. Это позволило получить законы движения частицы в проекциях на орты.

В результате моделирования установлено траекторно-кинематические свойства движения частицы по неподвижной шероховатой поверхности эвольвентного цилиндра.

Проведенными вычислительными экспериментами установлено, что для уменьшения потерь урожая верхние кожухи обчисувальних жаток в виде эвольвентного цилиндра необходимо разделить на отдельные секции, поскольку брошены обчесывающим битером зерновки под углом к прямолинейным образующим цилиндрическим поверхностям могут оторваться от них и упасть на землю.

Ключевые слова: *эвольвентный цилиндр, Maple-модель, материальная точка, траектория движения*

MAPLE-MODEL OF PARTICLE MOVEMENT ON AN INVOLUTE CYLINDER

A. V. Nesvidomin

Abstract. *In grain harvesters there is an interaction of a moving particle with a rough surface of enclosing casings of various cylindrical forms. Establishing the patterns of particle motion on the rough surface of the cylinder allows you to calculate the structural and kinematic parameters of the enclosing casings.*

In order to rationally move or separate bulk material, it is necessary to take into account a significant number of design and technological factors, which is extremely difficult to do without computer analysis.

Computer technology allows to solve the problem of modeling the motion of a particle on a rough cylindrical surface, completely eliminate time-consuming analytical transformations to form the law of its motion, and leave only the interactive computational experiment.

The purpose of the study is to develop a Maple-model of particle motion in an involute cylinder.

The parametric equation of the uv-coordinate grid of a horizontal cylinder with an orthogonal cross section of the involute of a circle with an upward convexity is obtained. This made it possible to obtain the laws of motion of the particle in the projections on the horts.

As a result of modeling, the trajectory-kinematic properties of particle motion on a fixed rough surface of an involute cylinder are established.

Computational experiments have shown that to reduce crop losses, the upper casings of the combing reapers in the form of an involute cylinder must be divided into separate sections, because the grains thrown by the combing beater at an angle to the rectilinear cylindrical surfaces can break away from them.

Key words: *involute cylinder, Maple-model, material point, trajectory*