ЗАКОНОМІРНОСТІ ЗБІГУ СТОВБУРІВ ДЕРЕВ БЕРЕЗИ ПОВИСЛОЇ У ШТУЧНИХ НАСАДЖЕННЯХ УКРАЇНСЬКОГО ПОЛІССЯ

В. В. БИЧЕНКО, студент*

e-mail: vol.bychenko@gmail.com

О. М. ТИЩЕНКО, аспірант**

e-mail: o.tyschenko@ukr.net

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Узагальнено досвід у питанні опису форми деревного стовбура. Актуальність дослідження зумовлено необхідністю врахування індивідуальних особливостей стовбурів за точності прогнозу діаметрів за математичною моделлю твірної. Мета проведених досліджень полягає у виявленні залежності збігу стовбурів від рангів, які вони займають у деревостанах. На основі дослідних даних, зібраних у штучних насадженнях Полісся, проаналізовано залежності зміни форми стовбурів берези повислої (*Betula pendula* Roth.). Для аналізу збігу стовбури модельних дерев було поділено на вісім зон за відносними висотами. Збіг кожної зони визначали як тангенс кута нахилу прямої, що з'єднує дві послідовні точки на стовбурі. Масив даних перевірено на наявність дерев нетипової форми, які було вилучено з подальших досліджень. Проведено ранжування модельних дерев за середніми діаметрами пробних площ, природними ступенями товщини та узагальненими рядами розподілу кількості дерев у березових насадженнях України. Здійснено статистичний і графічний аналіз динаміки зміни тангенса кута нахилу апроксимуючої прямої за зонами та рангами. Виявлено різницю характеру збігу у верхній частині стовбурів різних рангів. За допомогою t-тесту на 5-відстоковому рівні значущості підтверджено гіпотезу про відмінності збігу у групах стовбурів з рангами $\leq 60\%$ та $> 60\%$ на відносній висоті 0,5h–0,85h. Зокрема, стовбури вищих рангів виявились більш збіжистими, на відміну від дерев із рангом $\leq 60\%$, які характеризуються більшою повнодеревністю. Встановлена відмінність форми може пояснюватись висотою початку та протяжністю крони у дерев різних рангів. Отримані результати

* Науковий керівник – доктор сільськогосподарських наук, доцент В. В. Миронюк.

** Науковий керівник – доктор сільськогосподарських наук, професор П. І. Лакида.

можна застосовувати для підвищення точності математичних моделей твірних шляхом калібрування їхніх параметрів за відповідними рангами стовбурів.

Ключові слова: твірна деревного стовбура, зональна апроксимація, ранги дерев, висота крони, t -критерій.

Актуальність. Форма є важливою характеристикою деревного стовбура, оскільки за однакових розмірів лише вона зумовлює їхні об'єми. Численні дослідження довели, що утворення варіацій форми у межах деревного виду залежать від біологічних і екологічних властивостей конкретного виду, а також від численних факторів, які не завжди можливо врахувати. Завдання моделювання форми передбачає визначення чинників, які безпосередньо впливають на неї. Ключова роль у цьому питанні належить моделюванню твірної деревного стовбура. Практична значущість твірної полягає у можливості визначення не лише об'єму стовбура, а й довільних його частин з агрегацією даних за класами якості та розмірів. Зважаючи на значну мінливість форми деревного стовбура та враховуючи той факт, що більшість виробничих нормативів в Україні розроблено для середніх за формою стовбурів (Svinchuk et al., 2014), виявлення та врахування індивідуальних особливостей при таксації стовбурового об'єму підвищить точність отриманих даних.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження форми та повнодеревності стовбурів тривалий час проводили з використанням коефіцієнтів форми А. Шиффеля, чисел збігу та класів форми В. К. Захарова (Zakharov, 1955; Zakharov, 1966) і старого видового числа. Більшість сучасних нормативів об'єму, які застосовують у виробничій лісотаксаційній практиці України, розроблено

саме на основі даних про закономірності зміни видових чисел стовбурів. А. О. Денисов зазначав, що використання коефіцієнтів форми недостатньо для повної характеристики форми. Тому він застосовував числа збігу (Denisov, 1988), а також виявив, що стовбури деяких деревних видів (сосна звичайна, модрина сибірська, береза повисла, тополя чорна) мають більш збіжисту форму. Крім того, встановлено, що лісорослинні умови мають переважний вплив на формування.

Грунтовний аналіз форми деревних стовбурів здійснив Г. Б. Кофман (Kofman, 1986), який встановив, що більшість наявних математичних моделей твірної стовбура у своїй основі містять таке алометричне рівняння:

$$d_i = \beta h_i^\alpha, \quad (1)$$

де d_i – діаметр на i -й висоті; h_i – i -та висота; α, β – параметри.

Спираючись на цей висновок, Г. Б. Кофман довів, що показником, який певною мірою характеризує форму стовбура, може слугувати параметр α наведеного рівняння. Враховуючи складну форму стовбура, яка змінюється від нейлоїда (окоренкова частина) до конуса (верхівкова частина), описати збіг одним рівнянням досить складно. Узагальнюючи багаторічний досвід дослідників, на сьогодні можна виділити два основні напрями щодо моделювання твірної деревного стовбура. Згідно з першим збіг стовбура (поступову зміну діаметрів від окоренка до верхівки) опису-

ють по всій висоті за допомогою однієї функції. Одним із перших, хто застосував рівняння кубічної параболи для опису твірної деревного стовбура? був Д. І. Менделєєв (Anuchin, 1982). В. Г. Нестеров (Nesterov et al., 1971) для цього використовував поліноми третього порядку, а А. М. Федосімов (Fedosimov, 1968) – шостого.

Апроксимацію твірної поліноміальними функціями вищих порядків ґрунтовно дослідив О. Г. Мошкальов (Moshkalev & Davidov, 1983), зокрема він встановив, що найточніші результати можна отримати при використанні полінома p' ятого ступеня. Автор також довів нестійкість системи рівнянь за умови, якщо кількість точок, за якими апроксимується твірна, близька до ступеня полінома. Найбільша похибка в такій ситуації спостерігається для поліномів парних ступенів. О. В. Поляков описав твірну стовбура рядом Фур'є за непарними багаточленами Чебишева першого роду (Polyakov, 2008), а А. З. Швиденко застосував показникову функцію, яка монотонно спадає й не має точок перегину. У закордонних працях опрацьовано чимало схожих моделей, які успішно апробовані на практиці (Fonweban et al., 2012; Rojo et al., 2005; Socha, 2002; Silwal et al., 2018).

Другий напрям передбачає поділ стовбура на секції та подальший аналіз співвідношень діаметрів на відносних висотах h_i до діаметра $d_{0,l}$. Вперше цей метод обґрунтував В. Гогенадль (Heger, 1965), який поділив стовбур на p' ять зон. Поділ на десять секцій застосовував М. Тозава (1929), а К. Є. Нікітін (Nykytyn, 1978) у своїх дослідженнях – на чотири: $0,0h-0,05h-0,25h-0,75h-1,0h$.

Узагальнення впливу будови деревостанів на зміну форми стовбу-

рів здійснив у своїх дослідженнях О. В. Тюрін (Tyurin, 1938). Зокрема він запропонував перехід від абсолютних ступенів товщини до відносних, які виражаються у частках від середнього діаметра (редукційні числа). Вчений назвав їх природними ступенями товщини (d/D) та встановив, що розподіл кількості дерев за такими ступенями не залежить від деревного виду, класу бонітету, повноти тощо. Пізніше О. А. Гірс (Girs, 1981) провів комплексні дослідження зміни таксаційних показників та будови березових лісонасаджень України, зокрема встановив узагальнені ряди розподілу кількості дерев у насадженнях за природними ступенями товщини.

Мета дослідження полягає у виявленні залежності збігу стовбурів берези повислої (*Betula pendula Roth.*) від рангів, які вони займають у деревостанах.

Матеріали і методи дослідження. Дослідний матеріал складається з 49 пробних площ, із наявними на них даними заміру 330 модельних дерев (МД) берези повислої, закладених у штучних насадженнях державних лісогосподарських підприємств Українського Полісся. Масив даних зібрано співробітниками, аспірантами та студентами кафедри таксації лісу та лісового менеджменту НУБіП України в період 1984–2017 рр. Дані обміру модельних дерев було опрацьовано у програмі ПЕРТА для встановлення таксаційних показників та статистик (табл. 1).

Згідно з даними табл. 1, розподіл дослідного матеріалу за діаметром і висотою охоплює широкий діапазон. Помітно, що найбільші значення коефіцієнта варіації спостерігаються для класів форми q_0 і $q_{0,75}$, що вказує на значну мінливість форми в окоренку

1. Статистики таксаційних показників модельних дерев

Таксаційні показники *	Статистики **				
	<i>max</i>	<i>min</i>	$\bar{X}$	σ	ν
$d_{1,3}$ см	52,7	2,6	22,5	9,0	40,1
h , м	29,6	5,0	21,4	5,2	24,5
q_0	2,863	1,240	1,564	0,180	11,5
$q_{0,25}$	0,950	0,627	0,852	0,049	6,1
$q_{0,5}$	0,804	0,409	0,664	0,067	5,7
$q_{0,75}$	0,667	0,182	0,374	0,090	10,1

* $d_{1,3}$ – діаметр на висоті 1,3 м, см; h – висота стовбура, м; $q_{0-0,75}$ – класи форми.

***max*, *min* – максимальне, мінімальне значення; $\bar{X}$ – середнє арифметичне; σ – стандартне відхилення; ν – коефіцієнт варіації.

та у верхній частині стовбура відповідно. Для дослідження збігу обрано метод зональної апроксимації з поділом стовбура на вісім частин за відносними висотами: $0,0h$; $0,05h$; $0,1h$; $0,25h$; $0,5h$; $0,65h$; $0,75h$; $0,85h$; $1,0h$. Для кожної точки поділу обчислювався відносний діаметр $d_i/d_{0,1}$. Відносний діаметр на висотах $0,25h$, $0,5h$, $0,75h$ розраховували за значеннями відповідних класів форми, а для інших обчислювали за методом лінійної

інтерполяції. Збіг за зонами стовбура описували лінійним рівнянням:

$$y = a_i x + b_i, \quad (2)$$

де y – відносний діаметр; x – відносна висота; a_i , b_i – параметри для i -ї зони.

Для кожного МД обчислено параметри рівняння (2), абсолютні значення яких є тангенсами кутів нахилу відрізків, що з'єднують точки початку та кінця зон, до осі абсцис. Массив дослідних даних було перевірено на наявність де-

Рис. 1. Форма стовбурів берези у відносних значеннях діаметра та висоти (лінією позначено збіг між середніми відносними діаметрами)

2. Узагальнений розподіл кількості дерев берези у деревостанах

D, см	Кількість дерев за ступенями товщини (d/D), %													
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
≤27	0,4	2,8	6,4	10,6	13,5	15,7	14,7	12,5	9,2	6,3	4,2	2,2	1,1	0,4
>27	–	1,4	3,7	8,1	13,8	18,6	19,7	14,4	9,7	5,4	3,5	1,1	0,6	–

рев нетипової форми. Ствобур вважали нетиповим і не використовували в подальшому дослідженні за умови, якщо фактичне значення параметра рівняння (2) лежить поза межами інтервалу $\bar{a}_i \pm 2 \cdot \sigma$ хоча б у одній із зон. На рис. 1 відносні діаметри цих стовбурів позначено жирними точками. У дослідному матеріалі «нетипових» стовбурів виявилось 50 шт., і їх вилучено з масиву дослідних даних.

На основі наведених рядів розподілу за середнім діаметром на кожній пробній площі визначено ранги відповідних модельних дерев. Таким чином для подальших досліджень сформовано масив даних із 280 МД, який містить їхні характеристики, а саме: діаметр, висоту, зональні збіги та ранг. Для визначення рангу модельного дерева у насадженні застосовували узагальнений розподіл кількості дерев за ступенями товщини (табл. 2).

Результати дослідження та їх обговорення. Для кожної зони стовбура за групами рангів обчислено середнє значення (M) та коефіцієнт варіації (v) для параметра (табл. 3).

За аналізом даних табл. 3, у зоні $0h - 0,05h$ для стовбурів рангом $\leq 20\%$ прослідковується значна мінливість збігу в окоренковій частині, що можна пояснити особливостями росту тонкомірних дерев у насадженні. Також для стовбурів із рангами $>60\%$ прослідковується помітне збільшення збігу (відносного значення параметра a_i) за зонами: $0,5h - 0,65h$; $0,65h - 0,75h$; $0,75h - 0,85h$ (рис. 2).

Виявлена закономірність вдало прослідковується на графіку твірних, побудованих за середніми значеннями відносних діаметрів і відносною висотою для груп дерев, які мають ранги $\leq 60\%$ та $>60\%$ (рис. 3). Як видно на рис. 3, диференціація за збігом прослідковується, починаючи з відносної висоти $0,5h$, зокрема дерева рангом $>60\%$ схильні до більш стрімкого зниження діаметра з висотою.

Щоб перевірити гіпотезу про відмінність збігу стовбурів за рангами, обчислено фактичні ($t_{\text{факт.}}$) та критичні ($t_{\text{кр.}}$) значення t-критерію для середніх значень коефіцієнта нахилу твірної за зонами (табл. 4).

Як свідчать дані табл. 4, для груп стовбурів із рангами $\leq 60\%$ та $>60\%$ гіпотеза підтвердилась, адже, починаючи з відмітки $0,5h$, фактичне значення t -критерію перевищує критичне. Тому на 5-відсотковому рівні значущості можна стверджувати, що збіг у верхній частині стовбурів відрізняється для вказаних груп за рангами.

Залежність збігу від рангу модельних дерев у зонах від $0,5h$ до $0,85h$ можна пояснити особливостями формування крони в різних за розмірами дерев у одному насадженні. Вищі дерева, ранги яких понад 60% , за рахунок достатнього освітлення формують більшу крону, яка починається на відносній висоті $0,5h - 0,65h$. Своєю чергою, у дерев менших рангів за рахунок пригнічення формується менша крона, початок якої лежить вище – на відносній висоті $0,75h - 0,85h$.

3. Статистична характеристика параметра a за зонами та рангами

Ранг, %	Статистика	Значення статистик за зонами стовбура							
		$a_{0,0-0,05}$	$a_{0,05-0,1}$	$a_{0,1-0,25}$	$a_{0,25-0,5}$	$a_{0,5-0,65}$	$a_{0,65-0,75}$	$a_{0,75-0,85}$	$a_{0,85-1,0}$
0 – 10	M^*	-7,8	-2,6	-1,0	-0,8	-0,9	-1,1	-1,4	-1,8
	v^2	50,0	57,7	40,0	25,0	33,3	36,4	28,6	38,9
11 – 20	M	-8,6	-2,6	-1,0	-0,7	-1,2	-1,4	-1,3	-1,4
	v	37,2	57,7	30,0	28,6	25,0	21,4	30,8	28,6
21 – 30	M	-8,6	-2,5	-1,0	-0,8	-1,1	-1,1	-1,4	-1,6
	v	24,4	56,0	30,0	12,5	27,3	27,3	21,4	31,3
31 – 40	M	-7,7	-2,6	-1,0	-0,8	-1,0	-1,4	-1,4	-1,4
	v	37,7	46,2	30,0	25,0	20,0	14,3	21,4	21,4
41 – 50	M	-8,8	-2,1	-1,0	-0,7	-1,0	-1,3	-1,4	-1,7
	v	29,5	61,9	30,0	14,3	30,0	30,8	28,6	29,4
51 – 60	M	-7,7	-2,6	-0,9	-0,7	-1,0	-1,2	-1,6	-1,7
	v	40,3	46,2	44,4	28,6	30,0	33,3	25,0	29,4
61 – 70	M	-7,9	-2,1	-1,0	-0,7	-1,0	-1,3	-1,6	-1,5
	v	38,0	52,4	30,0	28,6	30,0	30,8	18,8	33,3
71 – 80	M	-7,5	-2,6	-1,0	-0,7	-1,1	-1,3	-1,5	-1,5
	v	34,7	42,3	40,0	28,6	27,3	38,5	20,0	33,3
81 – 90	M	-8,3	-2,3	-1,0	-0,7	-1,1	-1,3	-1,6	-1,5
	v	32,5	30,4	30,0	28,6	27,3	30,8	18,8	40,0
91 – 100	M	-8,0	-2,7	-0,9	-0,8	-1,2	-1,5	-1,4	-1,3
	v	37,5	37,0	33,3	25,0	25,0	26,7	28,6	30,8

* M – середнє арифметичне; v – коефіцієнт варіації; a_i – значення параметра на i -й зоні стовбура.

Рис. 2. Середні значення параметра a_i на зонах стовбура

Рис. 3. Збіг стовбурів модельних дерев різних рангів

4. Значення t -критерію для параметра a_i лінійного рівняння

Критерій	Значення зонами стовбура							
	$a_{0,0-0,05}$	$a_{0,05-0,1}$	$a_{0,1-0,25}$	$a_{0,25-0,5}$	$a_{0,5-0,65}$	$a_{0,65-0,75}$	$a_{0,75-0,85}$	$a_{0,85-1,0}$
$t_{\text{факт.}}$	0,697	0,253	1,028	0,809	2,156	3,157	2,549	3,147
$t_{\text{кр.}}$	1,968	1,968	1,968	1,968	1,968	1,968	1,968	1,968

Висновки і перспективи. Подальше вдосконалення методів таксації об'єму стовбура і його частин потребує глибшого вивчення особливостей їхньої форми, в чому варто орієнтуватися на сучасний досвід вирішення цього питання за кордоном. Використані у роботі методи узагальнення форми стовбурів берези дають змогу виокремити закономірності у варіації збігу, що створює передумови до більш точної оцінки деревного об'єму. У результаті проведеного дослідження виявлено значущу відмінність збігу стовбурів берези повислої різних рангів на висотах від $0,5h$ до $0,85h$, що може бути спричинена висотою початку крони. Встановлено, що стовбури, ранги яких перевищують 60 %, є збіжистими, а дерева із рангами $\leq 60\%$ характеризуються повнодеревні-

стю. Це означає, що стовбури, які мають однакові діаметр та висоту, але розміщені у насадженнях із різними середніми діаметрами, матимуть значущу відмінність форми у верхній частині. Таким чином, найбільша варіативність значень збігу спостерігається у верхній частині стовбурів берези і ймовірно спричинена початком і протяжністю крони.

Виконані дослідження створюють передумови для більш ґрунтового дослідження форми стовбурів, використовуючи моделі твірної стовбурів. Передусім питання пов'язане з виокремленням зон стовбура з вираженими закономірностями збігу, що сприяє розробці точніших математичних моделей. Особливе значення воно має у разі застосування зональної апроксимації твірної (Clark et al., 1991). Виявлені закономір-

ності також акцентують увагу на можливість розширення переліку змінних, за якими визначається об'єм стовбурів (діаметр і висота), додатковими показниками (наприклад, висота стовбура до початку крони) за умови індивідуальної подеревної таксації лісових насаджень. Подібні моделі можуть застосовувати в різних вибіркових дослідженнях, до яких висувають підвищені вимоги щодо точності моделей. Крім цього, додаткові заміри діаметра на висоті початку крони можуть суттєво покращити точність математичних моделей твірних (Муроніук & Polishchuk, 2016). У цьому проявляються переваги моделей змішаного ефекту, які можуть бути «підігнані» під конкретний стовбур.

Детально таку техніку, відому як калібрування моделей, описано в роботах закордонних авторів (Arias-Rodil et al., 2015; Gomes-Galicia, 2013). Для підвищення точності нормативів об'єму перспективним є проведення подальших досліджень із метою розробки методики збирання дослідного матеріалу та узагальнення форми стовбурів з урахуванням таксаційних показників і будови насаджень.

Список літератури

- Anuchin, N. P. (1982). *Forest mensuration*. Moscow: Forest industry [in Russian].
- Arias-Rodil, M., Castedo-Dorado, F., Camara-Obregon, A., & Diegues-Aranda U. (2015). Fitting and calibrating a multilevel mixed-effects stem taper model for Maritime pine in NW Spain. *PLoS ONE*, 10 (12). doi: 10.1371/journal.pone.0143521
- Clark III, A., Souter, R. A., & Schlaegel, B. E. (1991). Stem profile equations for Southern Tree Species. *Research Paper*, 282, 113.
- Denisov, A. O. (1988). Form of the trunks of pine, larch, birch and poplar in the forest shelter belts of the Khakassko-Minusinsk hollow. *Scientific Works of University of Krasnoyarsk*. Krasnoyarsk: STI, 36–43 [in Russian].
- Fedosimov, A. N. (1968). Volumes of medium-sized pine trunks. *Forestry*, 4, 52–53 [in Russian].
- Fonweban, J., Gardiner, B., & Auty, D. (2012). Variable-top merchantable volume equations for Scots pine [*Pinus sylvestris*] and Sitka spruce in Northern Britain. *International Journal of Forest Research*, 85 (2), 237–253. [https://doi: 10.1093/forestry/cpr069](https://doi.org/10.1093/forestry/cpr069)
- Girs, A. O. (1981). Marketability of birch and aspen stands (Ph.D dissertation). Ukrainian Agriculture Academy, Kyiv [in Russian].
- Gomes-Galicia, E. (2013). Selection of mixed-effects parameters in a variable-exponent taper equation for birch trees in northwestern Spain. *Annals of Forest Science*, 70, 707–715.
- Heger, L. M. (1965). A trial of Hohenedl's method of stem form and stem volume estimation. *Forestry Chronicle*, 41 (4), 466–475.
- Kofman, H. B. (1986). *Growth and tree stem form*. Novosibirsk: Science, 210 [in Russian].
- Mesavage, C., & Girard, J. (1946). *Tables for estimating board foot volume of timber*. Department of Agriculture & Forest Service: Washington.
- Moshkalev, A., & Davidov, G. (1983). *Modeling of assortment and commodity tables*. Kaunas: LitSHA, 58–59 [in Russian].
- Moshkalev, A. G. (1973). *Understatement of trunk volumes at present and elimination of errors in characterizing a generatrix by a polynomial*. Leningrad: LenFTA, 85–102 [in Russian].
- Myroniuk, V. V., & Polishchuk, V. V. (2016). Comparative analysis of different approaches for modeling of stem taper of birch trees. *Forestry and Park-Gardening*, 9, 14.
- Nesterov, V., Korotkova, S., & Korotkov, A. (1971). Change in the generatrix of a tree trunk with age. *TLCA reports*, 162, 346–350 [in Russian].
- Nykytyn, K. E. (1978). Concerning the logarithmic taper equation of tree stem. *Scientific Works of Ukrainian Agricultural Academy*, 213, 4–9 [in Russian].

- Polyakov, O., & Polyakov, M. (2008). Adaptive industrial system for timber volume estimation of the forest fund: reference data. *Scientific Herald of the National Agrarian University*, 122, 153–158 [in Ukrainian].
- Rojo, A., Perales, X., Sanchez-Rodriguez, F., Gonzales, J., & Gadow, K. (2005). Stem taper functions for maritime pine in Galicia. *European Journal of Forest Research*, 124 (3), 177–186.
- Silwal, R., Baral, S., & Chhetri, B. (2018). Modeling taper and volume of Sal trees in the western Terai region of Nepal. *Banko Janakari*, 27 (3), 76–83. <https://doi.org/10.3126/banko.v27i3.20544>.
- Socha, J. A. (2002). A taper model for Norway Spruce. *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities*, 5 (2). Retrieved from <http://ejpau.media.pl/volume5/issue2/forestry/art-03.html>.
- Svinchuk V. A., Kashpor, S. M., & Mironyuk V. V. (2014). Mathematical models of the volume the main forest species of Ukraine. *Scientific Bulletin of NULES of Ukraine*, 198 (2), 58–64 [in Ukrainian].
- Tyurin, A. V. (1938). *Inventory of forest*. Moscow: Goslestezhizdat [in Russian].
- Zakharov, V. K. (1955). New in wood form research trunks and tabulating volume and concurrence. *Collection of scientific papers on forestry*, 6, 29–46 [in Russian].
- Zakharov, V. K. (1966). *New in forest mensuration technique*. Novosibirsk: Science [in Russian].

Bychenko, V. V., Tyshchenko, A. M. (2020). Regularities in form of birch trees in Ukrainian Polissia. *Ukrainian Journal of Forest and Wood Science*, 11 (1), 4–12.

<https://doi.org/10.31548/forest2020.01.004>.

The experience in describing the shape of a tree trunk is generalized. The relevance of the study is due to the need to take into account the individual characteristics of the trunks in the accuracy of the forecast of diameters according to the mathematical model of the generatrix. Thus, the purpose of the research is to identify the dependence of the taper of the trunks on the ranks they occupy in the stands. Based on experimental data (Girs, 1981) collected in artificial stands of Polissia, the dependences of the change in the shape of silver birch trunks (Betula pendula Roth.) were analyzed. To analyze the taper, the trunks of model trees were divided into eight zones by relative heights. The taper of each zone was defined as the tangent of the inclination angle of the line connecting two consecutive points on the trunk. The dataset was checked for the presence of atypical trees, which were excluded from further research. Model trees were ranked according to the average diameters of the sample plots, natural degrees of thickness (Tyurin, 1938) and generalized series of the distribution of the number of trees in birch stands of Ukraine (Girs, 1981). Statistical and graphical analysis of the dynamics of the change of the tangent of the angle of inclination of the approximating line by zones and ranks has been performed. The difference in the nature of taper in the upper part of trunks of different ranks is revealed. Using the t-test, the hypothesis of differences in taper in groups of trunks with ranks $\leq 60\%$ and $> 60\%$ at a relative height of $0.5h - 0.85h$ was confirmed at the 5 % level of significance. Thus, trunks of higher ranks turned out to have greater taper, in contrast to trees with a rank of $\leq 60\%$, which are characterized by smaller taper. The established difference in shape can be explained by the height of the beginning and the length of the crown in trees of different ranks. The obtained results can be used to improve the accuracy of mathematical models of generatrices by calibrating their parameters according to the respective ranks of the trunks.

Keywords: tree trunk formation, zonal approximation, tree ranks, crown height, t-test.

Отримано: 2020-03-16