

АНАЛІЗ НЕУСТАЛЕНОГО ГРАВІТАЦІЙНОГО РУХУ ТА ХВИЛЕУТВОРЕНЬ СИПКОВОГО МАТЕРІАЛУ В ЄМКОСТІ ПРИ ЗМІННОМУ КУТІ ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ

***І. М. Сівак, Ю. В. Човнюк, кандидати технічних наук
Національний університет біоресурсів і
природокористування України
e-mail: sivakim@ukr.net***

Анотація. *Аналіз неусталеного гравітаційного руху та хвилеутворень сипкого матеріалу в ємкості при змінному куті внутрішнього тертя, всебічний аналіз неусталеного гравітаційного руху та можливих хвилеутворень сипкого матеріалу в ємкості при змінному куті внутрішнього тертя останнього, встановлення основних закономірностей витоку сипкого матеріалу у вертикальній ємкості циліндрично-конічного типу (бункер/силос) за т.з. другою формою витоку із врахуванням стискування вказаного матеріалу/середовища та неусталеного характеру руху також встановлено основні властивості витоку сипких матеріалів з бункерів і хвилеутворень, які його супроводжують.*

Ключові слова: *гравітація, рух, хвилеутворення, аналіз*

Постановка проблеми. Відомо, що існує три цікавих з практичної точки зору аспекти поведінки сипкого матеріалу, котрий витікає з бункера і завантажувальних пристроїв: порушення течії, кінематика потоку й виток (кількісна оцінка останнього) [1].

В бункерах і завантажувальних пристроях існує два основних типи гравітаційних течій (рис. 1, а,в). За «масового» потоку (рис. 1,а) більша частина сипкого матеріалу рухається у напрямку до виходу, при «закруткоподібному» потокові (рис. 1,в) частинки рухаються тільки в центральній частині вихідного отвору. У першому випадку головна причина порушення руху полягає в утворенні склепінь або зависань, при цьому матеріал підтримується стінками (рис. 1,б), тоді як в останньому випадку порушення руху може відбутися шляхом утворення в матеріалі порожньої центральної труби, і тоді рух називають «трубчастим» (рис. 1,г). Ці та інші порушення руху розглядалися у роботі. [2]

У обох випадках (як при зависанні, так і при утворенні трубок) матеріал повинен бути ущільненим настільки, щоб досягнутий рівень

міцності (граничне напруження лавинного руху) був достатнім для витримування ваги сипкого матеріалу. Отже, в ущільненому сипкому матеріалі виникають порушення руху (особливо при необмежено високій межі текучості), і вони залежать не тільки від властивостей матеріалу, але й від геометрії завантажуючого пристрою, що справляє суттєвий вплив на розподіл зусиль у системі. У зв'язку з цим виникає низка проблем, які необхідно вирішити, у сфері конструювання та розрахунків подібних систем.

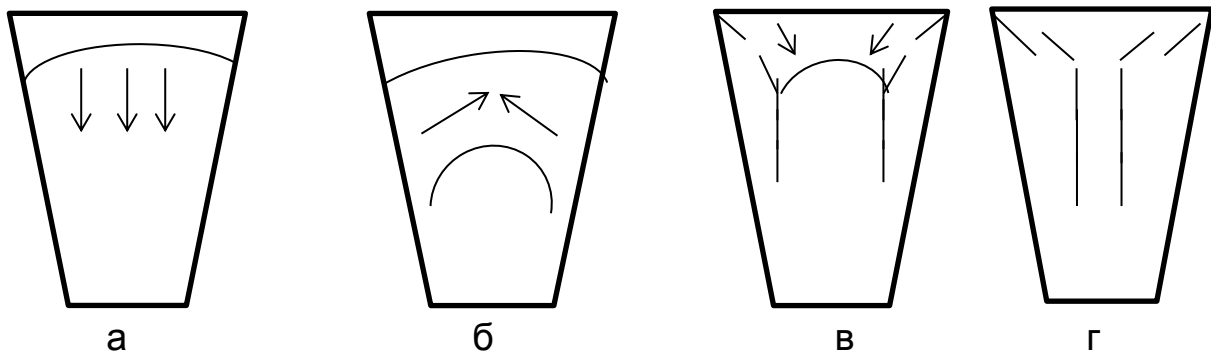


Рис. 1. Схематичне представлення «масового» руху сипкого матеріалу: у завантажувальному пристрої (а); утворення склепіння (б); закрутоподібного потоку (в) і руху типу «труба» (г).

Необхідно розробити методи конструювання та визначити критерії для створення бункерів та завантажувальних пристроїв, у котрих не виникали б подібні порушення руху сипких матеріалів.

Аналіз останніх досліджень. У сільськогосподарському машинобудуванні зернові та тукові сівалки, завантажувачі сівалок, кормороздавачі, зернові комбайни та інші машини мають бункери з різною формою вихідних отворів. Найбільш часто зустрічаються круглі, прямокутні отвори.

Виток сипких тіл з бункерів за несприятливих умов може довільним чином перериватись завдяки утворенню над вихідним отвором склепоутворень та зависань [3–8]. Причинами виникнення склепоутворень, які заважають витоку матеріалу, є недостатні розміри, й невдала форма вихідних отворів бункерів та їх конструкція (зокрема, напружено-деформований сан цієї конструкції) визначаються фізико-механічними властивостями як сипких матеріалів, так і оболонки силосів бункерів, а також геометричними розмірами вказаних конструкцій.

У роботах [9–12] встановлено основні властивості витоку сипких матеріалів з бункерів, а також хвиле утворень, які його супроводжують. Результати цитованих робіт використані у даному дослідженні для створення основ теоретичних (чисельно-аналітичних) розрахунків напружено-деформованого стану оболонок

силосів/бункерів суттєво змінюються у процесі їх завантаження/розвантаження сипкими матеріалами, особливо після тривалого зберігання останніх всередині таких конструкцій, яке неминуче супроводжується виникненням склепоутворень, котрі необхідно спочатку зруйнувати, наприклад, впливом вібраційних полів (певної частоти, амплітуди й поляризації).

Мета досліджень полягає у встановленні основних закономірностей витоку сипкого матеріалу у вертикальній ємності циліндрично-конічного типу (бункер/силос) за т.з. другою формою витоку із врахуванням стискування вказаного матеріалу/середовища та неустановленого характеру руху. У роботі розглянуті плоскі ємності (бункери) та круглі (силоси).

Результати досліджень. Друга форма витоку сипкого матеріалу (наприклад, зерна) з вертикальної ємності характеризується переміщенням всієї його маси єдиним стовпом, зверху донизу ємності. При цьому не виникають утворення самостійних ліній витоку з суттєвим їх зміщенням одної відносно іншої, тобто швидкості руху всіх часинок середовища, які попадають у один горизонтальний переріз, рівні між собою. Особливості виникнення двох форм витоку детально описані у [7].

Розв'язок задачі про виток сипкого матеріалу з вертикальної ємності має досить важливе значення. Зокрема, при витоку сипкого матеріалу саме за другою формою виникає підвищений тиск на стінки силосів, який значно перевищує розрахункові значення тисків, знайдених за теорією Янсена-Кенена [1]. Будемо розглядати рух стиснутого нелінійно пружного сипкого середовища у вертикальній ємності, який виникає під дією власної ваги середовища при відкритті отвору у нижній частині ємності (рис. 2).

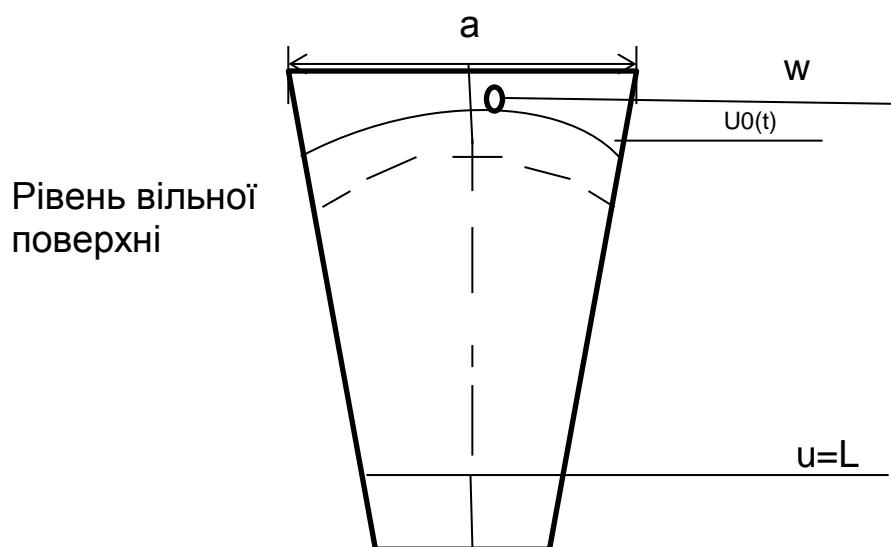


Рис. 2. Геометрія задачі: a – ширина бункера/силоса.

Вважаємо, що щільність середовища q залежить від напруженого стану у розглядуваній точці, тобто $q=q(b)$, де b – напруження у даній точці.

Для компонентів напруження приймаються справедливими асиметричні залежності, отримані з рівнянь рівноваги й умови граничної рівноваги [12].

Маємо дві основні невідомі функції: $H=H(v,t)$ – нормальне горизонтальне напруження (v – вертикальна координата (рис. 2), t – час) та $V=V(v,t)$ – модуль вектора швидкості. Врахування спускування середовища зобов'язує вважати V функцією не тільки часу t , але і координати U . Початок координат системи (U, W) суміщуємо з поверхнею сипкого матеріалу у початковий момент часу $t=0$ (рис. 1).

«Вертикальне» напруження $S(u,w,t)$ виражається через $H(u,t)$ за формулою:

$$S(u,w,t)=H(u,t) * \varphi(w), \quad (1)$$

де: коефіцієнт $\varphi(w)$ знайдений з умови граничної рівноваги й визначається формулами [12]:

$$\varphi(w) = \frac{1}{\cos^2 \varphi} * (1 + 2 \sin \varphi * \sqrt{1 - \xi^2 * m^2 + \sin^2 \varphi}); \quad \xi = \frac{2W}{a}; \quad m = \frac{f}{\operatorname{tg} \varphi} \quad (2)$$

де: ξ – приведена координати W , m – виражена коефіцієнтом тертя стійкого матеріалу зі стінкою (f) до коефіцієнту внутрішнього тертя ($\operatorname{tg} \varphi$), φ – кут внутрішнього тертя (10).

Саме залежність $H(u,t)$ і $V(u,t)$ тільки від однієї координати (U) й часу (t) дозволяє звести задачу про неусталений рух стискуваного стійкого середовища у ємності за другою формою витоку при змінному куті внутрішнього тертя до дослідження одновимірного руху.

При розв'язуванні динамічної задачі будемо приймати до уваги середньо інтегральне (по перерізу) вертикальне напруження $S=H * s_i$.

Тобто будемо складати динамічні умови рівняння для елемента висотою 24 й площею F або шириною a у плоскій задачі). Оскільки у цьому випадку випадку напруженості стан у кожній точці визначається напруженням $H: \delta = \delta(H)$, можна вважати, що цілісність середовища є функцією величини $H: \rho = \rho(H)$.

Крім того, останнє дає змогу стверджувати, що ρ також є функцією двох незалежних змінних U та t , тобто у будь-який момент часу у межах одного горизонтального перерізу ($U=\text{const}$) щільність середовища зберігає постійну величину.

1. Розв'язок задачі для неусталеного режиму руху із врахуванням спускуваності середовища при постійному куті внутрішнього тертя. Слід зазначити, що врахування змінності кута внутрішнього тертя є досить важливим моментом у вирішенні

задач, пов'язаних із дослідженням граничної рівноваги стійкого середовища. Причому величина φ суттєво залежить від зміни щільності середовища. Так, наприклад, за даними, наведеними, у [8], зміна щільності, наприклад, піску на 4...5 % призводить до зміни коефіцієнту внутрішнього (12) тертя майже у 2 рази. Ми будемо вважати, що величина φ , як і щільність середовища, визначається напруженим станом у розглядуваній точці $\varphi = \varphi(\delta)$ або $\varphi = \varphi(H)$.

Диференціальне рівняння руху середовища має вид:

$$\frac{Si}{g * \rho(H)} * \frac{\partial H}{\partial U} + \frac{H}{Mi} + \frac{1}{g} * \frac{dV}{dt} - 1 = 0, \quad (3)$$

де:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + v * \frac{\partial V}{\partial H}, \quad Mi = \begin{cases} i = 1 & \frac{a}{2} * \frac{\rho g}{f}, \\ i = 2, & \frac{a}{4} * \frac{\rho g}{f} \end{cases} \quad (4)$$

де: Si ($i=1,2$) – середні по ширині чи по його ємності значення коефіцієнтів $\varphi(w)$ й $\varphi(r)$ пропорційності між вертикальним і горизонтальним напруженнями, r – радіус у поперечному перерізі силосу який відраховується від вісі цього силосу:

$$Si = \begin{cases} i = 1 \\ i = 2 \end{cases}, \quad \text{при } i=1 \rightarrow \frac{1}{a} * \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \psi(w) dw; \quad \text{при } i = 2 \rightarrow \frac{1}{F} * \int_F \psi(r) dF. \quad (5)$$

У подальшому зручно ввести позначення: $Ti = \frac{1}{Mi} * g * \rho(H)$, де $g = 9.8 \text{ м/с}^2$, і користуватись рівнянням руху у формі:

$$Si = \frac{\partial H}{\partial U} + Ti * H + \left(\frac{\partial V}{\partial t} + v * \frac{\partial V}{\partial H} \right) * \rho(H) - g * \rho(H) = 0. \quad (6)$$

Зазначимо, що коефіцієнт Ti , як і Si , не залежить від H . Дійсно, у випадку плоскої задачі $T1 = \frac{2t}{a}$, а у випадку просторової вісі симетричної задачі $T2 = \frac{4t}{d}$, $d = a$, діаметр силоса з круговим отвором).

Як відомо, умова цілісності стискування середовища у випадку неуставленого режиму руху має вид:

$$\frac{\partial g}{\partial t} + V * \frac{\partial \rho}{\partial U} + \rho * \frac{\partial V}{\partial U} = 0. \quad (7)$$

Приймаючи до уваги, що $\rho = \rho(H)$, виражаємо:

$$\frac{\partial \rho}{\partial j} = \frac{d\rho}{dH} * \frac{\partial H}{\partial j} = \rho'(H) * \frac{\partial H}{\partial j}, \quad J = \xi * f = f * \frac{2w}{a}, \quad \text{тоді умови суцільності}$$

залишаються у наступному вигляді:

$$V * \frac{\partial H}{\partial U} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\rho(H)}{\rho'(H)} * \frac{\partial V}{\partial U} = 0. \quad (8)$$

Маємо систему двох квазілінійних диференціальних рівнянь першого порядку відносно двох невідомих функцій – $H(U,t)$ і $V(U,t)$:

$$\begin{cases} Si * \frac{\partial H}{\partial U} + \rho(H) * \left(V * \frac{\partial V}{\partial U} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + Ti * H - g * \rho(H) = 0 \\ V * \frac{\partial H}{\partial U} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\rho(H)}{\rho'(H)} * \frac{\partial V}{\partial U} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Знайдемо диференціальні рівняння характеристик основної системи.

$$\text{Вважаємо у (а): } \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{dH}{dt} - \frac{\partial H}{\partial U} * \frac{dU}{dt}; \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{dV}{dt} - \frac{\partial V}{\partial H} * \frac{dH}{dt}.$$

Отримаємо алгебраїчну систему рівнянь відносно частинних похідних по U:

$$\begin{cases} Si * \frac{\partial H}{\partial U} + \rho(H) * \left(V - \frac{dU}{dt} \right) * \frac{\partial H}{\partial U} + \rho(H) * \frac{dV}{dt} + Ti * H - g * \rho(H) = 0 \\ \left(V - \frac{dU}{dt} \right) * \frac{\partial H}{\partial U} + \frac{\rho(H)}{\rho'(H)} * \frac{\partial V}{\partial U} + \frac{dH}{dt} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Прирівнюючи до нуля детермінант системи(10) матимемо диференціальні рівняння полів напрямків характеристик:

$$\frac{dU}{dt} = V \pm \sqrt{Si * \frac{dH}{d\rho}}. \quad (11)$$

Величину $\mu(H) = \sqrt{Si * \frac{dH}{d\rho}}$ у подальшому будемо називати місцевою приведеною швидкістю звуку:

$$\frac{dU}{dt} = V(U, t) \pm \mu * [H(U, t)]. \quad (12)$$

Маємо дві дійсних сім'ї характеристик. Таким чином система диференціальних рівнянь є системою гіперболічного типу. Рівняння (12) визначають швидкості переміщень ліній слабкого розриву (характеристик) N_i .

Перша сім'я характеристик (прямі хвилі):

$$N_1 = V(u, t) + \mu[H(u, t)]. \quad (13)$$

Друга сім'я характеристик (зворотні хвилі):

$$N_2 = V(u, t) - \mu * [H(u, t)]. \quad (14)$$

Швидкості розповсюдження прямих і зворотніх хвиль відповідно дорівнюють:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= N_1 - V(u, t) = \mu * [H(u, t)]; \\ Q_2 &= N_2 - V(u, t) = -\mu * [H(u, t)]. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Для отримання повної системи диференціальних рівнянь характеристик прирівнюємо до нуля детермінант чисельника у виразах для чисельних похідних систем (9).

Маємо:

$$\left| \begin{array}{c} p(H) * \frac{dv}{dt} + T_i * H - q * p(H); v - \frac{du}{dt} \\ \frac{dH}{dt}; \frac{dH}{dp} \end{array} \right| = 0. \quad (16)$$

Підставляючи у детермінантвирази для (у відповідності з (12)) й виключаючи за допомогою виразу для , матимемо:

$$\frac{S_i}{\mu(H)} * \frac{dH}{dt} \pm \left[p(H) * \frac{dv}{dt} + T_i * H - q * p(H) \right] = 0 \quad (17)$$

Повні системи диференціальних систем характеристик записується наступним чином:

Перші сім'я (прямі хвилі):

$$\frac{du}{dt} = V + \mu(H); \frac{S_i}{\mu(H)} dH + p(H)dv + [T_i * H - q * p(H)]dt = 0. \quad (18)$$

Друга сім'я (зворотні/обернені хвилі):

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = V - \mu(H); \\ \frac{S_i}{\mu(H)} dH - p(H)dv - [T_i H - q * p(H)]dt = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Позначимо загальні інтеграли диференціальних рівнянь характеристик:

- першої сім'ї: $\alpha = \alpha(u,t) = \text{const}$;
- другої сім'ї: $\beta = \beta(u,t) = \text{const}$.

Приймаємо $\alpha\beta$ за нові незалежні змінні. Тоді будемо мати чотири шукані функції:

$$u = u(\alpha;\beta); t = t(\alpha;\beta); H = H(\alpha;\beta); V = V(\alpha;\beta).$$

Оскільки впродовж характеристик першої сім'ї: $du = \frac{\partial u}{\partial \beta} \alpha\beta$; а впродовж характеристик другої сім'ї: $du = \frac{\partial u}{\partial \alpha} d\alpha$; $dt = \frac{\partial t}{\partial \alpha} d\alpha$; $dH = \frac{\partial H}{\partial \alpha} d\alpha$; $dv = \frac{\partial v}{\partial \alpha} d\alpha$, канонічна система чотирьох диференціальних рівнянь з чотирма невідомими функціями має вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \beta} - [u + \mu(H)] \frac{\partial t}{\partial \beta} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial \beta} - [u + \mu(H)] \frac{\partial t}{\partial d} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{S_i}{\mu(H)} * \frac{\partial H}{\partial \beta} + \rho(H) \frac{\partial v}{\partial \beta} + [T_i H - g * \rho(H)] \frac{\partial t}{\partial \beta} = 0 \\ \frac{S_i}{\mu(H)} * \frac{\partial H}{\partial d} + \rho(H) \frac{\partial v}{\partial d} + [T_i H - g * \rho(H)] \frac{\partial t}{\partial d} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Канонічну систему рівнянь розв'язуємо методом скінченних різниць.

Для проведення розв'язку задачі необхідні дві початкові й дві граничні умови. Такими будуть:

A – початкові умови.

$$1) \quad \text{При } t=0 : H=H_0 = H(u; 0); \quad (23)$$

$$2) \quad \text{При } t=0 : V=V_0 = V(u; 0). \quad (24)$$

– закони розподілу горизонтального тиску і модуля вектора швидкості по висоті ємності у початковий момент часу.

B – граничні умови.

$$1) \text{ При } u=u_0(f): H(u_0(t); t)=0; \quad (24)$$

$$2) \text{ При } u=L: F[H(L, t); V(L; t)]=0. \quad (25)$$

Зміст першої граничної умови – рівність нулю H на вільній поверхні сипкого матеріалу, яка переміщується. Зміст (фізичної) другої граничної умови – наявність певної залежності між функціями H та v у місці виходу сипкого матеріалу з ємності. Від цієї залежності визначається типом вихідного пристрою.

Вертикальні напруження $S(u; w; t)$ знаходяться за формулою (1).

Повний розв'язок задачі про виток (тобто розгляд всього процесу вивільнення ємності) зводиться до побудови розв'язку у чотирьох областях, у системах координат $(u; t)$ та $(\alpha; \beta)$, з котрих при періодично повторюється. (У зв'язку громіздкістю тут не наведений).

2. Розв'язок задачі для неусталеного змінного кута внутрішнього тертя.

Ускладнюємо постановку розібраної вище задачі про неусталений рух стискувань сипкого матеріалу. Будемо вважати, що поряд зі зміною щільності ρ мають місце також змінний кут внутрішнього тертя та змінний коефіцієнт тертя сипкого матеріалу зі стінками ємності. При цьому вважаємо, що величини останніх, як і щільність, є функціями напруженого стану у розглянутій точці середовища. Таким чином, приймаючи до уваги середньо інтегральне по перерізу вертикальне напруження:

$$\varphi = \varphi(H) = \varphi[H(u, t)]; f = f(H) = f[H(u, t)]. \quad (26)$$

Врахування змінних значень проявляє себе у наведеному вище рішенні задачі лише у тому сенсі, що коефіцієнт першого рівняння систем (а) будуть змінними, а саме будуть залежити від шуканої функції H :

$$S_i = S_i(H) = S_i(H(u, t)); T_i = T_i(H) = T_i(H(u, t)). \quad (27)$$

Дійсно:

$$S_1 = S_1(H) = \frac{1}{a} \int_a^{\frac{a}{2}} + (w) dw = \frac{1}{\cos^2(\varphi(H))} * \left\{ 1 + \sin^2 \varphi(H) + \sin \varphi(H) * \left[\sqrt{1 + m^2(H)} + \frac{\arcsin\{m(H)\}}{m(H)} \right] \right\};$$

$$S_2 = S_2(H) = \frac{1}{F} * \int_F + (r) dF = \frac{1}{\cos^2(\varphi(H))} * \left\{ 1 + \sin^2 \varphi(H) + \frac{4}{3} * \sin \varphi(H) * \frac{[1 - (1 - m^2(H))^{3/2}]}{m^2(H)} \right\}; T_1 = T_1(H) = \frac{2 * f(H)}{a};$$

$$T_2 = T_2(H) = \frac{4f(H)}{d}, d = a, m(H) = \frac{f(H)}{\operatorname{tg}[\varphi(H)]}.$$

Всі наведені вище рівняння й методика їх застосування (та розв'язку) залишаються тими ж. Слід тільки ввести коефіцієнти у рівняння системи, яке подається у скінченно – різницевій формулі (з рівнянь (21), (22)).

Висновки

1. Як показують експериментальні дані (7), на початку витоку сипкого матеріалу із силосу за другої форми витоку мають місце значні підвищення горизонтального тиску на його сімки, котрі набагато перевищують значення тиску, отриманого за формулою Янсена – Канена (1). Це явище не схильні пояснити наступним чином. При відкритті заслінки силосу відбувається падіння вертикальних тисків. Це неминуче призводить до розкрихкування сипкого матеріалу й до зменшення кута внутрішнього тертя. Причому навіть невелике розкрихкування може суттєво вплинути на зміну α . Падіння значення кута внутрішнього тертя викликає зменшення коефіцієнту S_i . Оскільки $H = \frac{p}{S_i}$, зрозуміло, що коли коефіцієнт S_i зменшується у більше число разів, ніж тиск p , завжди повинно мати місце підвищення горизонтального тиску на стінки силосу. Іншими словами, при відкритті заслінки силосу властивості сипкого матеріалу наближаються до властивостей ідеальної рідини.

2. При досить швидкому (миттєвому) відкритті заслінки силосу виникає стрибкоподібна зміна величини тиску p у перерізі $X=L$, що може призвести до утворення хвилі сильних розривів, яка розповсюджується у силосі.

3. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення і вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку силосівциліндрично – конічної форми, як на стадії їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації при навантаженні/розвантаженні сипких(типу зернових) матеріалів, а також для визначення компонент напружено-деформованого стану оболонки силосу.

Список літератури

1. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. Москва. Химия. 1984. 632 с.
2. Johanson I. R. Feeding. Chem. Eng. 1969. No 10. P. 75–82.
3. Ишлинский А. Ю. О плоском движении песка. Украинский математический журнал. 1954. Т. VI. P. 4.
4. Shield R. T. Mixed boundary value problems in Soil Mechanics. Quart. Appl Math-1953. Vol. 11. No 1. P. 61–75.
5. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. Москва. Гостехиздат. 1954. 320 с.
6. Кочин Н. Е., Кубель И. А., Розе Н. В. Теоритическая гидромеханика. Москва. ОГИЗ. 1948. 220 с.
7. Бернштейн М. С. Форма устечения и давления зерна в силосах. Исследовательские работы по конструкциям. Москва. Стройиздат. 1982. С. 194.
8. Бернштейн М. С., Иммерман А. Г. О статических свойствах несвязного тела в предельном равновесиию. Массивны конструкции. Москва. 1952. 120 с.
9. Ишлинский А. Ю., Зволунский Н. В., Степаненко И. З. К динамике грунтових масс. Доклады АН СССР. 1954. Т. 5. С. 4.

10. *Рахматулин Х. А.* О распространении плоских волн в упругой среде при нелинейной зависимости напряжений от деформации. Ученые записки МГУ. 1951. Вып. 152. С. 123.
11. *Гениев Г. А.* Теория установившейся движения сыпучей среды. Исследование прочности и пластичности и ползучести строительных материалов. Москва. 1955. 180 с.
12. *Гениев Г. А.* Вопросы динамики сыпучей среды. Сборник статей ЦНИИСК. Москва. 1958. Вып. 2. 124 с.

References

1. *Tadmor, Z., Gogos, K.* (1984). Theoretical foundations of polymer processing. Moscow. Chemistry. 632.
2. *Johanson, I. R.* (1969). Feeding. Chem. Eng. No 10. 75–82.
3. *Ishlinskii, O. Yu.* (1954). In the flat sand. Ukrainian mathematical journal. T. VI. 4.
4. *Shield, R. T.* (1953). Mixed boundary value problems in Soil Mechanics. Quart. Appl Math. Vol. 11. No 1. 61–75.
5. *Sokolovsky, V. V.* (1954). Statics of granular medium. Moscow. Gostehizdat. 320.
6. *Cochin, N. E., Kubel, I. A., Rose, N. V.* (1948). Theoretical hydromechanics. Moscow. Ogiz. 220.
7. *Bernstein, M. S.* (1982). Form of ostecenja and pressure of grain in silos. Research work on the structures. Moscow. Stroyizdat. 194.
8. *Bernstein, M. S., Immerman, A. G.* (1952). On the statistical properties of incoherent body to the limit ravnovesiya. The massive structure. Moscow. 120.
9. *Ishlinskii, O. Yu., Zwolinski, N. V., Stepanenko, I. Z.* (1954). Dynamics runovich masses. Reports of the USSR Academy of Sciences. Vol. 5. 4.
10. *Rakhmatulin, Kh. A.* (1951). On the propagation of plane waves in an elastic medium with non-linear dependence of stress from deformation. Scientific notes of Moscow state University. Vol. 152. 123.
11. *Geniev, G. A.* (1955). Theory of the steady motion of a granular medium. Study of strength and ductility and creep stroitelnyh materials. Moscow. 180.
12. *Geniev, G. A.* (1958). Problems of dynamics of the granular medium. A collection of articles given. Moscow. Vol. 2. 124.

АНАЛИЗ НЕСТАНДАРТНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ И ВОЛНООБРАЗОВАНИЙ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ЕМКОСТИ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ УГЛЕ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

И. Н. Сивак, Ю. В. Човнюк

Аннотация. *Анализ неустановившегося гравитационного движения и волнообразований сыпучего материала в емкости при переменном угле внутреннего трения, всесторонний анализ неустановившегося гравитационного движения и возможных волнообразований сыпучего материала в емкости при переменном угле внутреннего трения последнего, выяснение основных закономерностей витока сыпучего материала в вертикальне ёмкости цилиндрически-конического типа (бункер/силос) за т.н. другой формой витока с учётом сжимания указанного материала/ среды и неустановленого характера движения, также*

установлено основне качества витока сипучих материалов из бункеров и волнообразований, которые ему сопутствуют.

Ключевые слова: *гравитация, движение, волнообразования, анализ*

ANALYSIS OF NON-STANDARD GRAVITATIONAL MOTION AND HUILIATION OF BULK MATERIAL IN CONTAINER AT VARIABLE ANGLE OF INTERNAL FRICTION

I. M. Sivak, Yu. V. Chovnyuk

Abstract. *An analysis of the unsteady gravitational motion and wave formations of bulk material in a container with a variable angle of internal friction, a comprehensive analysis of the unsteady gravitational motion and possible wave formations of bulk material in a container with an alternating angle of internal friction of the latter, elucidation of the basic laws of the flow of bulk material in a vertical cylinder- / silage) for the so-called. another form of the stream, taking into account the contraction of the specified material / medium and the unstated nature of the movement, is also established mainly by the quality of the flow of bulk materials from the bunkers and wave formations that accompany it.*

Key words: *gravity, motion, waveform, analysis*

УДК 621.865.8

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПРОСТОРОВОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ ЛАНОК СТІЛОВОЇ СИСТЕМИ КРАНА-МАНІПУЛЯТОРА МЕТОДОМ ОДНОРІДНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЕНАВІТА-ХАРТЕНБЕРГА

В. С. Ловейкін, доктор технічних наук

О. О. Сподоба аспірант*

Національний університет біоресурсів і

природокористування України

e-mail: sp1309@ukr.net

Анотація. *Обґрунтовано метод однорідних перетворень Денавіта-Хартенберга для визначення кінематичних залежностей переміщення багатоланкової стрілової системи крана-маніпулятора. Орієнтація ланок стрілової системи крана-маніпулятора представлена у матричному вигляді. В даній роботі розв'язана пряма задача кінематики. Вона включає в себе*

*Науковий керівник – доктор технічних наук В. С. Ловейкін

© В. С. Ловейкін, О. О. Сподоба, 2017