

УДК 631.313.02:531/534

ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИЙ АНАЛІЗ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ З ҐРУНТОМ ҐРУНТООБРОБНИХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ НА ПРУЖНІЙ ПІДВІСЦІ

Д. Г. Войтюк, Ю. О. Гуменюк, Ю. В. Човнюк

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна.

Кореспонденція авторів: ugmsg@ukr.net.

Історія статті: отримано – вересень 2018, акцентовано – листопад 2018.

Бібл. 24, рис. 0, табл. 1.

Анотація. Проведений фізико-механічний аналіз процесів взаємодії робочих органів ґрунтообробних машин на пружній підвісці з оброблюваним середовищем. Теоретично розглянуті можливі коливні рухи робочих органів типу субгармонічних коливань у залежності від нелінійної пружної характеристики підвіски. Встановлені основні характеристики субгармонічних коливань: амплітуди, частоти, умов виникнення, стійкість основного розв'язку. Аналіз подібних механічних систем проведений з використанням їх пружної характеристики, тобто графічної чи аналітичної залежності між статичним навантаженням на систему (F) й відповідним цьому навантаженню переміщенням (q). Аналіз пружних характеристик конструкцій коливних систем показав, що ті системи, які мають один пружний елемент (пружину), мають і лінійний характер відновлюючої сили. Конструкції, які складаються з кількох пружних елементів (плоска та циліндрична пружини), мають нелінійну залежність між прикладеним навантаженням і переміщенням. Використання нелінійної характеристики системи, зокрема, кусково-лінійної, суттєво покращує енергетичні й агротехнічні показники пружної підвіски при обробці ґрунтів. У якості методу аналізу використаний метод припасовування та підходи, розвинені професором Закржевським М.В.

Ключові слова: аналіз, моделювання, взаємодія, робочий орган, сільськогосподарські машини, пружна підвіска, ґрунт.

Постановка проблеми

Результати, отримані при проведенні дослідів з культиваторами обладнаними робочими органами на пружній підвісці, показують значні переваги таких робочих органів. Усі конструкції подібних культиваторів складаються з двох основних елементів: робочого органа – лапи і пружної підвіски, завдяки останній під час роботи машини виникають поздовжні коливання лапи. Численні дослідження щодо застосування коливань для зниження тягового опору проведені багатьма вітчизняними та зарубіжними вченими [1–4]. У той же час суттєва різниця у величині

тягового опору вказує на важливість правильного вибору параметрів підвіски.

В конструкцію машин, робочі органи яких під час обробки ґрунту здійснюють коливальні рухи можуть входити один або кілька пружних елементи, або ж сама стійка виконує роль пружного елемента. Варто зазначити, що конструкції ґрунтообробних машин з одним пружним елементом не знайшли широкого використання («Krause» – Канада, «Ebra» – Франція), оскільки у порівнянні з жорсткою підвіскою не дає зниження тягового опору при швидкостях руху агрегату до 2 м/с й глибині обробки до 7 см [2].

Найбільш широке розповсюдження отримали робочі органи, які складаються з двох чи трьох пружних елементів, одним з яких є С-подібна стійка й вертикально чи горизонтально встановлена циліндрична пружина. Робочі органи з вищезазначеними коливними системами випускаються вітчизняними та зарубіжними компаніями: «Krause», «Noble», «Anderson», «Custom», «Ingam» – Канада, «Rome» – США, «Superflow» – Велика Британія, «Accord» – Німеччина, «Ebra» – Франція.

Конструкція фірми «Custom», наприклад, передбачає спільну установку разом з пружиною стійкою плоскою і циліндричною або тільки плоскою пружин. Встановлення таких пружин, крім зниження тягового опору зменшує засмічення робочих органів культиватора бур'янами [2]. За даними фірми «Noble», встановлення другого пружного елемента у вигляді пружини до 25% зменшує гребнистість поверхні поля, що підтверджується дослідженнями авторів [2, 3].

Задля аналізу коливань механічної системи перш за все необхідно мати повну характеристику цієї системи, тобто графічну чи аналітичну залежність між статичним навантаженням на систему (F) з відповідним цьому навантаженню переміщенням (x). Аналіз пружних характеристик конструкцій коливних систем показав, що системи, які мають один пружний елемент, мають лінійний характер відновлюючої сили. Конструкції, які складаються з кількох пружних елементів, мають нелінійну залежність між прикладеним навантаженням і переміщенням. Проаналізувавши усі вище згадані системи, які складаються з кількох пружних елементів, автори даного дослідження прийшли до можливості наступного припущення: використання нелінійної

характеристики системи, зокрема, кусково-лінійної, покращує енергетичні та агротехнічні показники пружної підвіски при обробітку ґрунту. Наявні суперечливі дані про те, що зняття циліндричних пружин з підвісок на культиваторах типу КПЕ-3,8 не змінює величини тягового опору і якості обробітку ґрунту [4], пояснюються тільки невідповідністю параметрів пружних елементів підвіски умовам роботи культиваторів.

Основна проблем полягає у виборі відповідних параметрів підвіски, який, безумовно, повинен бути цілком обґрунтованим. Задля здійснення такого обґрунтованого вибору можна використати кілька існуючих фізико-механічних моделей коливань нелінійно-пружних систем.

Аналіз останніх досліджень

Відповідні параметри підвіски можна обрати, використовуючи теорію параметричних коливань [4], оскільки таким періодично змінним параметром є жорсткість пружної підвіски при умові, що характеристика відновлюючої сили нелінійна. У цій роботі [4] розглянуті умови виникнення параметричного резонансу й побудована діаграма стійкості при параметричному збудженні за законом прямокутного синуса (типу діаграма Айнса-Стретта). Автори [5] розглянули можливості збудження супер- та субгармонічних коливань при дії гармонічної вимушеної сили на систему з нелінійною відновлюючою силою на якісному рівні й зазначили, що такі типи коливань за амплітудою можуть бути суттєво більшими, ніж амплітуда першої гармоніки, проте ніяких чисельних чи аналітичних розрахунків з цього приводу не подали. Автор [6] дає експериментально-теоретичне обґрунтування параметрів робочих органів з пружними стійками культиваторів для передпосівного обробітку ґрунту.

У роботі [7] наведені обґрунтування енергозберігаючих технологічних процесів обробітку ґрунту й параметрів пружних робочих органів для умов південної степової зони України. Дослідження автора [8] присвячені побудові математичної моделі коливної системи «робочий орган–ґрунт». У працях [9–12] зроблена спроба обґрунтування параметрів робочих органів на пружній підвісці, яка базується на аналізі коливних процесів. Але, на думку авторів даного дослідження, використання теорії параметричних коливань, як і у роботі [4], не дає змоги адекватного і вичерпного опису виникаючих процесів. На думку дослідників [13], більш ефективним і відповідаючим сутності явища може бути теоретичний розгляд коливного руху на підставі моделі автоколивань. У [14] врахований стохастичний характер чинників, які впливають на процеси рихлення ґрунту в реальних умовах. Автори [15] обґрунтували теоретичні моделі функціонування й забезпечення механічної надійності культиваторів з пружними робочими органами.

Не зважаючи на велику кількість досліджень і робіт, присвячених аналізу взаємодії робочих органів на пружній підвісці з ґрунтом, проблема виникнення у

подібних механічних системах суб- та супергармонічних коливань вивчена недостатньо й вимагає, на нашу думку, подальшого всебічного й глибокого аналізу.

Мета досліджень

Мета роботи полягає у встановленні основних закономірностей руху культиваторів (культиваторних лап) з пружними робочими органами з урахуванням нелінійного характеру жорсткості при взаємодії з оброблюваним середовищем. Виникаючі нелінійні коливання мають широкий спектр специфічних механічних явищ та ефектів, використання яких у технологічних процесах передбачає значну технологічну та енергетичну ефективність. У даному дослідженні будуть, зокрема, розглянуті автоколивання, субгармонічні коливання та самозбудження субгармонічних коливань.

Результати досліджень

Розглянемо рух робочого органу з пружною підвіскою під час рихлення ґрунту на підставі моделі «розривних» автоколивань [16]. Ця модель відповідає схемі ступінчастої двостадійної зміни опору переміщенню робочого органу у ґрунті. Аналогом такої схеми є так зване розривне «сухе тертя», яке на кожній стадії не залежить від швидкості відносного ковзання [17]. Автори [14] використали вказану вище модель, проте здійснили некоректні розрахунки у межах цієї моделі. Використаємо для проведення коректних розрахунків кінематичних параметрів руху ґрунтообробного робочого органу на пружній підвісці метод припасовування [17].

Вважатимемо, що при переміщенні робочого органу до початку руйнування (рихлення) ґрунту, на нього діє сила опору P_1 , а під час рихлення – сила опору переміщенню робочого органу – P_2 . При цьому завжди $P_1 > P_2$. Таким чином, перша стадія накопичення енергії тривалістю T_1 відповідає відсутності абсолютного переміщення (нерухомості) робочого органу в ґрунті. Друга, так звана стадія осциляції тривалістю T_2 відповідає руху робочого органу під час рихлення, яке викликає сили опору P_2 . Після закінчення періоду $T = T_1 + T_2$ знову виникає початкова ситуація (відсутність переміщення робочого органа і.т.д.).

Вважаємо, що переносний рух місця закріплення пружного елемента на рамі агрегату відбувається з постійною швидкістю V у напрямку x . Відносний рух місця закріплення робочого органу на пружному елементі визначається координатою $q(t)$, яка одночасно є залежною від часу t пружною деформацією елемента.

Отже, на першій стадії автоколивального руху маємо:

$$C \cdot q_1(t) = P_1, 0 \leq t \leq T_1. \quad (1)$$

На другій стадії автоколивального руху [15] складена за допомогою принципу Даламбера умова динамічної рівноваги під час рихлення має вигляд:

$m \cdot \ddot{q}_{II}(t) + C \cdot q_{II}(t) - P_2 = 0, T \leq t \leq T_1 + T_2$ (2)
де m – маса робочого органа та частини ґрунту, яка на ньому знаходиться; c у формулах (1) і (2) є жорсткістю пружного елемента.

На третій стадії автоколивального руху, як і у (1), маємо знову:

$$C \cdot q_{III}(t) = P_1, T_1 + T_2 \leq t \quad (3)$$

Введемо позначення $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ – власної частоти вільних коливань робочого органа. Використовуючи метод припасовування, а також умови:

$$q_I \Big|_{t=T_1} = q_{II} \Big|_{t=T_1}; \quad \dot{q}_I \Big|_{t=T_1} = \dot{q}_{II} \Big|_{t=T_1}, \quad (4)$$

для $q_{II}(t)$ можна отримати:

$$q_{II}(t) = \left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right) \cos[\omega \cdot (t - T_1)] + \frac{V}{\omega} \sin[\omega \cdot (t - T_1)] + \frac{P_2}{m\omega^2}, \quad (5)$$

а для $\dot{q}_{II}$ наступний вираз:

$$\dot{q}_{II}(t) = - \left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right) \omega \cdot \sin[\omega \cdot (t - T_1)] + V \cos[\omega \cdot (t - T_1)] \quad (6)$$

Після нескладних перетворень (5) та (6) можна подати у більш зручній для подальшого аналізу формі:

$$q_{II}(t) = A_q \cdot \sin[\omega \cdot (t - T_1) + \varphi_q] + \frac{P_2}{m\omega^2} \quad (7)$$

де:

$$A_q = \sqrt{\left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right)^2 + \left(\frac{V}{\omega} \right)^2}, \quad \varphi_q = \arctg \left\{ \frac{\left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right) \omega}{V} \right\}; \quad (8)$$

$$\dot{q}_{II}(t) = A_{\dot{q}} \cdot \sin[\omega \cdot (t - T_1) + \varphi_{\dot{q}}] \quad (9)$$

де:

$$A_{\dot{q}} = \sqrt{\omega^2 \left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right)^2 + V^2}; \quad \varphi_{\dot{q}} = \arctg \left\{ - \frac{V}{\left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right) \omega} \right\} \quad (10)$$

Для $(A_q)_{max}$ маємо:

$$(A_q)_{max} = \sqrt{\left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right)^2 + \left(\frac{V}{\omega} \right)^2} + \frac{P_2}{m\omega^2}, \quad (11)$$

котре досягається у моменти часу:

$$\omega \cdot (t - T_1) + \varphi_q = (-1)^{k_1} \cdot \frac{\pi}{2} + k_1 \pi, \quad k_1 = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Для $(A_{\dot{q}})_{max}$ маємо:

$$(A_{\dot{q}})_{max} = \sqrt{\omega^2 \left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right)^2 + V^2}, \quad (13)$$

яке досягається у моменти часу:

$$\omega \cdot (t - T_1) + \varphi_{\dot{q}} = (-1)^{k_2} \cdot \frac{\pi}{2} + k_2 \pi, \quad k_2 = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

Важливим показником динамічної реформованості пружних елементів є розмах деформації, який можна, з урахуванням (7)–(12) подати наступним чином:

$$\bar{A}_q = (q_{II})_{max} - (q_{II})_{min} = \sqrt{\left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right)^2 + \left(\frac{V}{\omega} \right)^2} + \frac{P_2}{m\omega^2} -$$

$$- \left\{ - \sqrt{\left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right)^2 + \left(\frac{V}{\omega} \right)^2} + \frac{P_2}{m\omega^2} \right\} = 2 \sqrt{\left(\frac{P_1}{c} - \frac{P_2}{m\omega^2} \right)^2 + \left(\frac{V}{\omega} \right)^2}. \quad (15)$$

Слід зазначити, що $(q_{II})_{min}$ набуває у момент часу:

$$\omega \cdot (t - T_1) + \varphi_q = (-1)^{k_1} \cdot \pi + k_1 \pi. \quad (16)$$

Наведені вище вирази дозволяють на стадії проектування пружної підвіски робочих органів ґрунтообробних машин проводити теоретичний аналіз динамічних деформацій і відповідних напружень, які можуть виникнути у пружних елементах у процесі рихлення з коливальним переміщення робочих органів. Нижче, у таблиці 1 наведені значення $(A_q)_{max}$, $(A_{\dot{q}})_{max}$, $\bar{A}_q$ для трьох значень швидкості руху культиватора: $V=2$ м/с, 3 м/с і 4 м/с. При цьому пружний елемент є S – подібною стійкою лапи культиватора, що має згинальну жорсткість $C = 3700$ Н/м, масу лапи з ґрунтом прийнято $m=5$ кг, силу опору переміщенню лапи $P_1 = 280$ Н і $P_2 = 267$ Н.

Використовуючи умови неперервності руху пружного елемента при переході від другої стадії до третьої:

$$q_{II} \Big|_{t=T_1+T_2} = q_{III} \Big|_{t=T_1+T_2}; \quad \dot{q}_{II} \Big|_{t=T_1+T_2} = \dot{q}_{III} \Big|_{t=T_1+T_2}, \quad (17)$$

можна показати, що автоколивання, які виникають у лапі культиватора є субрезонансного типу і визначаються з умови:

$$\frac{\omega T_2}{2} = n\pi, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (18)$$

тобто частота $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$, яка відповідає стадії руйнування (рихлення) ґрунту визначається зі співвідношення:

$$\omega_2 = \frac{\omega}{n} \quad (19)$$

З розгляду результатів, наведених у таблиці 1, можна зробити висновок про суттєвий вплив швидкості руху ґрунтообробного агрегату на амплітуду динамічних деформацій пружного елемента підвіски. Це означає, що якщо конструкція підвіски не має обмежуючих деформацію пристроїв, то збільшення швидкості руху V може призводити до раптової втрати робото здатності пружного елемента, яка буде обумовлена перевантаженням.

Таблиця 1. Залежність кінематичних показників два стадійного процесу автоколивань під час рихлення ґрунту від швидкості руху ґрунтообробного агрегату.

V , м/с	$(A_q)_{max}$, м	$\bar{A}_q$, м	$(A_{\dot{q}})_{max}$, м
1	0,11	0,22	1,005
2	0,15	0,30	2,002
3	0,18	0,36	3,002

Аналітична залежність пружної характеристики $f(q)$ має вигляд:

$$f(q) = \begin{cases} p_2^2 \cdot q, & q \geq 0; \\ p_1^2 \cdot q, & q \leq 0, \end{cases} \quad (20)$$

де q – переміщення, (p_1^2, p_2^2) – тангенси кута нахилу ділянки пружної характеристики (нормативна жорсткість ділянки пружної характеристики).

Частота вільних коливань (p) у системі з білінійною характеристикою зі зломом у точці $q = 0$ є постійною і не залежить від початкових умов [18]:

$$p = \frac{2p_1 p_2}{p_1 + p_2}. \quad (21)$$

Слід зазначити, що саме таку пружну характеристику має підвіска з однією циліндричною пружиною. Хоча частота p й визначається зі співвідношення (21) (є постійною), проте деякі нелінійні ефекти у цій системі, наприклад, самозбудження субгармонічних коливань, проявляють себе найбільш потужно.

Білінійна пружна характеристика (20) знаходить широке застосування у машинобудуванні завдяки простоті реалізації, можливості отримання несиметричних законів руху. Вона також використовується з метою захисту машин (у т.ч. сільськогосподарського призначення) від вібрацій. Відомо, що у системах з несиметричними пружними характеристиками можуть існувати стійкі парні субгармонічні коливання при досить значній дисипації, що дозволяє використовувати такі режими у вібромашинах.

Нижче розглянута задача точного визначення параметрів субгармонічних коливань у не дисипативній системі з білінійною пружною характеристикою при гармонічній вимушеній силі.

Приймаємо, що закон руху $q(t)$ й вимушена сила $H(t)$ де t – поточний час, мають спільні вісі симетрії, відстань між якими $\frac{T}{2}$, й крім того, крива $q(t)$ перетинає пряму $q = 0$ один раз за півперіоду [18]. При цьому період субгармонічних коливань $T = nT_\omega$, $n = 1, 2, 3, \dots$, де T_ω – період коливань вимушеної сили ($\omega = \frac{2\pi}{T_\omega}$).

У відповідності з прийнятою у [18] формою коливань рівняння руху запишемо у вигляді:

$$\ddot{q} + f(q) = h \cdot \cos \omega t \quad (22)$$

де $f(q)$ визначається (20).

Знак перед амплітудою h вимушеної сили може бути будь-яким. Розв'язок рівняння (22) на окремих ділянках має вигляд:

$$x_i = C_{i1} \cos p_{it} + C_{i2} \sin p_{it} + D_i \cos[\omega(t + t_{i-1})], \quad 0 \leq t \leq t_i. \quad (23)$$

Тут $i = \overline{(1, 2)}$, t_1 – час руху при $q \leq 0$, t_2 – час руху при $q \geq 0$. Для коефіцієнтів D_i маємо:

$$D_i = \frac{h}{p_i^2 - \omega^2}, \quad (24)$$

а $t_0 = 0$. З умов припасування й періодичності випливає:

$$\begin{aligned} \dot{q}_2(0) = 0, \quad q_2(t_1) = 0, \quad q_1(0) = 0, \quad \dot{q}_1(t_2) = 0, \\ \dot{q}_2(t_1) = \dot{q}_1(0), \quad t_1 + t_2 = \frac{T}{2} \end{aligned} \quad (25)$$

Після підстановки у ці співвідношення розв'язку (23) матимемо:

$$\begin{cases} C_{11} = -D_1 \cos(\omega t_1), \quad C_{12} = C_{11} \operatorname{tg}(p_1 t_2), \\ C_{21} = \frac{1}{\cos(p_2 t_1)} \left[-D_2 \cos(\omega t_1) = \frac{-D_2 \cos(\omega t_1)}{\cos(p_2 t_1)} \right], \\ C_{22} = 0 \end{cases} \quad (26)$$

Рівняння для визначення часу t_1 має вигляд:

$$\begin{aligned} -p_2 \operatorname{tg}(p_2 t_1) [-D_2 \cos(\omega t_1)] + (D_1 + D_2) \omega \sin(\omega t_1) \\ + p_1 D_1 \cos(\omega t_1) \times \\ \times \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{\omega} n - t_1\right) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

Визначивши з (27) значення t_1 за заданих параметрів системи й вимушеної сили (чи значення h при заданому значенні t_1), за (26) можна знайти всі параметри закону руху.

Розглянемо далі питання стійкості таких коливань. Визначимо умови самозбудження субгармонічних коливань у системі з білінійною пружною характеристикою.

Відомо [19, 20], що у несиметричних неавтономних системах з поліноміальною пружною характеристикою при гармонічній вимушеній силі й при певних умовах можливе самозбудження субгармонічного режиму порядку 1/2.

Цей режим може бути стійким у цілому, тобто може реалізуватись за будь-яких початкових умов. Наступні дослідження показали [21], що самозбудження субгармонічних режимів порядку 1/2 й 1/3 і.т.д. при гармонічному збудженні має місце й для систем з різними несиметричними кусково-лінійними пружними характеристиками, наприклад, з натягом, з триланцюговою й білінійною характеристиками при доволі великих значеннях дисипації. Враховуючи інваріантність топології розбиття фазового простору на траєкторії від конкретного виду вимушеної сили [18], розглянемо явище самозбудження у найбільш простій системі з білінійною пружною характеристикою, на яку діє періодична система двосторонніх миттєвих симетричних імпульсів S' (обумовлених у культиваторних лапах взаємодією їх робочого органа на пружній підвісці з оброблюваним ґрунтом в процесі його обробітку). Оскільки самозбудження субгармонічних режимів пов'язане з нестійкістю основного режиму, то спочатку визначимо, за яких параметрів системи має місце така нестійкість.

Розглянемо точний розв'язок для основного режиму. Використовуючи метод припасування, для розглядуваної системи з одним ступенем вільності руху визначимо точні співвідношення для періодичного режиму з періодом зовнішнього впливу, вважаючи, що пружна білінійна характеристика має злам у нулі (20), а у моменти $q = 0$ відбувається ударне демпфування за законом $\dot{x}^+ = R_j \cdot \dot{x}^-$, де $j = 1$ при $\dot{x} < 0$ й $j = 2$ при $\dot{x} > 0$, $R_j - j$ – й коефіцієнт ударної дисипації. Система миттєвих імпульсів має період, який дорівнює T_ω .

Розв'язок будемо розглядати на чотирьох ділянках. Першій ділянці відповідає $i = 1$, $q \geq 0$, при цьому початок відліку часу на ділянці відповідає точці прикладання миттєвого імпульсу; другий – $i = 2$, $q \leq 0$, третій – $i = 3$, $q \leq 0$ й, насамкінець, четвертий – $i = 4$, $q \geq 0$.

На кожній ділянці розв'язок запишемо у вигляді:

$$q_i = B_i \sin(p_j \cdot t), \quad i = \overline{(1, 4)}, \quad j = \overline{(1, 2)}. \quad (28)$$

При цьому початок відліку часу на усіх ділянках відповідає точкам $q = 0$. Час (тривалість) руху на першій ділянці змінюється у межах $-t_1 \leq t \leq 0$, на

другий – у межах $0 \leq t \leq t_2$, на третій – у межах $-t_3 \leq t \leq 0$, і на четвертій – у межах $0 \leq t \leq t_4$, причому $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = T_1 = \frac{T\omega}{2}$.

Якщо позначити початкові умови, які відповідають моменту часу безпосередньо після дії імпульсу, через:

$$y_1 = q_1(-t_1), \quad v_1^+ = \dot{q}_1(-t_1), \quad (29)$$

тоді значення B_1 й t_1 визначаються зі співвідношень:

$$B_1 = \left\{ y_1^2 + \frac{v_1^+}{p_2}, \quad tg(p_2 \cdot t_1) = \frac{y_1 p_2}{v_1^+} \right\} \quad (30)$$

Послідовно проводячи припасовування рішень на окремих ділянках, з урахуванням умов періодичності матимемо:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{S_1}{p_2} \cdot \frac{\sin \alpha_4}{\sin(\alpha_1 + \alpha_4)}, B_2 = -\frac{S_2}{p_1} \cdot \frac{\sin \alpha_3}{\sin(\alpha_2 + \alpha_3)}, B_3 \\ &= -\frac{S_2}{p_1} \cdot \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_2 + \alpha_3)}, \\ B_4 &= -\frac{S_1}{p_2} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_4)}, \end{aligned} \quad (31)$$

де:

$$\alpha_1 = p_2 \cdot t_1, \quad \alpha_2 = p_1 \cdot t_2, \quad \alpha_3 = p_1 \cdot t_3, \quad \alpha_4 = p_2 \cdot t_4, \quad (32)$$

а також систему рівнянь для відшукування значень t_1 й

$$t_3: \begin{cases} R_1 S_1 \frac{\sin \alpha_4}{\sin(\alpha_1 + \alpha_4)} = -S_2 \frac{\sin \alpha_3}{\sin(\alpha_2 + \alpha_3)}, \\ R_2 S_2 \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_2 + \alpha_3)} = -S_1 \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_4)}. \end{cases} \quad (33)$$

Розглянемо частинний випадок:

$$R_1 = R_2 = 1, \quad S_1 = -S_2 = S \quad (34)$$

Зі співвідношення (33) із врахуванням (32) маємо:

$$\begin{cases} t_1 = t_4, \quad t_2 = t_3, \quad p_1 t_2 = p_2 t_1 = \alpha, \\ t_1 = T_1 \frac{1}{(p_2/p_1 + 1)}, \quad t_2 = T_1 \frac{1}{(p_1/p_2 + 1)}. \end{cases} \quad (35)$$

Коефіцієнти B_i мають наступні значення:

$$B_1 = -B_4 = \frac{S}{2p_2 \cos(p_2 t_1)}, \quad B_2 = -B_3 = \frac{S}{2p_1 \cos(p_1 t_2)}. \quad (36)$$

Початкові умови з урахуванням (29):

$$y_1 = -\frac{S}{2p_2} tg(p_2 t_1), \quad v_1^+ = \frac{S}{2}. \quad (37)$$

Дослідимо далі стійкість основного розв'язку. Для цього оцінимо стійкість у малому розгляданого розв'язку з метою з'ясування області нестійкості основного режиму. Для цього дамо малі початкові збурення періодичному режиму (28), а потім, послідовно припасовуючи розв'язки, із урахування періодичного розв'язку (28) матимемо наступну систему скінченно-різницевого рівнянь, які зв'язують початкові ξ_n, ξ_n і кінцеві збурення ξ_{n+1}, ξ_{n+1} :

$$\xi_{n+1} = a_1 \xi_n + b_1 \xi_n, \quad \xi_{n+1} = a_2 \xi_n + b_2 \xi_n, \quad (38)$$

де для випадку (34) коефіцієнти a_1, b_1 мають вигляд:

$$\begin{cases} a_1 = b_2 = \cos^2 2\alpha - \frac{(p_1^2 + p_2^2)}{2p_1 p_2} \sin^2 2\alpha, \\ b_1 = \frac{1}{2p_2} = \sin 4\alpha - \frac{p_1}{p_2^2} \sin^2 \alpha \sin 2\alpha + \frac{1}{p_1} \cos^2 \alpha \sin 2\alpha, \\ a_2 = -p_1 \cos^2 \alpha \sin 2\alpha + \frac{p_2^2}{p_1} \sin^2 \alpha \sin 2\alpha - \frac{p_2}{2} \sin 4\alpha. \end{cases} \quad (39)$$

Характеристичне рівняння системи (38)

$$\lambda^2 - (a_1 + b_2)\lambda + (a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0 \quad (40)$$

Нестійкість досліджуваного рішення буде мати місце, якщо хоча б один з коренів рівняння (40) за модулем буде більше одиниці [22], тобто при виконанні однієї чи двох умов:

$$W_0 = \left| \frac{a_1 + b_2}{2} \right| > 1, \quad W_1 = |a_1 b_2 - a_2 b_1| > 1 \quad (41)$$

Для розглядуваної дисипативної системи $W_1 = 1$ й $a_1 = b_2$. Тому умова нестійкості основного режиму (із урахування того, що $a_1 < 0$) має вигляд:

$$\frac{p_1^2 + p_2^2}{2p_1 p_2} \sin^2 2\alpha - \cos^2 2\alpha > 1. \quad (42)$$

Карта нестійкості основного режиму на площині параметрів має наступний вигляд. Якщо ввести безрозмірні параметри:

$$\eta = p_2/p_1, \quad \nu = \omega/p_1, \quad (43)$$

тоді з урахуванням співвідношення (35) й (43) умова

(42) перетворюється до наступного виду:

$$\gamma \sin^2 \beta - \cos^2 \beta > 1, \quad (44)$$

$$\text{де } \beta = 2\alpha = \frac{2\pi}{\nu(1+1/\eta)}, \quad \gamma = \frac{(p_1^2 + p_2^2)}{2p_1 p_2} = \frac{1}{2} \left(\eta + \frac{1}{\eta} \right).$$

При цьому границям нестійкості відповідає рівність одиниці лівої частини нерівності (44). У цьому випадку маємо:

$$\sin^2 \beta = \frac{4\eta}{(1-\eta)^2}. \quad (45)$$

З рівності (45), задаючи значення η , можна визначити величини безрозмірної частоти ν :

$$\nu = \frac{2\pi}{(1+1/\eta)} \left\{ \arcsin \left(\frac{2\sqrt{\eta}}{(1-\eta)} \right) \right\}^{-1} \quad (46)$$

При $\nu \rightarrow 0$ області нестійкості згущуються й відбувається їх згущення. Границі областей нестійкості перетинаються у точках з координатою $\eta = 1$. Цьому випадку відповідає лінійна пружна характеристика. Координати точок перетину мають значення:

$$\nu_* = \frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \dots, \frac{2}{2n+1}, \quad (47)$$

Таким чином, лінійна система, взагалі кажучи, є нестійкою при частотах вимушеної сили $\omega = 2p, \omega = \frac{2}{3}p, \omega = \frac{2}{5}p$ і т.д. по відношенню до можливої малої несиметрії пружної характеристики. Для нелінійної системи поблизу вказаних точок перетину у відповідних зонах нестійкості основного режиму реалізуються режими порядку $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ і т.д.

З приводу топології інваріантних кривих при самозбудженні субгармонічних режимів можна зазначити наступне. Використовуючи метод точкових відображень у теорії нелінійних коливань Ю.І. Неймарка [23] можна отримати характерне розбиття фазового простору $(q, \dot{q})$ на траєкторії при самозбудженні субгармонічних режимів різного порядку.

Єдиний основний режим у зоні нестійкості не має своєї області тяжіння, і будь-які початкові умови призводять до субгармонічного режиму того чи іншого порядку. Після переходу границі області нестійкості спочатку з'являється невелика, а потім зростаюча область тяжіння основного режиму за рахунок зменшення області тяжіння субгармонічних режимів.

Системи з поліноміальними пружними характеристиками можна описати наступним чином:

$$f(q) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n q^n, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (48)$$

Використовуючи спосіб прямої лінеаризації, запропонований Я.Г. Пановком [24], визначимо частоту вільних коливань для симетричної системи (48), яка адекватно описує пружні властивості культиваторних лап з пружними підвісками, що мають у своєму складі одну плоску пружину:

$$p^2(a) = \alpha_1 + \frac{5}{7} \alpha_3 a^2 + \frac{5}{9} \alpha_5 a^4 + \dots, \quad (49)$$

де a – амплітуда нелінійних коливань системи.

Розглянемо приклад, заснований на використанні співвідношення (49):

$$f(q) = \tilde{a} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}q\right), \quad 0 \leq |q| \leq 1. \quad (50)$$

Розкладемо функцію (50) у ряд, згідно (49), для системи з характеристикою (50) маємо наступне значення квадрата частоти вільних коливань:

$$p^2 = \tilde{a} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi^3}{2^3} \cdot a^2 + \frac{5}{9} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{\pi^5}{2^5} a^4 + \dots \right). \quad (51)$$

Стосовно областей тяжіння періодичних режимів у системі з одним ступенем вільності руху з нелінійними пружними характеристиками гладкого типу можна зазначити наступне.

У роботі [18] розглянуті області тяжіння періодичних режимів у системі з різними кусково-лінійними пружними характеристиками, для яких раніше були отримані еталонні розв'язки. Ці ж питання можна вирішити й для системи з гладкими нелінійними пружними характеристиками, не застосовуючи при цьому кусково-лінійної апроксимації, а безпосередньо використовуючи чисельне інтегрування на ПЕОМ й метод точкових відображень.

Зазначимо, що побудова областей тяжіння для системи з неперервними нелінійними характеристиками не представляє ніякий принципових труднощів. Крім того, у системах з «близькими» пружними характеристиками, але заданими за допомогою різних аналітичних виразів, топологія областей тяжіння якісно подібна й близька кількісно.

У якості методу дослідження можна застосувати стробоскопічний варіант методу точкових відображень з відображенням через період вимушеної сили; інтегрування на періоді можна здійснити, використовуючи δ -метод чи метод Рунге-Кутта [18].

Аналіз коливань у системі з несиметричною триланцюговою пружною характеристикою. Розглянемо можливість виникнення коливань у пружних підвісках культиваторних лап, до складу яких входять дві пружини (плоска та циліндрична).

Зведену пружну характеристику таких систем можна умовно подати у наступному вигляді:

$$f(x) = \begin{cases} p_2^2 x - (p_2^2 - p_1^2) \Delta_1, & x = \Delta_1, \\ p_1^2 x, & -\Delta_2 \leq x \leq \Delta_1, \\ p_3^2 x + (p_3^2 - p_1^2) \Delta_2, & x \leq -\Delta_2, x \equiv q. \end{cases} \quad (52)$$

Співвідношення між p_1, p_2 й p_3 можуть бути довільні. Як правило у культиваторних лапах з таким типом пружної підвіски $\Delta_2 \rightarrow 0$. Але для узагальнення отриманих результатів ми розглянемо тут випадок $\Delta_2 \neq 0, (\Delta_1, \Delta_2) > 0$.

Спочатку розглянемо вільні коливання, можливі у такій системі, та їх основні характеристики (амплітуди, частоти, періоди). Зокрема, період вільних коливань, які охоплюють усі три ділянки (52), $T = 2(t_1 + t_2 + t_3)$, можна визначити зі співвідношень:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{p_1} \left(\pi - \arctg \sqrt{\left(\frac{a_1}{\Delta_1} - 1\right)(1 - \beta_2)} - \right. \\ \quad \left. - \arctg \sqrt{\left(\frac{a_2}{\Delta_2} - 1\right)(1 + \beta_3)} \right), \\ t_1 = \frac{1}{p_2} \arccos\left(\frac{1}{\beta_2}\right), \quad t_3 = \frac{1}{p_3} \arccos\left(\frac{1}{\beta_3}\right). \end{cases} \quad (53)$$

У цих виразах:

$$\beta_i = 1 + \frac{p_i^2}{p_1^2} \left(\frac{a_{i-1}}{\Delta_{i-1}} - 1 \right), \quad i = (2, 3). \quad (54)$$

Частота вільних коливань із врахуванням [18] має вигляд:

$$p = \pi / (t_1 + t_2 + t_3) \quad (55)$$

Залежність між максимальним відхиленням a_1 та a_2 має наступний вигляд:

$$a_1 = \left(1 - \frac{p_1^2}{p_3^2}\right) \Delta_2; \quad a_2 = \left(\frac{p_1^4}{p_3^4} \Delta_2^2 - \frac{p_1^2}{p_3^2} (\Delta_2^2 - 2\Delta_1 a_1 + \Delta_1^2) + \frac{p_2^2}{p_3^2} (a_1 - \Delta_1)^2\right)^{1/2} \quad (56)$$

Слід зазначити, що подібні співвідношення отримані й у [18], але мають численні помилки й невідповідності, які усунені у (56).

При збільшенні розмаху коливань частота вільних коливань у таких системах прямує до $p = \frac{2p_1 p_3}{(p_1 + p_3)}$, а області тяжіння періодичних режимів (при дослідженні вимушених коливань) близькі до тих, які виникають у системах з білінійною пружною характеристикою.

Висновки

1. Теоретичний аналіз руху ґрунтообробних робочих органів на пружній підвісці можливо виконувати, базуючись на розривній моделі автоколивань. Отримані таким чином залежності містять основні конструктивні та експлуатаційні параметри і дозволяють використовувати розрахунки динамічних деформацій і напружень у елементах при проектуванні, що сприяє більш точному прогнозування механічної надійності за раптовим або втомним руйнуванням (особливо при додатковому врахування ще й низки стохастичних факторів, що впливають на процеси динамічного навантаження у реальній експлуатації).

2. Для аналізу коливань подібних механічних систем перш за все необхідно мати пружну характеристику цієї системи, тобто графічну або аналітичну залежність між статичним навантаженням на систему (F) й відповідним цьому навантаженню переміщенням (q). Аналіз пружних характеристик конструкцій коливних систем показав, що системи які мають один пружний елемент, мають і лінійний характер відновлюючої сили. Конструкції, які складаються з кількох пружних елементів, мають нелінійну залежність між прикладеним навантаженням й переміщенням. Проаналізувавши усі вище перераховані системи, що складаються з кількох пружних елементів, автори даного дослідження у змозі припустити, що використання нелінійної характеристики системи, зокрема, кусково-лінійної, покращує енергетичні й агротехнічні показники пружної підвіски.

3. Пружна підвіска робочих органів культиватора дозволяє при правильному виборі її параметрів значно покращити енергетичні й агротехнічні показники якості роботи культиватора за рахунок (субгармонічних) коливань робочого органа. Застосування пружної підвіски з нелінійною

характеристикою відновлюючої сили дозволяє забезпечувати (субгармонічні) коливання й високі значення показників якості у широкому діапазоні змін умов роботи (глибини обробітку, твердості, вологості ґрунту та ін.). Тому переважна більшість сучасних культиваторів забезпечені саме такою підвіскою. Для розрахунку параметрів пружної підвіски з нелінійною характеристикою відновлюючої сили може бути застосована теорія коливань суттєво нелінійних систем.

4. Для систем з різними видами нелінійних несиметричних пружних характеристик при певних співвідношеннях параметрів мають місце явища самозбудження субгармонічних коливань при різних видах симетричної вимушеної сили. Неважко впевнитись у тому, що й несиметричні вимушені сили при дії на систему з симетричною пружною характеристикою призводять до того ж ефекту.

5. Для систем з неправильними нелінійними характеристиками, які описують пружні підвіски культиваторних лап, у яких присутня лише плоска пружина мають області тяжіння періодичних режимів такі ж, як і у систем, що описуються «близькими» пружними характеристиками, але заданими за допомогою різноманітних аналітичних виразів, а топологія областей тяжіння якісно подібна й близька кількісно. Останній факт не є загально визнаним, оскільки при використанні наближених методів для дослідження нелінійних систем у ряді випадків роблять необґрунтовані висновки про можливість чи неможливість існування тих чи інших періодичних режимів, зокрема субгармонічних, у залежності від виду математичного запису пружної характеристики. Зокрема, у деяких роботах стверджується, що показник степеня у поліноміальній пружній характеристиці визначає можливий порядок субгармонічних режимів. З точки зору авторів даного дослідження, це помилкове твердження.

6. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й удосконалення існуючих інженерних методів розрахунку культиваторних лап з пружною підвіскою, здатних підтримувати субгармонічні коливання, як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації (з метою отримання енергоощадних робочих органів).

Список літератури

1. Краснощеков Н. В., Котов П. М. К обоснованию жёсткости упругой стойки рабочих органов против эрозионного культиватора КПЭ-3,8. Исследование и совершенствование почвообрабатывающих машин. Москва. 1971. С. 161–170.
2. Рябцев Г. А. Технологические показатели работы культиваторов с упругой подвеской. Вестник сельскохозяйственной науки. 1970. № 12. С. 84–85.
3. Рябцев Г. А. Работа культиватора с упругой подвеской лап на повышенных скоростях. Техника в сельском хозяйстве. 1974. № 6. С. 84–85.
4. Кушнарёв А. С., Волков Л. Н., Базаров В. П. К вопросу снижения тягового сопротивления и

улучшение агротехнический показателей культиваторов с упругой подвеской рабочих органов. Научные основы проектирования сельскохозяйственных машин. Ростов. РостИСХМ. 1980. С. 77–85.

5. Кушнарёв А., Шевченко И., Дюжаев В., Кушнарёв С. Механика взаимодействия рабочих органов на упругой подвеске с почвой. Техника АПК. 2008. №8. С. 22–25.

6. Шевченко И. Экспериментально-теоретическое обоснование параметров рабочих органов с упругими стойками культиваторов для предпосевной обработки почв: Дис. ... канд. техн. наук. Москва. 1988. 176 с.

7. Кушнарёв С. А. Обоснование энергосберегающих технологических процессов обработки почв и параметров упругих рабочих органов для условий южной степной зоны Украины: Дис. ... канд. техн. наук. Глеваха, 1998. 194 с.

8. Дюжаев В. П. Построение математической модели колебательной системы рабочий орган-почва. Труды ТГАА. Мелитополь, 1998. Т. 5. С. 77–82.

9. Войтюк Д. Г., Човнюк Ю. В., Діктерук М. Г., Гуменюк Ю. О., Гуцол О. П. Виникнення параметричних коливань та резонансів культиваторів з пружною підвіскою робочих органів. Міжвідомчий науковий збірник. Глеваха, 2013. Вип. 98. Том 1. С. 376–384.

10. Базаров В. П. Дополнительный упругий элемент и его влияние на упругую подвеску. Конструирование и технология производства сельскохозяйственных машин. 1980. №10. С. 9–11.

11. Бидерман В. П. Теория колебаний. Москва. Высшая школа. 1980. 408 с.

12. Бабаков И. М. Теория колебаний. Москва. Наука, 1965. 559 с.

13. Войтюк Д. Г., Човнюк Ю. В., Діктерук М. Г., Гуменюк Ю. О., Гуцол О. П. Физико-механический анализ автоколебательных режимов работы вибрационной рыхлительной лапы культиватора. Вібрації в техніці та технологіях. 2012. Вип. 4(68). С. 24–30.

14. Гринченко О. С., Алфьоров О. І., Савченко В. Б., Юр'єва Г. П. Теоретичний аналіз автоколивань ґрунтообробних органів на пружній підвісці з урахуванням стохастичних факторів. Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. 2016. № 5. С. 222–226.

15. Гринченко А. С., Алфьоров А. И. Теоретические модели функционирования и обеспечения механической надежности культиваторов с подпружиненными рабочими органами. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Кіровоград, 2015. Вип. 45. Частина І. С. 205–212.

16. Василенко Н. В. Теория колебаний. Киев. Высшая школа. 1992. 430 с.

17. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. Москва. Наука, 1980. 272 с.

18. Закрыжевский М. В. Колебания существенно-нелинейных механических систем. Рига: Зинатне, 1980. 190 с.

19. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. Москва. Мир, 1968. 432 с.

20. Хвингия М. В. Колебания и устойчивость упругих систем машин и приборов. Тбилиси. Мециниереба, 1974. 284 с.

21. Закржевский М. В., Иванов Ю. М., Федоренко А. Н. Самовозбуждение субгармонических колебаний в неавтономной колебательной системе с билинейной упругой характеристикой. В кн.: Виброзащита человека-оператора и колебания в машинах. Москва. Наука, 1977. С. 376–384.

22. Кобринский А. Е. Механизм с упругими связями. Москва. Наука, 1964. 390 с.

23. Неймарк Ю. И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. Москва. Наука, 1972. 472 с.

24. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. Москва. Машиностроение, 1967. 316 с.

References

1. Krasnoshchekov, N. V., Kotov, P. M. (1971). To justify the stiffness of the elastic working organs stand against the erosion of the cultivator KPE-3,8. Research and development of tillage machines. Moscow. 161-170.

2. Ryabtsev, G. A. (1970). Technological performance of cultivators with an elastic suspension. Journal of farm Sciences. No 12. 84-85.

3. Ryabtsev, G. A. (1974). Work of cultivators with an elastic suspension legs at high speeds. Equipment in agriculture. No 6. 84-85.

4. Kushnarev, A. C., Volkov, L. N., Bazarov, V. P. (1980). The issue of reducing the traction resistance and improved agronomic performance of the cultivators with an elastic suspension of working bodies. Scientific bases of designing of agricultural machines. Rostov. Rascism. 77-85.

5. Kushnarev, A., Shevchenko, I., Dugaev, V., Kushnarev, S. (2008). Mechanics of interaction of working bodies on an elastic suspension with the soil. Technique APK. No 8. 22-25.

6. Shevchenko, I. (1988). Experimentally-theoretical substantiation of parameters of working bodies with elastic stands cultivators for pre-sowing treatment of soil: Dis. kand. tech. Sciences. Moscow. 176.

7. Kushnarev, S. A. (1998). Substantiation of power saving processing of soil and the elastic parameters of working bodies for the conditions of southern steppe zone of Ukraine: Dis. kand. tech. Sciences. Glevaha, 194.

8. Dugaev, V. P. (1998). Mathematical model of the oscillating system working on the soil. Proceedings of TGAA. Melitopol', Vol. 5. 77-82.

9. Voytyuk, D. G., Chovnyk, Yu. V., Dickery, M. G., Gumenyuk, A. Y., Gutsol, O. P. (2013). Occurrence of parametric vibrations and resonances of the cultivators with an elastic suspension of working bodies. The interdepartmental scientific collection. Glevaha, Vol. 98. Volume 1. 376-384.

10. Bazarov, V. P. (1980). Additional elastic element and its influence on the elastic suspension. Design and production technology of agricultural machinery. No 10. 9-11.

11. Biderman, V. P. (1980). Theory of oscillations. Moscow. High school. 408.

12. Babakov, S. M. (1965). Theory of vibrations. Moscow. Nauka, 559.

13. Voytyuk, D. G., Chovnyk, Yu. V., Dickery, M. G., Gumenyuk, A. Y., Gutsol, O. P. (2012). Physico-mechanical analysis of self-oscillating modes of vibration loosening the clutches of the cultivator. Vibration in engineering and technology. Vol. 4(68). 24-30.

14. Grinchenko, A. S., Alferov, A. I., Savchenko, V. B., Yuriev, G. P. (2016). Theoretical analysis for oscillation tillage bodies on an elastic suspension with the consideration of stochastic factors. Technical services agricultural, forestry, and transport complexes. No 5. 222-226.

15. Grinchenko, A. S., Alferov, A. S. (2015). Theoretical models of functioning and ensure mechanical reliability of cultivators with spring tines. The national interdepartmental scientific-technical collection. Kirovograd, Vol. 45. Part. 205-212.

16. Vasilenko, N. V. (1992). Theory of oscillations. Kiev. High school. 430.

17. Panovko, J. G. (1980). Introduction to the theory of mechanical vibrations. Moscow. Nauka, 272.

18. Zakrzewski, N. V. (1980). Vibrations of essentially nonlinear mechanical systems. Riga: Zinatne, 190.

19. Hayashi, T. (1968). Nonlinear oscillations in physical systems. Moscow. Mir, 432.

20. Khvingia, M. V. (1974). Vibrations and stability of elastic systems and machines. Tbilisi. Marinieres, 284.

21. Zakrzewski, N. V., Ivanov, Yu. M., Fedorenko, A. N. (1977). The self-excitation of subharmonic oscillations in a nonautonomous oscillatory system with bilinear elastic characteristic. In the book: Protection of the human operator and the fluctuations in the machines. Moscow. Science, 376-384.

22. Kobryn, A. E. (1964). Mechanism with elastic links. Moscow. Science, 390.

23. Neimark, Yu. S. (1972). The method of point mappings in the theory of nonlinear oscillations. Moscow. Science, 472.

24. Panovko, J. G. (1967). Fundamentals of applied theory of elastic vibrations. Moscow. Mechanical engineering, 316.

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ГРУНТОМ ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩИХ РАБОЧИХ ОРГАНОВ НА УПРУГОЙ ПОДВЕСКЕ

Д. Г. Войтюк, Ю. О. Гуменюк, Ю. В. Човнюк

Аннотация. Проведен физико-механический анализ процессов взаимодействия рабочих органов почвообрабатывающих машин на упругой подвеске с обрабатываемой средой. Теоретически рассмотрены возможные колеблющиеся движения рабочих органов типа субгармонических колебаний в зависимости от нелинейной упругой характеристики подвески. Установлены основные характеристики субгармонических колебаний: амплитуды, частоты, условия возникновения, устойчивость основного решения. Анализ подобных механических систем проведен с использованием их упругой характеристики, то есть графической или аналитической зависимости между статической нагрузкой на систему (F) и соответствующему этой нагрузке перемещению (q). Анализ упругих

характеристик конструкций колеблющихся систем показал, что те системы, которые имеют один упругий элемент (пружину), имеют и линейный характер восстанавливающей силы. Конструкции, состоящие из нескольких упругих элементов (плоская и цилиндрическая пружины), имеют нелинейную зависимость между приложенной нагрузкой и перемещением. Использование нелинейной характеристики системы, в частности, кусочно-линейной, существенно улучшает энергетические и агротехнические показатели упругой подвески при обработке почвы. В качестве метода анализа использован метод подгонки и подходы, развитые профессором Закржевским М.В.

Ключевые слова: анализ, моделирование, взаимодействие, рабочий орган, сельскохозяйственные машины, упругая подвеска, почва.

PHYSICO-MECHANICAL ANALYSIS AND MODELING OF INTERACTION SOIL TILLAGE WORKING BODIES ON ELASTIC SUSPENSION

Voytyuk D. G., Gomeniuk Yu. O., Chovnyuk Yu. V.

Abstract. Physical-mechanical analysis of processes of interaction of tillage tools of cultivators is equipped with a spring suspension with a treated environment was carried out. Theoretically, considered possible oscillatory movements of tillage tools such as subharmonic oscillations, depending on the nonlinear elastic characteristics of the suspension. The basic characteristics of subharmonic oscillations are established: amplitudes, frequencies, conditions of origin, stability of the basic solution. An analysis of such mechanical systems is carried out using their elastic characteristics, that is, the graphical or analytical relationship between the static load on the system (F) and the corresponding displacement load (q).

The analysis of the elastic characteristics of the structures of oscillatory systems has shown that those systems that have one elastic element (a spring) also have a linear nature of the restoring force. Structures that consisting with several elastic elements (flat and cylindrical springs) have a nonlinear relationship between applied load and displacement. The use of nonlinear characteristics of the system, in particular, lump-linear, significantly improves the energy and agro-technical parameters of the elastic suspension during the processing of soils. As a method of analysis, the method of attachment and approaches developed by professor Zakrzewski M.V.

Key words: analysis, modeling, interaction, tillage tool, agricultural machines, spring suspension, soil.

