УДК 665.33.001.73

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ОБРОБКИ ЗЕРНА РІПАКУ В ЩІЛЬНОМУ ШАРІ З ІНУКЦІЙННИМ НАГРІВОМ

В.П. Лисенко, *кандидат технічних наук*
Д.С. Комарчук, *аспірант* *
Національний університет біоресурсів і природокористування України

Створено математичну модель процесу нагріву зерна ріпаку при кондуктивному підводі тепла з індукційним нагрівом, враховуючи розподіл температури в напрямку руху дисперсного матеріалу.

Вступ. Останнім часом з'явилась чітка тенденція попереднього нагрівання олійної сировини перед подачею її на пресування [11,21,22]. Забезпечення рекомендованих температур підвищує вихід олії і збільшує строк експлуатації переробного обладнання [3,4,5]. Перевагою такої технології є рівномірність нагрівання дисперсного матеріалу в шарі при постійному перемішуванні. Однак технічне виконання і апаратурна реалізація кондуктивного способу нагріву на дисковій тепловиділяючій поверхні знижує енергетичну ефективність процесу через наявність теплових втрат природної конвекції і випромінювання в оточуюче середовище та стінки апарату. Крім того, мають місце недоліки елементного електронагріву робочої поверхні.

Методика дослідження та його результати. Для виключення вказаних недоліків і підвищення енергетичної ефективності процесу нами пропонується новий спосіб термообробки дисперсного матеріалу з індукційним способом підведення енергії до поверхонь нагріву [18]. Сутність способу полягає в тому, що в циліндричному каналі подачі дрібнодисперсного матеріалу до прес-екструдера встановлюють, з можливістю обертання, стрижневі феромагнітні елементи, а на зовнішній поверхні зерноведучого каналу розміщують індуктор [7,8,17,19]. Електрична енергія, підведена до індуктора виділяється в нагрівальних елементах у шарі зерна і практично повністю передається зерновому матеріалу, а конвективні та радіаційні складові також поглинаються зерном.

Пропонована установка для термообробки насіння ріпаку [18] може забезпечити необхідну температуру, але виникає потреба у створенні математичної моделі для дослідження теплових процесів, які відбуваються в ній та визначення впливу технологічних параметрів установки на кінцеву температуру насіння ріпаку.

Кількісний опис динаміки теплової складової процесу обробки дисперсного матеріалу (насіння ріпаку) в апараті проточного типу з електромагнітними нагрівальними елементами можна скласти, виходячи з такого механізму теплообміну [1,6,16]: теплота, що виділяється в нагрівальному елементі (стержень в електромагнітному полі), передається шляхом складного теплообміну (конвекцією через внутрішньошарове повітря, теплопередачею при прямому контакті насіння і стержнів, випромінюванням за рахунок багатократного поглинання і відбивання променевої енергії безпорядково розташованими частинами) дисперсному матеріалу за нестаціонарних умов із урахуванням його продольного перемішування відносно поверхні нагрівачів; отримана матеріалом теплота витрачається на підвищення його температури і випаровування вологи (залишкової); при перемішуванні матеріалу частина теплоти передається стінкам корпусу, витрачається на її нагрівання і частково передається через обмотку індуктора до оточуючого середовища; при цьому обмотка індуктора підвищує свою температуру. Перенесення вологи, що виділяється з поверхні матеріалу в міжагрегатний повітряний простір шару матеріалу відбувається шляхом дифузійного масообміну і далі через проточні проміжки між частинками до зовнішнього середовища.

Тепловий баланс у динаміці для нескінченно малого елементу нагрівача заповненого дисперсним матеріалом, що рухається вздовж нагрівачів (при одночасному перемішуванні) для кожного із наступних динамічних елементів: стержень, зерновий матеріал; повітряна частина (міжзерновий простір), корпус агрегату, обмотка індуктора, запишемо (для елементарного об'єму висотою dx) у напрямку руху матеріалу:

$$dQ_1 = dQ_{н.с.} + dQ_{с.з.} + dQ_{с.п.}, \tag{1}$$

$$dQ_{с.з.} = dQ_{н.з.} + dQ_{в.в.} + dQ_{з.к.} + dQ_{з.п.}, \tag{2}$$

$$dQ_{с.п.} + dQ_{з.п.} = dQ_{н.п.} + dQ_{п.к.}, \tag{3}$$

$$dQ_{з.к.} = dQ_{н.к.} + dQ_{н.і.} + dQ_{і.о.}, \tag{4}$$

де Q_1 – теплота, що виділяється в нагрівальних елементах;

$Q_{н.с.}$ – теплота, що витрачається на збільшення температури нагрівальних елементів;

$Q_{с.з.}$ – теплота, що передається матеріалу, від нагрівальних елементів;

$Q_{с.п.}$ – теплота, яку отримує повітря у між зерновому просторі;

$Q_{н.з.}$ – теплота яку отримує матеріал, на підвищення його температури;

$Q_{в.в.}$ – теплота яка витрачається на випаровування вологи;

$Q_{з.п.}$, $Q_{з.к.}$ – кількість теплоти, що передається від зерна до повітря і корпусу апарату;

$Q_{н.п.}$ – теплота, що витрачається на нагрівання повітря в між зерновому просторі;

$Q_{п.к.}$ – теплота, що передається від повітря до стінки корпусу;

$Q_{з.к.}$, $Q_н$ – теплота, яка передається корпусу;

$Q_{н.к.}$, $Q_{н.і.}$ – кількість теплоти, що витрачається на нагрівання корпусу та індуктора;

$Q_{і.о.}$ – теплота, що витрачається в оточуюче середовище.

Таким чином, об'єкт, що моделюється, представлено чотирма динамічними елементами — тепловими ємностями.

Перед розкриттям складових рівнянь теплового балансу приймемо звичайні для одномірного випадку спрощуючі припущення:

— градієнт температур по перетину (радіусу) потоку матеріалу, стержнів, стінки корпусу і індуктора має дуже мале (незначне) значення і ним можна знехтувати, тобто вклад теплопровідності в розрахунки буде незначний у порівнянні ефективною теплопередачею. Тим самим приймаємо рівномірне поле температур уздовж радіусу камери, що дозволяє звести розгляд динамічної задачі до одномірного випадку;

— передача теплоти шляхом теплопровідності в напрямку руху потоку матеріалу незначна і нею можна знехтувати;

— теплофізичні параметри всіх елементів об'єкту від температури не залежать і в часі не змінюються;

— тепловиділення в першому наближенні приймається постійним;

— враховуючи інтенсивне тепло підведення і перемішування матеріалу нагрітими стержнями, температура окремих зерен приймається однаковою на поверхні і в центрі;

— ефекти випромінювання, провідність в просторі між стержнями і конвекційний перенесення враховується коефіцієнтом теплопередачі:

$$\alpha_{еф} = \alpha_к + \alpha_\lambda + \alpha_в, \tag{5}$$

де $\alpha_к$ – коефіцієнт теплообміну конвекцією;

α_λ – коефіцієнт теплообміну теплопровідністю;

$\alpha_в$ – коефіцієнт теплообміну випромінюванням.

Окремі складові коефіцієнта еквівалентного теплообміну можна визначити так:

$$\alpha_{еф} = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_к} + \frac{\delta}{\lambda_p} + \frac{\delta_n}{\lambda}}, \tag{6}$$

де $\lambda_к$ – приведена теплопровідність шару при наявності конвективного потоку повітря крізь шар дисперсного матеріалу;

$\lambda_р$ – ефективна радіаційна теплопровідність;

λ – коефіцієнт теплопровідності контактного шару;

δ_1 – половина відстані між стержнями;

δ – товщина повітряного шару.

Визначення коефіцієнтів можна оцінити відомими формулами [13, 15]:

$$\lambda_к = \frac{q\delta}{t_2 - t_1}; \qquad (7)$$

$$\lambda_p = \frac{3{,}46Xt_{ср}d\left(3m\varepsilon_п + (1-m)\varepsilon_м\right)}{1+(1-m)(1-\varepsilon_м)}, \qquad (8)$$

де q – інтенсивність теплового потоку від стержня;

(t_2-t_1) – різниця температур стержня і матеріалу на відстані $\delta/2$;

d – діаметр зерен;

m – порозність шару;

$\varepsilon_п$, $\varepsilon_м$ – ступінь чорноти пари і матеріалу;

$t_{ср}$ – середня температура, $t_{ср}=(t_2-t_1)0{,}5$.

Для виділеного елемента висотою dx, розкриваючи складові теплового балансу (1)—(4) в явному вигляді, опишемо динаміку теплопередачі системою диференціальних рівнянь.

Для стержнів:

$$c_c S_c \rho_c dx d\Theta_c = q_x dx d\tau - \frac{\alpha_{еф} f_e}{H}(\Theta_c - t_з)dx d\tau - \frac{\alpha_н f_e}{H}(\Theta_c - t_v)dx d\tau, \qquad (9)$$

для матеріалу:

$$c_з S_з \rho_з dx dt_з = \frac{\alpha_{еф} f_c}{H}(\Theta_c - t_з)dx d\tau - r_0 c_з S_з \rho_{з0} du dx - - \frac{\alpha_к f_з}{H}(t_з - t_в)dx d\tau - \frac{\alpha_{еф} f_к}{H}(t_з - \Theta_к)dx d\tau, \qquad (10)$$

для повітря в між зерновому просторі:

$$c_p S_з \varepsilon_з \rho_в dx dt_в = \frac{\alpha_к f_c}{H}(t_з - t_в)dx d\tau + \frac{\alpha_к f_c}{H}(\Theta_c - t_в)dx d\tau + \frac{\alpha_к f_к}{H}(t_в - \Theta_к)dx d\tau, \qquad (11)$$

для корпусу з індуктором:

$$c_к S_к \rho_к dx d\Theta_к = \frac{\alpha_{еф} f_к}{H}(t_з - \Theta_к) + \frac{\alpha_к f_к}{H}(t_в - \Theta_к)dx d\tau - \frac{\alpha_з f_{зк}}{H}(\Theta_к - t_0)dx d\tau, \qquad (12)$$

для вологи в зерні:

$$S_з \rho_{з0} du dx = k f_з \left(P_н(t_з) - P_в\right)\frac{1}{H} dx d\tau, \qquad (13)$$

де c_c, $c_з$, c_p, $c_к$ — питома теплоємність відповідно стержнів, матеріалу, повітря, матеріалу корпуса та індуктора;

ρ_c, $\rho_з$, $\rho_в$, $\rho_к$, $\rho_{з0}$ — густина відповідно матеріалу стержнів, зерна, повітря, корпусу, абсолютно сухого тіла;

$q_к$ — питома потужність нагрівачів, ;

S_c, $S_з$, $S_к$ — площа поперечного перетину стержнів, матеріалу, корпусу з індуктором;

ε — порозність шару зерна;

f_c, $f_з$, $f_к$, $f_{кз}$ — площа поверхні стержнів, матеріалу, корпусу внутрішня, індуктора зовнішня;

$\alpha_{еф}$, $\alpha_к$ — коефіцієнт ефективної і конвективної тепловіддачі;

H — висота нагрівача;

x — координата в напрямку руху матеріалу;

τ — час;

Θ_c, $t_з$, $t_в$, $\Theta_к$, t_0— температура, відповідно стержнів, матеріалу, повітря, корпусу, оточуючого середовища;

u — вологість матеріалу;

r_0 — питома теплота пароутворення;

k — коефіцієнт масообміну;

$P_н$, $P_в$, — парціальний тиск насиченого повітря при температурі поверхні матеріалу і в повітрі.

Використовуючи методику запису диференціальних рівнянь у частинних похідних, зробимо відповідне перетворення рівнянь (9—13).

Розкриємо повний диференціал температури стержня в рівнянні (9):

$$d\Theta_c = \frac{\partial\Theta_c}{\partial\tau}d\tau + \frac{\partial\Theta_c}{\partial x}dx. \tag{14}$$

Враховуючи, що $\frac{\partial x}{\partial\tau} = \upsilon_c = 0$, $S_c\rho_з H = n$,

де: υ_c – швидкість переміщення;

$\frac{d\Theta_c}{d\tau} = \frac{\partial\Theta_c}{\partial\tau}$, перепишемо рівняння (9) у вигляді:

$$m_c c_c \frac{\partial\Theta_c}{\partial\tau} = q_x - \alpha_{еф} f_c(\Theta_c - t_з) - \alpha_к f_з(\Theta_c - t_v). \tag{15}$$

Розкриємо повний диференціал температури зерна: $dt_з = \frac{\partial t_з}{\partial\tau}d\tau + \frac{\partial t_з}{\partial x}dx$, розділимо рівняння на dx: $\frac{dt_з}{dx} = \frac{dt_з}{d\tau}\frac{d\tau}{dx} + \frac{dt_з}{dx}$; позначимо $\frac{dx}{d\tau} = \upsilon_з -$ швидкість руху зерна.

Тоді градієнт температури виразиться рівнянням $\frac{dt_з}{dx} = \upsilon_з\frac{\partial t_з}{\partial\tau} + \frac{\partial t_з}{\partial x}$.

Підставляючи отримане значення в рівняння (13) і використовуючи очевидні співвідношення: продуктивність $G_з = \upsilon_з S_з \rho_з$, об'ємом шару $V_з = SH$, маса зерна $m_з = V_з\rho_з$ перепишемо рівняння (10) в вигляді:

$$c_з m_з \frac{\partial t_з}{\partial\tau} + c_з G_з H\frac{\partial t_з}{\partial x} = \alpha_{еф} f_c(\Theta_c - t_з) - \alpha_к f_з(t_з - t_в) - \alpha_{еф} f_к(t_з - \Theta_к) - r_0 m_{з0}\frac{\partial u}{\partial\tau} - c_з G_з H\frac{\partial u}{\partial\tau}. \tag{16}$$

Аналогічним чином перетворюємо рівняння (11-13):

$$m_в c_p \frac{\partial t_в}{\partial\tau} = \alpha_к f_c(t_з - t_в) + \alpha_к f_c(\Theta_c - t_в) + \alpha_к f_к(t_в - \Theta_к), \tag{17}$$

$$(m_к c_к + m_i c_i)\frac{\partial\Theta_к}{\partial\tau} = \alpha_{еф} f_к(t_з - \Theta_к) + \alpha_к f_к(t_в - \Theta_к) - \alpha_к f_{кз}(\Theta_к - t_0), \tag{18}$$

$$m_{0з}\frac{\partial u}{\partial\tau} + G_{з0}H\frac{\partial u}{\partial x} = kf_з(P_н(t_з) - P_v). \tag{19}$$

Отже, отримано математичну модель теплових процесів в нагрівачі у вигляді п'яти диференціальних рівнянь в часткових похідних відповідно до кількості теплових ємностей елементарних ланок.

Для певного спрощення рішення задачі безперервного нагріву зерна в процесі руху, залишаючись однак в практично допустимих межах, проведено зниження порядку диференціальних рівнянь.

Математичним обґрунтуванням фізики теплообміну наведених вище рівнянь є такі додаткові умови:

1) ефекти теплопровідності та випромінювання в радіальному (по відношенню вісі стержня) можуть бути враховані еквівалентним коефіцієнтом тепловіддачі, визначеними експериментально. Накопиченням теплоти в малому об'ємі затисненого повітря можна знехтувати, тобто віднести його теплоємність до теплоємності всього шару матеріалу.

2) оскільки обмотка індуктора конструктивно виконана як одне ціле із корпусом, а сам індуктор є тепловиділяючим елементом, то збільшенням тепло-

вмісту конструкції за рахунок тепловіддачі від рухомого шару зерноматеріалу також можна знехтувати.

3) для замикання системи рівнянь при виключенні із розряду похідних, залишаються алгебраїчні рівняння зв'язку між параметрами, що приблизно відображають хід процесу; рівняння (19) фактично описує збільшення швидкості сушіння при збільшенні температури зерна, що за незначної вологості (6—8%) не відповідає даним експериментів, оскільки швидкість сушіння в часі зменшується. Прийняття припущення про пропорційність швидкості сушіння швидкості нагріву буде практично виправдане; останнє припущення дає можливість використати в розрахунках критерій Ренбіндера $Rb = \frac{cd\Theta}{rdu}$ і зробити відповідну заміну $du = \frac{c}{rRb}dt_з$ в рівнянні (16).

Таким чином, з урахуванням уведених додаткових умов, спрощуючих математичний опис процесів теплообміну, динаміку теплових процесів проточного нагрівача зерна представимо математичною моделлю у вигляді двох диференціальних рівнянь у часткових похідних і алгебраїчних рівнянь зв'язку (тобто, як двоємнісний об'єкт):

$$\begin{cases} m_c c_c \dfrac{\partial \Theta_c}{\partial \tau} = P_н \eta - \alpha_{еф} f_c(\Theta_c - t_з) - \alpha_к f_з(\Theta_c - t_в), \\ c_з' m_з' \left(1 + \dfrac{1}{Rb}\right)\dfrac{\partial t_з}{\partial \tau} + c_з G_з H \left(1 + \dfrac{1}{Rb}\right)\dfrac{\partial t_з}{\partial x} = \alpha_{еф} f_c(\Theta_c - t_з) - \alpha_к f_з(\Theta_c - t_в) - \alpha_{еф}' f_к(t_з - \Theta_к). \end{cases} \tag{20}$$

$$\begin{cases} \alpha_к f_з(t_з - t_в) + \alpha_к f_c(\Theta_c - t_в) + \alpha_к' f_к(t_в - \Theta_к) = 0, \\ \alpha_{еф}' f_к(t_з - \Theta_к) + \alpha_к f_к(t_в - \Theta_к) - \alpha_к f_к(\Theta_к - t_0) = 0. \end{cases} \tag{21}$$

У системі рівнянь (20), чотири невідомі: Θ_c, $\Theta_з$, $t_в$, $\Theta_к$. Величини температур повітря і корпусу визначимо із системи рівнянь (21):

$$t_в = e_1 t_з + e_2 \Theta_c + e_3 t_0, \tag{22}$$

$$\Theta_к = e_4 t_з + e_5 t_0 + e_6 \Theta_c, \tag{23}$$

де:

$$e_1 = \frac{\dfrac{\alpha_к f_з}{\alpha_к f_з + \alpha_к f_c - \alpha_к' f_к} - \dfrac{\alpha_к' f_к}{\alpha_к f_з + \alpha_к f_c - \alpha_к' f_к}\,\dfrac{\alpha_{еф} f_к}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}}}{L + \dfrac{\alpha_к' f_к}{\alpha_к f_з + \alpha_к f_c - \alpha_к' f_к}\,\dfrac{\alpha_к f_к}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}}};$$

$$e_2 = \frac{\dfrac{\alpha_к f_c}{\alpha_к f_з + \alpha_к f_c - \alpha_к' f_к}}{1 + \dfrac{\alpha_к' f_к}{\alpha_к f_з + \alpha_к f_c - \alpha_к' f_к}\,\dfrac{\alpha_к f_к}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}}};$$

$$e_3 = \frac{\dfrac{\alpha_к' f_к \alpha_к f_{к0}}{\left(\alpha_к f_з + \alpha_к f_с - \alpha_к' f_к\right)\left(\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}\right)}}{1 + \dfrac{\alpha_к' f_к \alpha_к f_к}{\left(\alpha_к f_з + \alpha_к f_с - \alpha_к' f_к\right)\left(\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}\right)}};$$

$$e_4 = \frac{\alpha_{еф}' f_к}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}} + \frac{\alpha_к f_к e_1}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}};$$

$$e_5 = \frac{\alpha_к f_{к0}}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}} + \frac{\alpha_к f_к e_2}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}};$$

$$e_6 = \frac{\alpha_к f_к e_2}{\alpha_{еф} f_к + \alpha_к f_к + \alpha_к f_{к0}}.$$

Підставляючи значення t_v і Θ_k із (20) після перетворень отримаємо:

$$\begin{cases} T_1 \dfrac{\partial \Theta_c}{\partial \tau} = P\eta - \dfrac{a_1}{b_1}\Theta_c + \dfrac{c_1}{b_1} + t_з; & (24) \\ T_2 \dfrac{\partial \Theta_з}{\partial \tau} + T_x \dfrac{\partial t_з}{\partial x} = -\dfrac{b_2}{a_2} t_з + \dfrac{c_2}{a_2} + \Theta_c. & (25) \end{cases}$$

У рівняннях (24) і (25) позначено:

$a_1 = \alpha_{еф} + \alpha_к f_з - \alpha_к f_з e_2$;

$b_1 = \alpha_{еф} f_c + \alpha_к f_з e_1$;

$c_1 = \alpha_к f_з e_3 t_0$;

$a_2 = \alpha_{еф} f_c + \alpha_к f_з e_2 + \alpha_{еф} f_к e_6$;

$b_2 = \alpha_{еф} f_c + \alpha_к f_з + \alpha_{еф}' f_к + \alpha_к f_з e_1 + \alpha_{еф} f_к e_4$;

$c_2 = \alpha_к f_з e_3 + \alpha_{еф} f_к e_5$;

$T_1 = \dfrac{m_c c_c}{b_1}$;

$T_2 = \dfrac{\left(c_з m_з + c_в m_в\right)\left(Rd + 1\right)}{Rba_2}$;

$T_x = \dfrac{c_з G_з H\left(Rd + 1\right)}{Rba_2}$.

Оскільки система рівнянь (24)—(25) суто аналітичного розв'язку не має, будемо шукати приблизне рішення.

Розглянемо сталий режим роботи нагрівача, тобто приймемо $\partial\Theta/d\tau = 0$, $\partial t_з/d\tau = 0$ і отримаємо статичну характеристику нагрівача — розподіл температури зерна за висотою камери нагріву у вигляді звичайного диференціального рівняння.

Визначаючи із рівняння (24) величину температури нагрівача Qc і підставляючи отримане значення в (25) отримаємо наступні рівняння:

$$\Theta_c = \frac{b_1}{a_1}P\eta + \frac{b_1}{a_1}\frac{c_1}{b_1} + \frac{b_1}{a_1}t_з, \tag{26}$$

$$T_x\frac{dt_з}{dx} = \frac{-b_2}{a_2}t_з + \frac{c_2}{a_2} + \frac{b_1}{a_1}P\eta + \frac{c_1}{a_1} + \frac{b_1}{a_1}t_з, \tag{27}$$

$$T_x\frac{dt_з}{dx} = -\left(\frac{b_2}{a_2} - \frac{b_1}{a_1}\right)t_з + \frac{c_2}{a_2} + \frac{c_1}{a_1} + \frac{b_1}{a_1}P\eta. \tag{28}$$

Введемо позначення:

$$A = \frac{c_2}{a_2} + \frac{c_1}{a_1} + \frac{b_1}{a_1}P\eta, \tag{29}$$

$$B = \frac{b_2}{a_2} - \frac{b_1}{a_1}. \tag{30}$$

Розв'язок рівняння (28) з урахуванням прийнятих позначень при граничних умовах: $x=0$, $t_з=t_{з1}$ (де: $t_{з1}$ — значення температури зерна на вході в нагрівач) отримаємо:

$$t_з(x) = \frac{A}{B} - \left(\frac{A}{B} - t_{з1}\right)e^{-\frac{B}{Tx}x}. \tag{31}$$

Рівняння (31) визначає розподіл температури зерна в напрямку його руху вздовж гріючих стержнів у сталому режимі.

Визначивши похідну від $t_з(x)$ отримаємо значення температурного градієнта шару зерна:

$$\frac{dt_з}{dx} = \frac{B}{T_x}\left(\frac{A}{B} - t_{з1}\right)e^{-\frac{B}{Tx}x}. \tag{32}$$

Підставимо значення у рівняння (25) і отримаємо рівняння зі звичайними похідними:

$$\begin{cases} T_1\dfrac{d\Theta_c}{d\tau} - c_з + \dfrac{a_1}{b_1}\Theta_c = t_з; & (33) \\ T_2\dfrac{dt_з}{d\tau} + \dfrac{b_2}{a_2}t_з + c_4 = \Theta_c. & (34) \end{cases}$$

де:

$$c_з = P\eta + \frac{c_1}{b_1};$$

$$c_4 = B\left(\frac{A}{B} - t_{з1}\right)e^{-\frac{B}{Tx}x} - \frac{c_2}{a_2};$$

Продиференціюємо рівняння (34) за часом:

$$\frac{d\Theta_c}{d\tau} = T_2\frac{d^2t_з}{d\tau} + \frac{b_2}{a_2}\frac{dt_з}{d\tau}. \tag{35}$$

Підставимо значення Qc та в рівняння (33), після перетворень будемо мати рівняння зміни температури зерна в часі:

$$T_1T_2\frac{d^2t_з}{d\tau^2} + \left(T_1\frac{b_2}{a_2} + \frac{a_1}{b_1}T_2\right)\frac{dt_з}{d\tau} + \left(\frac{a_1}{b_1}\frac{b_2}{a_2} - 1\right)t_з = c_з + \frac{c_2}{a_2}\frac{a_1}{b_1} - \frac{a_1}{b_1}f(x). \tag{36}$$

Перепишемо рівняння (36) у вигляді:

$$A\frac{d^2t_з}{d\tau^2}+B\frac{dt_з}{d\tau}+Ct_з=D_1(x), \tag{37}$$

де: $A=T_1T_2$;

$B=T_1\frac{b_2}{a_2}+\frac{a_1}{b_1}T$;

$C=\frac{a_1}{b_1}\frac{b_2}{a_2}-1$;

$D_1(x)=\frac{c_2}{a_2}\frac{a_1}{b_1}-\frac{a_1}{b_1}f(x)$.

Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння другого порядку отримаємо як суму рішень однорідного рівняння і частинного:

$$t(\tau,x)=c_1e^{r_1\tau}+c_2e^{r_2\tau}+\frac{D_1(x)}{C}, \tag{38}$$

де: c_1, c_2 – сталі інтегрування;

r_1, r_2 – корені характеристичного рівняння:

$$r_{1,2}=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A}.$$

Сталі інтегрування визначимо з початкових умов:

$\tau=0$; $t_з=t_{з0}$; $dt_з/d\tau=0$. Підставляючи значення початкових умов в рівнянні (37) і його похідну будемо мати:

$$\begin{cases} t_{з0}=c_1+c_2+\dfrac{D_1(x)}{C}; \\ 0=c_1r_1+c_2r_2. \end{cases} \tag{39}$$

Звідси:

$$c_1=-r_2\frac{t_{з0}C-D_1(x)}{C(r_1-r_2)};\ c_2=r_1\frac{t_{з0}C-D_1(x)}{C(r_1-r_2)}.$$

Таким чином, рівняння, що визначає зміну температури рухомого шару зерна в часі і за координатою буде мати кінцевий вигляд:

$$t_з(\tau,x)=r_1\frac{t_{з0}C-D_1(x)}{C(r_1-r_2)}\left[r_1e^{r_2\tau}-r_2e^{r_1\tau}\right]+\frac{D_1(x)}{C}. \tag{40}$$

Аналогічно отримаємо рівняння, що визначає зміну температури стержнів Qc(t):

$$\Theta_c(\tau)=r_1\frac{\Theta_{з0}C-D_2}{C(r_1-r_2)}\left[r_1e^{r_2\tau}-r_2e^{r_1\tau}\right]+\frac{D_2}{C}. \tag{41}$$

де: $D_2=\frac{c_2}{a_2}+\frac{b_2}{a_2}c_3$;

$\Theta_{з0}$ – початкова температура стержнів.

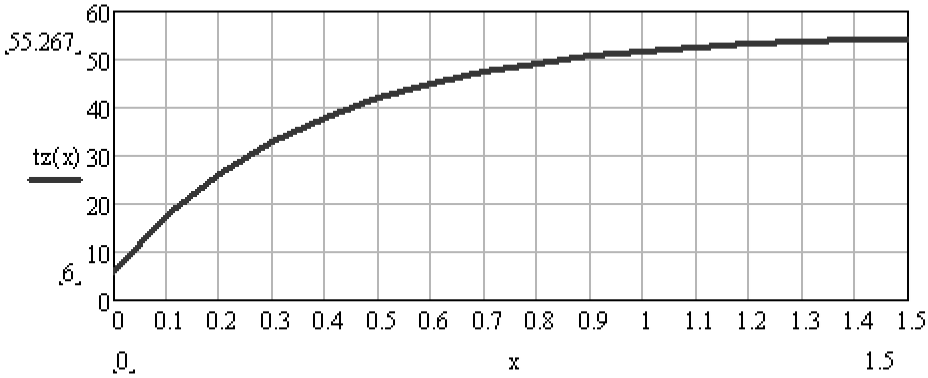

Рис. 1. Залежність зміни температури зерна ріпаку по довжині установки (tz, °C; x, м.).

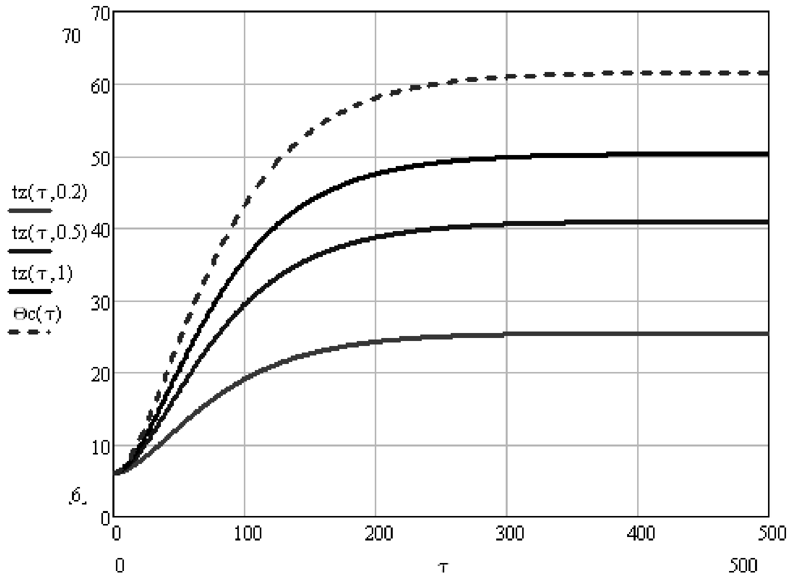

Рис. 2. Залежності зміни температури зерна ріпаку tz та температури нагрівача Qc в часі на відстані 0.2, 0.5 та 1 м від завантажувальної горловини установки (tz, °C; Qc, °C; t , c.).

Використовуємо отриману математичну модель (38) для ідентифікації температури зерна ріпаку, що рухається в каналі з феромагнітними стержнями [10,12,19], які нагріваються індукційним способом [17,18,2]. Експериментальні дані наведено в [7,8].

Підставимо теплотехнічні характеристики зерна ріпаку з літературних джерел [23] в отримані математичні моделі (31) та (38). Для попереднього розрахунку приймемо припущення, що матеріал рухається тільки під дією гравітаційних сил, а феромагнітні стержні не рухаються. У результаті отримуємо залежність зміни температури зерна ріпаку по довжині корпусу установки (рис. 1) та залежності зміни температури зерна ріпаку tz та температури нагрівача Θс в часі (рис. 2).

Висновки

Розроблено вдосконалені математичні моделі динаміки нагріву дисперсного матеріалу в рухомому шарі з рівномірно розміщеними тепловиділяючими елементами з урахуванням раніш не врахованих факторів (видів теплообміну, випаровування вологи), які пов'язують конструктивні та режимні параметри установки і дозволяють визначити статичні і динамічні характеристики об'єкта.

Отримана математична модель описує процес нагріву зерна ріпаку з достатньою адекватністю і дозволяє визначити теоретичні значення температури насіння та феромагнітних стержнів у різних технологічних режимах роботи установки для температурної обробки.

Література

1. Crisp, J. The drying properties of rapeseed / J. Crisp, J.L. Woods // J. agric. Engng Res. 1994. — №2. — P. 89—97.
2. Kawaguchi H., Enokizono M., Todaka T. Thermal and magnetic field analysis of induction heating problems // Journal of Materials Processing Technology. — 2005. — Vol. 161, № 2. — P. 193—198.
3. Бардин Я. Б. Ріпак : від сівби до переробки / Я. Б. Бардин. — К. : Світ, 2000. —106 с.
4. Гайдаш В. Д., Ковальчук Г. М, Дем'янчук Г. Т. Ріпак — культура великих можливостей. —Ужгород: Карпати, 1986. — 62с.
5. Гайдаш В.Д. Ріпак / В.Д. Гайдаш, М.М. Климчук, М.М. Макар. — Івано-Франківськ: Сіверсія, 1998. — 224 с.
6. Касіянчук В. Д., Семенова Л. Д. Переробка насіння на олію // Ріпак. — Івано-Франківськ: Сіверсія ЛТД, 1998. — С. 189—205.
7. Кондратенко І.П. Дослідження розподілу температури в завантаженні циліндричного індуктора / І.П. Кондратенко, В.П. Лисенко, Д.С Комарчук // Науковий вісник. — К. : НУБіП, 2013. — № 184, ч1. — С. 74—82.
8. Кондратенко І.П. Індукційна установка для термообробки зерна ріпаку / І.П. Кондратенко, В.П. Лисенко, А.О. Березюк, Д.С Комарчук // Вісник аграрної науки. — К. :Агарарна наука, 2012. — № 12, С. 55—58.
9. Котов Б.І. Ідентифікація динаміки електричних установок термообробки фуражного зена при виробництві / Б.І. Котов, В.П. Лисенко, Д.С Комарчук Р.А. Калініченко // Науковий вісник Мелітополь, 2012. — 4, №2. — С. 3—8.
10. Лисенко В.П. Дослідження технологічних параметрів екстругування олії при переробці ріпаку з використанням методів планування експерименту / В.П. Лисенко, В.О. Мірошник, Д.С Комарчук // Науковий вісник. — К. : НУБіП, 2011. — № 166, ч3. — С. 98—104.
11. Лисенко В.П. Запровадження енергоефективних комплексів в виробництві олії (стан питання) / П.В. Лисенко, Д.С. Комарчук // Біоресурси і природокиристування. — К. : НУБіП, 2011. — т. 3 № 1—2 — С. 153—157.
12. Лисенко В.П. Математичне моделювання теплових процесів прес-екструдера з індукційним обігрівом / В.П. Лисенко, Б.І. Котов, Д.С Комарчук // Науковий вісник. — К. : НУБіП, 2011. — № 166, ч4. — С. 113—119.
13. Лисенко В.П., Ідентифікація процесу нагріву зерна ріпаку. / В.П. Лисенко, Р.А. Калініченко, Д.С Комарчук // Науковий вісник. — К. : НУБіП, 2012. — № 174, ч1. — С. 98—100.
14. Лисенко В.П., Інтенсифікація температурної обробки олійного насіння / В.П. Лисенко, Д.С Комарчук // Науковий вісник. — К. : НУБіП, 2012. — № 161. — С. 171—174.
15. Лисенко В.П., Математичне моделювання нестаціонарних теплових процесів прес-екструдера з індукційним обігрівом як обєкта з розподіленими параметрами /

В.П. Лисенко, Б.І. Котов, Д.С Комарчук Р.А. Калініченко // Праці Таврійського державного агротехнічного університету. Мелітополь, 2012. — Том 2, №12. — С. 165—169.

16. Масликов В.А. Технологическое оборудование производства растительных масел / В.А. Масликов. — М. : Пищевая пром-ть, 1974. — 499 с.
17. Пат. 66838 UA, МПК F26B 11/00 (2011) Установка для термообробки насіння / Комарчук Дмитро Сергійович, Лисенко Віталій Пилипович; заявник і власник Національний університет біоресурсів і природокористування України. — № u201106029; заявл. 16.05.2011 ; опубл. 25.01.2012, Бюл. № 2, 2012 р.
18. Пат. 72273 UA, МПК F26B 11/00 (2011) Установка для термообробки олієнасіння / Комарчук Дмитро Сергійович, Лисенко Віталій Пилипович, Калініченко Роман Андрійович, Котов Борис Іванович; заявник і власник Національний університет біоресурсів і

природокористування України. — № u201101687; заявл. 15.02.2012 ; опубл. 10.08.2012, Бюл. № 15, 2012 р.

19. Пат. 99666 UA, МПК F26B 11/00 (2011) Установка для термообробки олієнасіння / Комарчук Дмитро Сергійович, Лисенко Віталій Пилипович, Лук'янець Василь Олександрович; заявник і власник Національний університет біоресурсів і природокористування України. — № a201101017; заявл. 31.01.2011 ; опубл. 10.09.2012, Бюл. № 17, 2012 р.

20. Смирнов Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. — М.: Наука, 1969. — 512 с.

21. Щербаков В.Г. Технология получения растительных масел / В.Г. Щербаков. — М. : Колос, 1992. — 326с.

22. http://lavrin-oil.ub.ua/ru/goods/view/21236/all/maslopres-shnekoviy-mmsh-220-z-pidigrivom-sirovini-skovoroda.

23. Гинзбург А. С. Теплофизические характеристики пищевых продуктов [Текст] / А. С. Гинзбург, М. А. Громов, Г. И. Красовская. — М. : Пищевая пром-сть, 1980. —288 с.

АННОТАЦИЯ

Лысенко В.П, Комарчук Д.С. *Математическое моделирование процесса температурной обработки зерна рапса в плотном слое с индукционным нагревом// Биоресурсы и природопользование. — 2013. — 5, № 5—6. — С. 119—128.*

Создана математическая модель процесса нагрева зерна рапса при кондуктивном подводе теплоты с индукционным нагревом, учитывая распределение температуры в направлении движения дисперсного материала.

SUMMARY

V. Lysenko, D. Komarchuk. *Mathematical modeling of the rape grain thermal processing in a dense layer using induction heating // Biological Resources and Nature Management. — 2013. — 5, № 5—6. — P. 119—128.*

The mathematical model of the grain rape heating process at conductive heat input using induction heating considering temperature distribution in the direction of the disperse material movement has been developed.