

УДК 623.438

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРІЇ МІСЦЕВОСТІ

О. Є. ШАТАЛОВ, кандидат технічних наук, доцент,

Є. Є. ДУДАР, ад'юнкт,

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного

E-mail: d_ee@ukr.net

А. Ю. ВАСИЛЬЄВ, кандидат технічних наук,

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

E-mail: Obrain.urchin@gmail.com

В роботі наведено методика побудови тривимірних моделей місцевості, яка застосовується для вирішення задач із побудови тактичних діаграм захищеності бойових машин легкої категорії ваги (БМ ЛКВ). Під час створення математичних моделей місцевості запропоновано використовувати в якості вхідних даних інформацію супутника LIDAR (від англ. Light Identification, Detection and Ranging). На відміну від сучасних ГІС (геоінформаційних систем), де використовуються дані переважно у растрових чи векторних форматах, описана полігональна тривимірна модель місцевості дозволяє вирішувати задачі із розміщення моделі бойової машини на змодельованій поверхні місцевості. Таким чином розміщена модель БМ ЛКВ на тривимірній місцевості змінює орієнтацію у просторі, що впливає на розміри діаграми захищеності. Розроблена методика моделювання місцевості та отримані на її основі математичні моделі призначені для вирішення задач із побудови тактичних діаграм захищеності БМ ЛКВ та можуть застосовуватись як вироби подвійного призначення. Подальша робота з розвитку методики направлена на розширення бази даних та може застосовуватись для розв'язання задач природокористування, агрономії та лісництва.

Ключові слова: математична модель місцевості, тривимірна модель місцевості, ландшафт, бойові машини легкої категорії ваги, захищеність, тактичні діаграми, ГІС, супутникові дані

Актуальність. На сьогоднішній день є безліч питань та задач, для вирішення яких потрібно мати тривимірну математичну модель об'єктів. З точки зору природокористування наявність тривимірних моделей місцевості може дати змогу розраховувати поведінку природних водних джерел, таких як річки та озера за різних умов (наприклад при повені), розповсюдження пожеж, отруйних речовин у разі технологічних катастроф тощо.

Крім того, однією з важливих задач, яка не має прямого відношення до приро-

докористування, проте є дуже важливою, особливо в той час, коли в Україні ведуться бойові дії і для вирішення якої потрібна точна тривимірна модель місцевості є задача побудови тривимірних тактичних діаграм для аналізу рівня захищеності бойових машин легкої категорії ваги від стрілецької зброї [1, 2]. В загальному випадку геометрія місцевості досить складною за своєю формою (рис. 1), тому виникає питання щодо принципу її опису.

Саме складність опису місцевості в загальному математичному виді є однією з умов, за

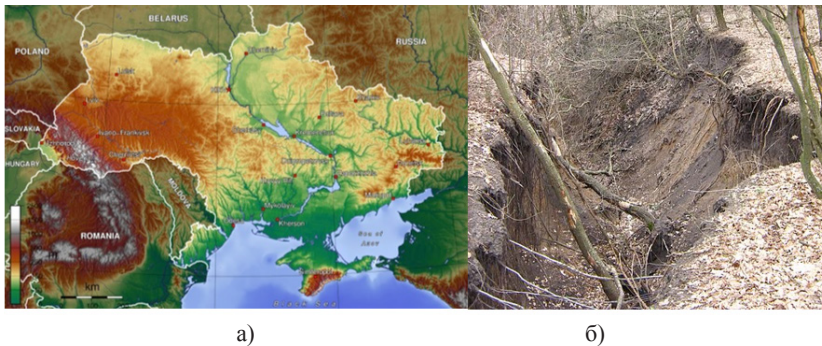


Рис. 1. Геометрія місцевості: а) карта висот України; б) яр

яких дотепер під час вирішення задач побудови тактичних діаграм та оцінки рівня захищеності місцевість не бралась до уваги, а в інших задачах тактики місцевість враховується з великою кількістю спрощень [3].

Мегадослідження. Таким чином, можна сформулювати наукове та практичне завдання, яке потрібно вирішити в роботі:

- Наукове завдання: удосконалити методіку визначення небезпечних зон за критерієм можливості ураження БМ ЛКВ стрілецькими боеприпасами з урахуванням впливу місцевості та додаткового бронювання. Часткове завдання: Розробити та удосконалити комплексні математичні моделі та алгоритми для врахування впливу особливостей місцевості на ураження БМ ЛКВ

- Практичне завдання: створити приклади геометричних моделей місцевості на основі реально існуючих «територій».

Матеріали і методи дослідження – математична модель тривимірної місцевості. Аналогічно до принципів опису математичних моделей БМ ЛКВ, що використовуються для вирішення широкого класу задач проектування та проектних досліджень [4], для опису геометрії земної поверхні, на основі якої буде відбуватися розрахунок можливості ураження машини, має сенс використовувати трикутні або чотирикутні елементи. Проте також слід врахувати, що для опису місцевості зазвичай використовують звичайні прямокутні карти, які є розгорткою земної поверхні на площину. Вся інша інформація, включаючи висоти, наноситься на прямокутну в плані сітку координат. Таким чином, для побудови геометрії земної поверхні доцільно використовувати рівномірну і структуровану в плані (XOY) сітку. Водночас за

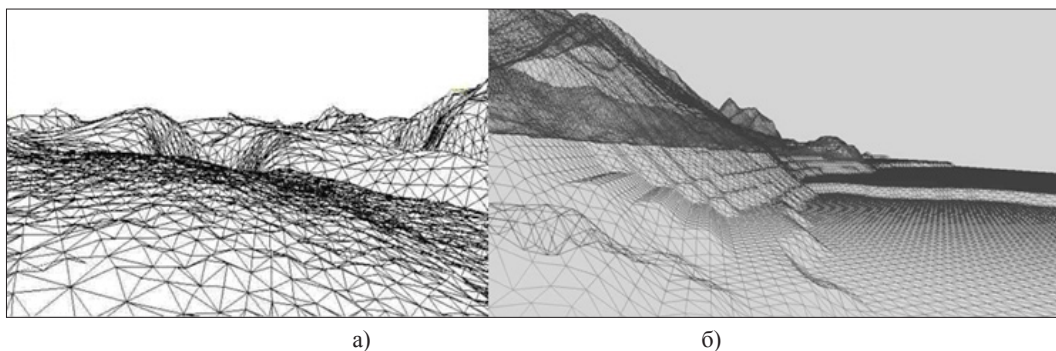


Рис. 2. Модель поверхні: а) сіткове подання місцевості; б) вид з поверхні

рахунок координати Z – буде отримана геометрія, яка наближена до земної. З огляду на те, що максимальна дальність польоту куль не перевищує 5 км, в першому наближенні, викривленням поверхні землі для кращої відповідності її вихідній формі геоїда обертання – можна знехтувати. Підсумкова карта в загальному випадку буде мати вигляд близький до зображення на рисунку 2 (вид із поверхні карти).

Таким чином, для створення математичної моделі нам потрібні вузли, що будуть лежати на земній поверхні (надалі будемо їх визначати як N_j) та елементи, що створені на основі елементів (визначимо їх як E_j):

$$N_i(x_i, y_i, z_i), i=1 \dots n$$

$$E_{ij}(N_{1j}, N_{2j}, N_{3j}, N_{4j}), j=1 \dots m$$

Вузли й елементи місцевості містять у назві індекс t (*terrain* – місцевість). Аналогічно з елементами, що описують геометрію машини, кожен окремий елемент міститиме додаткову інформацію: тип ґрунту (бетон, асфальт, твердий ґрунт, пухкий ґрунт, вода, пісок), наявність рослинності (немає рослинності, куці, окремі дерева, лісосади, поле з рослинністю), що істотно спростить у подальшому проведення складних розрахунків із додатковими умовами. В рамках поточної роботи така інформація ще не береться до уваги. На основі координат вузлів у ході роботи розраховуються наступні дані: центр елемента, нормаль (завжди звернена в повітря), середня висота по елементу. У той же час слід зазначити, що на відміну від вузлів машини, які лежать точно на її поверхнях, вузли місцевості лише приблизно збігаються з реальною геометрією земної поверхні і, в залежності від рівня дискретизації, джерела інформації для опису земної поверхні і способу відновлення, похибка висоти в конкретних вузлах може варіюватися, а

геометрія відрізнятися від реальної. Відповідно напрямком нормалі також може варіюватися в певних межах, проте, на поточний момент це дуже ускладнить алгоритм розрахунку.

Як вже зазначалося раніше, інформацію про земну поверхню може бути отримана з різних джерел, наприклад із реальної ГС, що використовується військовими в ході планування військових дій. Також геометрія поверхні може бути створена в генераторі ландшафтів безпосередньо під завдання аналізу рівня захищеності на місцевості конкретного типу. Але в якості найбільш загального способу рекомендується використовувати дані супутникового картографування.

Під час використання супутникових даних береться до уваги наступна інформація:

- растрове зображення розподілу висот на місцевості (довільної здатності) розміром N_p на M_p ;
- габаритні розміри ділянки місцевості, в метрах N_m на M_m ;
- координати двох протилежних по діагоналі кутів місцевості;
- мінімальна і максимальна висота на ділянці H_{\min} , H_{\max} .

Перш ніж перейти безпосередньо до обчислень, необхідно надати деякі пояснення. По-перше, растрове зображення, збережене під час супутникового картографування, містить інформацію у вигляді світлової інтенсивності в градаціях сірого (рис. 3), де абсолютно чорним позначені висоти, що збігаються з мінімальними на ділянці, а абсолютно білим – з максимальною висотою. Всього використовується 256 градацій сірого (0 – абсолютно чорний – найнижча точка, 255 – абсолютно білий – найвища точка). Разом із тим висоти всіх точок, що потрапляють у площу одного пікселя супутникового знімка, усереднюються і записується тільки середнє значення. Розміри пікселів можна вважати постійними за габари-

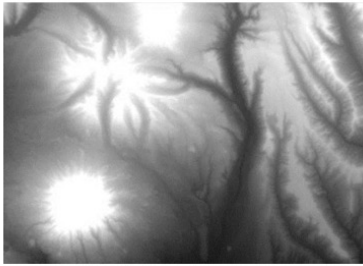


Рис. 3. Приклад карти висот

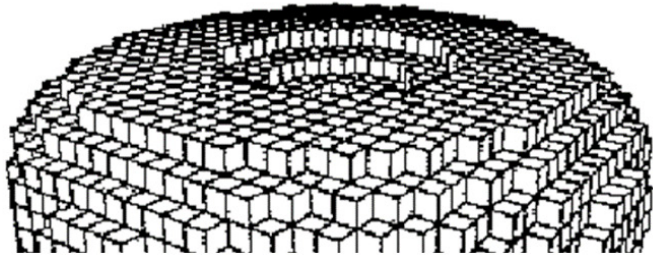


Рис. 4. Ступінчаста форма опису геометрії

тами в межах всього знімка, якщо він не перевищує за розміром 25 км за стороною.

Таким чином, з урахуванням розмірів растрового зображення і габаритів місцевості:

- загальна кількість елементів: $N_p \times N_m$;
- повна кількість вузлів місцевості: $(N_p + 1) \times (N_m + 1)$;
- розмір елемента в плані XОУ: $(N_m \div N_p) \times (M_m \div M_p)$;
- крок по висоті: $H_s = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{256}$;
- середня висота на площі пікселя: $H_i = H_{\min} + h_i \times H_s$ ($N \cdot h_i$ – інтенсивність сірого кольору в даному пікселі).

Звісно такий підхід володіє обмеженнями і похибками. Однак похибка обчислення висоти становить менше 0,4 %, причому не від максимальної висоти, а від діапазону висот. Тобто можна вважати запропонований підхід досить точним.

Далі, на основі інформації про середню площу, можна побудувати досить докладну карту місцевості, проте, для поточної методики такий результат ще не є прийнятним через постійну висоту в межах всього елемента і стрибків на межах елементів (рис. 4).

Крім цього, це ускладнює обчислення нормалі елемента землі, що є досить необхідним для ряду подальших розрахунків. Таким чином, крім середньої висоти, необхідно отримати значення висот у кожному з вузлів карти.

Найпростішим варіантом є обчислення висоти у вузлі як середнього значення на основі даних про середній висоті в елементах, що містять цей вузол. Отримана таким чином поверхня буде дещо відрізнятися від реальної і буде трохи нижче її, проте, в загальному випадку вона буде повторювати характер поведінки, близький до реальної земної поверхні. На рисунку 5 оригінальною функцією є $\sin(x)$, «stepped» – варіант

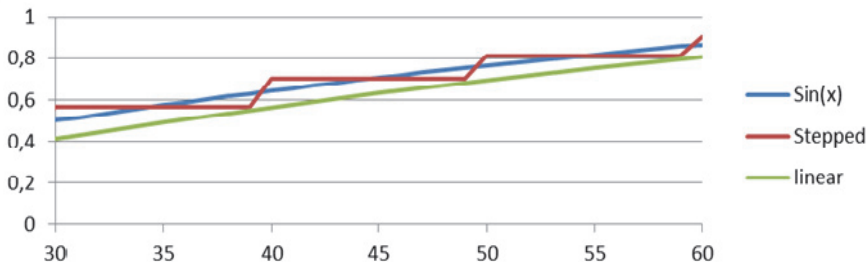


Рис. 5. Варіанти інтерполяцій

функції, що була усереднена на проміжках (аналогічно до того, як це робить супутник за технологією LIDAR), «linear» – відновлене значення функції за допомогою кусочно-лінійного представлення функції «stepped». Видно, що за значенням воно має відмінності, проте, за характером поведінки – ні.

Формули для обчислення середніх значень, центрів елементів та їх нормалей наведені далі. Визначимо центр як O_j , який повинен відповідати елементу E_j . Таким чином, для елемента $E_j(N_{1j}, N_{2j}, N_{3j}, N_{4j})$, $j=1...m$, радіус вектора \vec{O}_j з токи 0 (початок СК) до точки O_j обчислюється наступним чином:

$$\vec{O}_j = \left(\frac{N_{1j} + N_{2j} + N_{3j} + N_{4j}}{4} \right)$$

або $\vec{O}_j = \left(\frac{N_{1j} + N_{2j} + N_{3j}}{3} \right)$ для варіанту, коли у елемента кількість вузлів дорівнює відповідно 4 та 3.

Для обчислення вектору нормалі $t(k, l, m)$ площини заданої трьома точками А, В, С із координатами [5]:

$A(x_a, y_a, z_a)$, $B(x_b, y_b, z_b)$, $C(x_c, y_c, z_c)$ використовуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} kx_a + ly_a + mz_a + 1 = 0 \\ kx_b + ly_b + mz_b + 1 = 0 \\ kx_c + ly_c + mz_c + 1 = 0 \end{cases}$$

Беручи до уваги, що крім трьохвузлових елементів для опису геометрії машини та місцевості використовуються чотирихвузлові елементи, які можуть бути за формою декілька відмінні від площини, процедура обчислення вектору нормалі буде виглядати наступним чином:

Для чотирихвузлового елемента E_j знаходимо координати центру елемента O_j ,

знаходимо послідовно нормаль для чотирьох площ, що створені на наборах точок:

$$(O_j, N_{1j}, N_{2j}), (O_j, N_{2j}, N_{3j}), (O_j, N_{3j}, N_{4j}), (O_j, N_{4j}, N_{1j}).$$

Приймаємо т. $A_{j_i} = O_j$, $B_{j_i} = N_{i_j}$, $C_{j_i} = N_{(i+1)j}$, $i=1...4$, для $i=4$, $i+1$ приймаємо = 1.

Для набору точок A_{j_i} , B_{j_i} , C_{j_i} приймаємо координати $A_{j_i}(x_a, y_a, z_a)$, $B_{j_i}(x_b, y_b, z_b)$, $C_{j_i}(x_c, y_c, z_c)$ згідно п.3.

Координати нормалі обчислюємо за системою рівнянь:

$$t_{j_i}(k_{j_i}, l_{j_i}, m_{j_i}),$$

$$\begin{cases} k_{j_i}x_a + l_{j_i}y_a + m_{j_i}z_a + 1 = 0, \\ k_{j_i}x_b + l_{j_i}y_b + m_{j_i}z_b + 1 = 0 \\ k_{j_i}x_c + l_{j_i}y_c + m_{j_i}z_c + 1 = 0 \end{cases}$$

$$t_j = \frac{1}{4} \sum_1^4 t_{j_i}$$

В різних випадках доцільно використовувати різні методики. Також, за необхідності, для оцінки захищеності можна використовувати одночасно геометрії місцевості одержані декількома способами і проводячи порівняння отриманих результатів.

У разі необхідності отримання поверхні, максимально наближеної до реальності, можна скористатися методами екстраполяції та обчислення значень висот, у вузлах використовуючи метод найменших квадратів, порівнюючи вихідне середнє значення висоти (отримане на основі супутникових даних) і середніх значень висот за елементами отриманих в ході екстраполяції. Однак з урахуванням того, що вихідна земна поверхня є випадковою величиною, яка змінюється з ходом часу в залежності від безлічі факторів і це особливо помітно в місцях ведення бойових дій, то навіть якщо вийде відновити поверхню, максимально близьку до того, що була під час супутникового картографування, така поверхня може відрізняти-

ся від тієї, що зараз є в реальному часі. Таким чином, більш раціонально не уточнювати методики апроксимації земної поверхні, а додати можливість розрахунку з урахуванням імовірнісних характеристик, які описують можливі коливання вихідних величин.

Результати дослідження та їх обговорення – отримані моделі місцевості. Модель місцевості, як було зазначено раніше, створюється на основі карти висот, що отримана за допомогою супутникових даних про висоти місцевості – LIDAR (рис. 6). LIDAR (від англ. *Light Identification, Detection and Ranging*) – технологія отримання та обробки інформації про віддалені об'єкти за допомогою активних оптичних систем, що використовують явища відбиття світла і його розсіювання у прозорих і напівпрозорих середовищах. В якості тактичної мапи можуть виступати топографічні карти (рис. 7), супутникові чи аерофотознімки (рис. 8), які спрощують оператору задачу підготовки похідної інформації для розрахунків.

Супутниковий знімок чи тактична карта повинні бути більші за зону місцевості, що використовується для розміщенні БМ ЛКВ мінімум на 2,5 км в кожную зі сторін. На рисунку 7 така зона лежить у середині центрального прямокутника. Всі зображення повинні мати однакове співвідношення сторін, зображення, що орієнтовані не на створення 3D місцевості, а для демонстрації місцевості у спеціалізований програмно-модельний комплекс (СПМК) необхідно довести до однакового розміру у пікселях. Зображення повинні максимально точно співпадати в географічних межах.

Спосіб представлення геометрії місцевості в СПМК, показаний за допомогою Siemens Femar на рисунку 8, модель «Yavoriv», що була кольорована у відповідності з кольором шкали по висотах. Модель місцевості зберігає інформацію

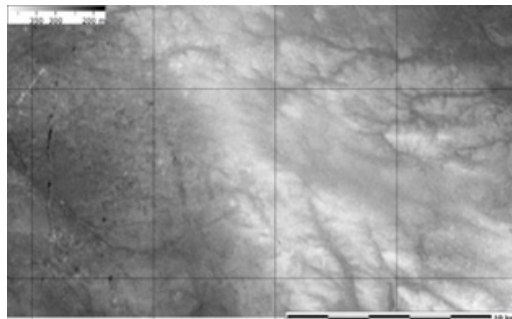


Рис. 6. Карта висот

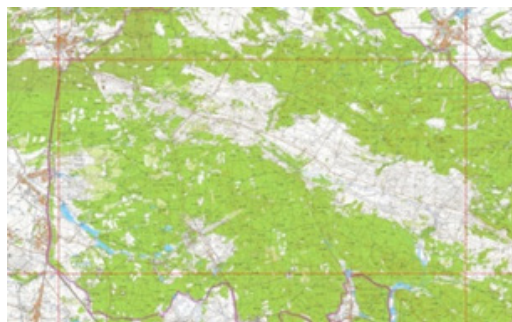


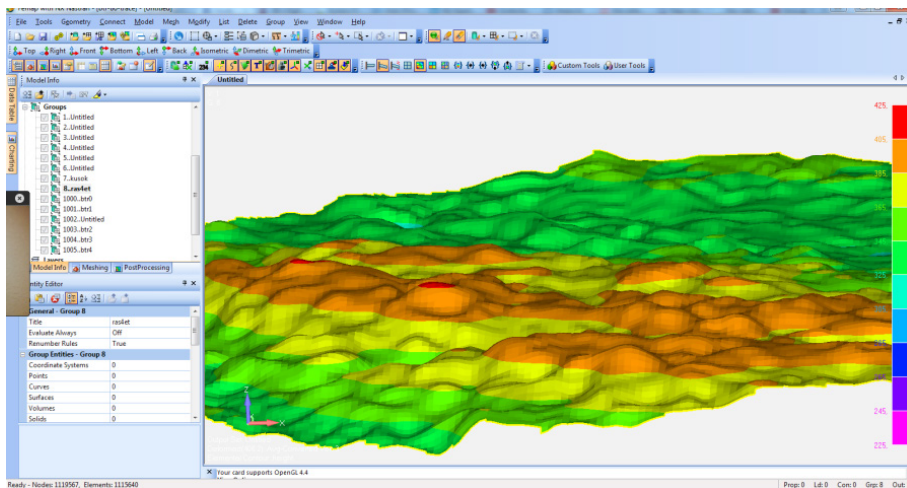
Рис. 7. Топографічна карта



Рис. 8. Супутниковий знімок місцевості із програми Google

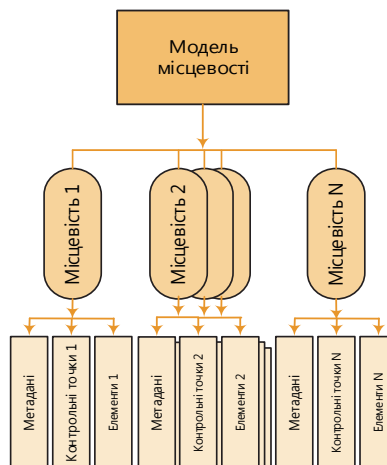
про точки, що знаходяться на земній поверхні (вузли моделі), чотирикутних полігонах, що об'єднують вузли в елементи, положення центра елемента, нормалі елемента тощо (рис. 9). Файли моделі перелічені в таблиці.

Також слід зазначити, що в моделі місцевості для врахування під час побудови діаграм є можливість закласти:


Рис. 9. 3D модель місцевості

- наявність, тип та висоту будівель;
- наявність, тип та густина лісосмуг та рослинності;
- тип ґрунту, можливість прохідності;
- вірогідність наявності супротивника, тип супротивника, вірогідність його візуального визначення (до початку стрільб, в ході стрільб).

Через те, що поточна математична модель не має апарату для врахування такої інформації в СПМК «Бузок» v0.98 також відсутня частина алгоритму для цього. Проте слід зазначити, що, по-перше, такі результати мають цінність не стільки під час вирішення задач проектування (на які


Рис. 9 Структура бази даних геометрії місцевості

Файли інформаційних моделей

Назва файлу	Опис
yavoriv.grd	Файл з описом моделі (назва довільна)
TMap.jpg	Зображення з тактичною картою
HMap.png	Зображення з картою висот
GroundElemNums.txt	Номера елементів, що описують місцевість
GroundElemNorms.txt	Значення нормалей елементів місцевості
GroundElemNodes.txt	Номера вузлів з яких складається елемент місцевості
GroundElemCenters.txt	Координати центрів елементів
GroundCorner.txt	Географічні дані про місцевість



в першу чергу орієнтована методика та її похідні), скільки для задач тактики; по-друге, результати розрахунку трьохвимірних діаграм можна імпортувати в будь-яку ПС, що використовують військові, а в більшості з них є деякі можливості з урахування таких даних. Таким чином, можливість урахування таких даних – це напрям подальшої роботи з удосконалень методики трьохвимірних тактичних діаграм.

Висновки

В роботі викладена частина розробленої комплексної математичної моделі для побудови тривимірних тактичних діаграм на місцевості і аналізу рівня броньованої захищеності легкоброньованих машин від стрілецької зброї, а саме математична модель місцевості. Це дозволить розраховувати:

- параметри польоту кулі (швидкість, енергія, зміна кута падіння) в залежності від дальності формулами, отриманими методом апроксимації експериментальних даних;
- кути зустрічі кулі з елементом бронекорпусу з положенням стрільця і положенням елемента бронекорпусу;
- швидкості пробиття бронееlementів корпусу з урахуванням додаткового

бронювання на основі формул, отриманих методом апроксимації експериментальних даних.

Створено математичну модель, яка дозволяє, на відміну від існуючих методик, систем і моделей, вирішувати завдання оцінки безпечної зони для БМ ЛКВ з урахуванням реальної геометрії машини і місцевості.

Розроблений комплекс може бути використаний для створення 3D карт місцевості. Вперше можна для задач оцінки рівня броні захищеності під час створення карт місцевості використовувати не застарілі топографічні карти, а дані супутникових знімків. Також вперше сама діаграма захищеності буде створена безпосередньо на місцевості з урахуванням всіх її особливостей та конкретного положення машини.

Перспективи подальших досліджень вбачаються в тому, щоб розширити описану математичну модель місцевості для врахування додаткових факторів, які перелічені, проте не розглянуті в роботі, що дозволить не тільки більш точно будувати трьохвимірні тактичні діаграми, але й проводити рішення задач природокористування.

Література

1. Васильєв А. Ю. Обзор подходов дополнительного бронирования легкобронированных машин / А. Ю. Васильєв, О. Е. Шаталов, Е. Е. Дудар // Вестник НТУ "ХПИ". – 2015. – № 31 (1140). – С. 38-45.
2. Шаталов О. Е. Математическое представление построения трехмерных тактических диаграмм с учетом движения и изменения ориентации корпуса бронированной машины в пространстве / О. Е. Шаталов, А. Ю. Ларин, А. Ю. Васильєв, А. В. Мартыненко, А. Н. Ткачук, А. В. Грабовский // Вестник НТУ "ХПИ". Тематический выпуск "Машиноведение и САПР". – 2005. – № 53. – С.152-161.
3. Васильєв А. Ю. К вопросу интегрированных систем анализа динамических процессов в корпусах транспортных средств специального назначения / А. Ю. Васильєв, А. Н. Малакей, Е. В. Пелешко, О. Е. Шаталов // Механіка та машинобудування. – 2004. – № 1 – С. 51-60.
4. Попов М. О. Геоінформаційні системи та технології в завданнях оборони й національної безпеки / М. О. Попов, Є. С. Серединін // Наука і оборона. – 2009. – Вип. 3. – С. 49-56.
5. Томсяк А. А. Математичний аналіз: посібник / А. А. Томсяк, В.С. Трохименко. – В: Вінницький державний педагогічний університет, 1999. – 489 с.

References

1. Vasil'ev, A. Yu., Shatalov, O. E., Dudar, E. E. (2015). Obzor podhodov dopolnitelnogo bronirovaniya legkobronirovannykh mashyn [Overview of the approaches of additional armoring of soft-skinned vehicles]. Bulletin of National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", 31 (1140), 38-45.
2. Shatalov, O. E., Larin, A. Yu., Vasil'ev, A. Yu., Martynenko, A. V., Tkachuk, A. N., Hrabovskyy, A. V. (2005). Matematicheskoe predstavlenie postroeniya trehmernykh takticheskikh diagram s uchetom dvizheniya i izmeneniya orientatsii korpusa bronirovannoy mashyny v prostranstve [Mathematical representation of the construction of three-dimensional tactical diagrams taking into account the movement and changing the orientation of the shell of the armored vehicle in the space]. Bulletin of National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Thematic issue "Computer Science and CAD", 53, 152-161.
3. Vasil'ev, A. Yu., Malakey, A. N., Peleshko, E. V., Shatalov, O. E. (2004). K voprosu integrirovannykh sistem analiza dinamicheskikh protsessov v korpusah transportnykh sredstv spetsialnogo naznacheniya [The question of integrated systems for the analysis of dynamic processes in the hulls of special-purpose vehicles]. Mechanics and mechanical engineering, 1, 51-60.
4. Popov, M. O., Seredynin, Ye. S. (2009). Heoinformatsiyni systemy ta tekhnolohiyi v zavdanniyakh oborony y natsional'noyi bezpeky [Geoinformation systems and technologies in the tasks of defense and national security], 3, 49-56.
5. Tomusyak, A. A., Trokhymenko, V. S. (1999). Matematychnyy analiz: posibnyk [Mathematical analysis]. Vinnytsya National Pedagogical University, 489.

SUMMARY

O. E. Shatalov, E. E. Dudar, YU. V. Vasiliev. Mathematical modeling of geometry areas // Biological Resources and Nature Management. – 2017. – 9, №3-4. – P.80-88.

The method of 3D terrain model construction is given in the article. This method is used to solve the problems of constructing tactical protection diagrams of light weight combat vehicles (LWCV). When creating mathematical models of the terrain, it is suggested to use, as input, the information of the LIDAR satellite. Unlike modern geoinformation systems, where data is mainly used in raster or vector formats, the described polygonal 3D terrain model allows solving the problems of placing a model of a combat vehicle on a simulated terrain surface. Thus, the placed on the 3D terrain LWCV model changes orientation in space, affects the dimensions of the protection diagram. The developed method of terrain modeling and the mathematical models obtained on its basis are designed to solve problems of constructing tactical protection diagrams of LWCV and can be used as dual-purpose products. Further work on the development of the method is aimed at expanding the database and can be used to solve problems of nature management, agronomy and forestry.

Keywords: mathematical model of terrain, three-dimensional model of terrain, landscape, light weight combat vehicles, protection, tactical diagram, geoinformation systems, satellite data

АННОТАЦІЯ

О. Е. Шаталов, Е. Е. Дударь, А. Ю. Васильев. Математическое моделирование геометрии местности // Биоресурсы и природопользование. – 2017. – 9, №3-4. – С.80-88.

В работе приведена методика построения трехмерных моделей местности, которая применяется для решения задач построения тактических диаграмм защищенности боевых машин легкой категории веса (БМ ЛКВ). При создании математических моделей местности предложено использовать в качестве входных данных, информацию спутника LIDAR (от англ. Light Identification, Detection and Ranging). В отличие от современных ГИС (геоинформационных систем), где используются данные преимущественно в растровых или векторных форматах, описанная полигональная трехмерная модель местности позволяет решать задачи по размещению модели боевой машины на смоделированной поверхности местности. Таким образом, размещенная модель БМ ЛКВ на трехмерной местности меняет ориентацию в пространстве, что влияет на размеры диаграммы защищенности. Разработанная методика моделирования местности и полученные на ее основе математические модели предназначены для решения задач по построению тактических диаграмм защищенности БМ ЛКВ и могут применяться как изделия двойного назначения. Дальнейшая работа по развитию методики направлена на расширение базы данных и может применяться для решения задач природопользования, агрономии и лесоводства.

Ключевые слова: математическая модель местности, трехмерная модель местности, ландшафт, боевые машины легкой категории веса, защищенность, тактические диаграммы, ГИС, спутниковые данные