

КЕРУВАННЯ РУХОМ ПЕРЕВЕРНУТОГО МАЯТНИКА: РОЗРОБКА УСТАНОВКИ, ІДЕНТИФІКАЦІЯ СИСТЕМИ ТА СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ЇЇ РУХУ

Ю. О. РОМАСЕВИЧ, доктор технічних наук, професор

В. С. ЛОВЕЙКІН, доктор технічних наук, завідувач кафедри

О. Ю. ЗАРІВНИЙ, аспірант

О. Г. ОЛЕКСІЙКО, студент

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail: romasevichyuriy@ukr.net

<https://doi.org/10.31548/dopovidi2022.01.016>

Анотація. У роботі розвинений підхід, який дає змогу виконати синтез оптимальних регуляторів динамічних систем. Він полягає у ідентифікації фізичної моделі динамічної системи (у розглядуваному випадку типу „перевернутий маятник”). Це дало підстави для постановки задачі синтезу регулятора. Такий підхід не вимагає математичної моделі системи у вигляді системи диференціальних рівнянь, що є його перевагою. Однак, для того, щоб скористатись цієї перевагою необхідно на етапі ідентифікації системи виконувати оцінку її якості. Такі розрахунки показали обґрунтованість розробленого підходу. Синтез оптимального регулятора було проведено на основі відомої методології, яка передбачає зведення вихідної задачі до задачі безумовної оптимізації функції зі складною топологією. Для цього було використано модифікований метод рою часточок. Експериментальна валідація результатів регулювання показала практично повне досягнення мети регулювання – стабілізації системи із наявністю незначних залишкових коливань фазових координат системи.

Ключові слова: керування, маятник, оптимізація, регулятор, ідентифікація

Актуальність. Значна кількість сучасних пристроїв, які використовуються у різних сферах виробництва, характеризуються досить складною динамікою (у ряді випадків із нелінійними ефектами). До таких пристроїв належать літальні апарати (зокрема, квадрокоптери), маніпуляційні системи роботів, засоби індивідуального пересування (квадрокоптери, гіроборди) тощо. Синтез оптимальних систем

керування для таких систем ускладнюються тим, що більшість (а у найгіршому випадку – всі) параметри, які входять у рівняння руху динамічних систем, невідомі. Тому адекватні математичні моделі таких систем, на основі яких виконується оптимізація керування їхнім рухом, є недоступними розробнику. Таким чином, з'являється важливий клас задач ідентифікації динамічних систем. Розв'язання задачі

Ромасевич Ю. О., Ловейкін В. С., Зарівний О. Ю., Олексійко О. Г.

ідентифікації дає підґрунтя для подальших розрахунків оптимальних регуляторів руху систем. З практичної точки зору такі регулятори дають змогу найбільш ефективно використовувати наявні ресурси (заряд акумулятора, ресурс електродвигунів та інших виконавчих пристроїв, надійність маніпуляційних систем роботів) при досягненні мети керування (наприклад, стабілізації польоту квадрокоптера).

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Одна з тенденцій у сучасній техніці полягає у глибокому поєднанні у одному виробі елементів різної природи. Йдеться про механічні, електричні, електронні та інші компоненти, які, будучи з'єднаними інформаційними потоками, утворюють мехатронну систему (пристрій). Саме такі пристрої можна побачити на вулицях мегаполісів (гіроскутери), при моніторингу різноманітних військових та сільськогосподарських об'єктів (квадрокоптери), у виробничих цехах підприємств машинобудування (промислові роботи) тощо. Зазначимо, що значний клас таких систем описується нелінійними рівняннями, які, до того ж, повинні містити чисельні значення окремих параметрів. У багатьох випадках точне визначення таких параметрів є неможливим. І тому досить активно йдуть пошуки інших шляхів, які б дозволили виконати математичний опис руху динамічних

систем. Ці дослідження для розв'язання задач керування у англійській літературі відомі під назвою „model free control” [1].

Крім того, досить широке розповсюдження градієнтних оптимізаційних методів може стримувати прогрес у частині розв'язку широкого класу задач керування (наприклад, коли оператором керування виступає нейронна мережа [2]). У цьому випадку увагу варто звернути на інші методи, які позбавлені недоліків градієнтних, зокрема, на метод рою часточок [3] та його модифікації [4-6]. Саме такі методи (за виключенням одного випадку) будуть використані у даній роботі.

Мета. Мета роботи полягає у розробці підходу щодо синтезу оптимального регулятора руху динамічної системи типу „перевернутий маятник”. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання: 1) розробити алгоритмічну частину роботи лабораторної установки типу „перевернутий маятник”; 2) виконати ідентифікацію динамічної системи „перевернутий маятник” та провести оцінку її якості; 3) розрахувати оптимальний регулятор руху динамічної системи; 4) провести експерименти та встановити якість роботи оптимального регулятора руху системи.

Методи. Перший етапом у проведенні наукового дослідження є

Ромасевич Ю. О., Ловейкін В. С., Зарівний О. Ю., Олексійко О. Г.

розробка лабораторної установки типу „перевернутий маятник”. Окремі деталі установки були спроектовані з використанням САПР Solidworks. Кріплення електричного двигуна,

підшипників, енкодера, а також жорсткої муфти та вставку було надруковано на 3D-принтері. Зовнішній вигляд установки зображено на рис. 1.

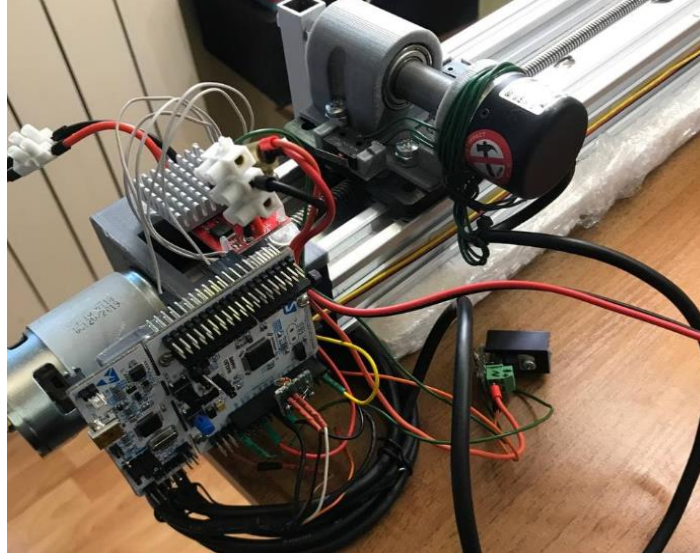


Рис. 1. Зовнішній вигляд лабораторної установки

Основні технічні характеристики установки наведено у табл. 1. Для керування рухом установки та збором даних була використана плата Nucleo F446RE, яка складається із потужного мікроконтролера на 32-бітній архітектурі з високою швидкодією та розвинутою периферією. Розробка

коду виконувалась в спеціалізованому середовищі програмування STM32 Cube IDE. Для того, щоб синтезувати регулятор руху динамічної системи „перевернутий маятник” необхідно мати її математичну модель.

1. Основні технічні характеристики установки типу „перевернутий маятник”

Найменування характеристики	Одиниця вимірювання	Величина
Довжина направляючих	см	50
Робочий хід візка		41,7
Довжина маятника від осі обертання		49
Крок ходового гвинта	мм	8
Маса візка	г	100
Маса маятника		60
Максимальні оберти двигуна	об/с	31
Максимальна швидкість переміщення візка	см/с	25
Максимальне осьове зусилля, що діє на візок	Н	50
Момент інерції маятника	кг·мм ²	50

Реальна конструкція установки має значну кількість параметрів, які необхідно відобразити у математичній моделі. Для того, щоб оцінити величини цих та інших параметрів необхідно проводити додаткові експериментальні дослідження. Однак, у даній роботі застосовано інший підхід. Він

ґрунтується на властивостях штучних нейронних мереж, які досить часто застосовуються для виконання всякого роду прогнозів. Для того, щоб навчити штучну нейронну мережу було зібрано набір експериментальних даних.

Набір даних для навчання можна представити у такому вигляді:

$$\begin{aligned} X_i &\rightarrow Y_i; \\ X_i &= [U_i, \alpha_i, \dot{\alpha}_i, x_i, \dot{x}_i]^T; \\ Y_i &= [\alpha_{i+1}, \dot{\alpha}_{i+1}, x_{i+1}, \dot{x}_{i+1}]^T, \end{aligned} \quad (1)$$

де X_i та Y_i – вектор входу та вектор виходу штучної нейронної мережі для i -того навчального фрейма ($i \in \overline{(1, I_{train})}$); I_{train} – довжина даних для навчання $I_{train}=1510$. Тривалість між окремими вимірами становила 0,01 с. Значення x та α отримували за допомогою фільтра Савіцького-Голея [7], а значення $\dot{\alpha}$ та $\dot{x}$ – за допомогою диференціального фільтра Савіцького-Голея. Для навчання була використана штучна нейронна мережа прямого поширення з одним прихованим

шаром і п'ятьма нейронами в ньому. Для навчання використано алгоритм Adam [8]. У результаті його застосування отримано чисельні значення ваг та біасів штучної нейронної мережі, які дають змогу отримати чисельні значення, які близькі до вектора Y_i , при подачі на вхід мережі вектора X_i .

Для того, щоб оцінити якість ідентифікації динамічної системи використаємо підхід, який застосований на аналізі графічних (рис. 2) та числових характеристик.

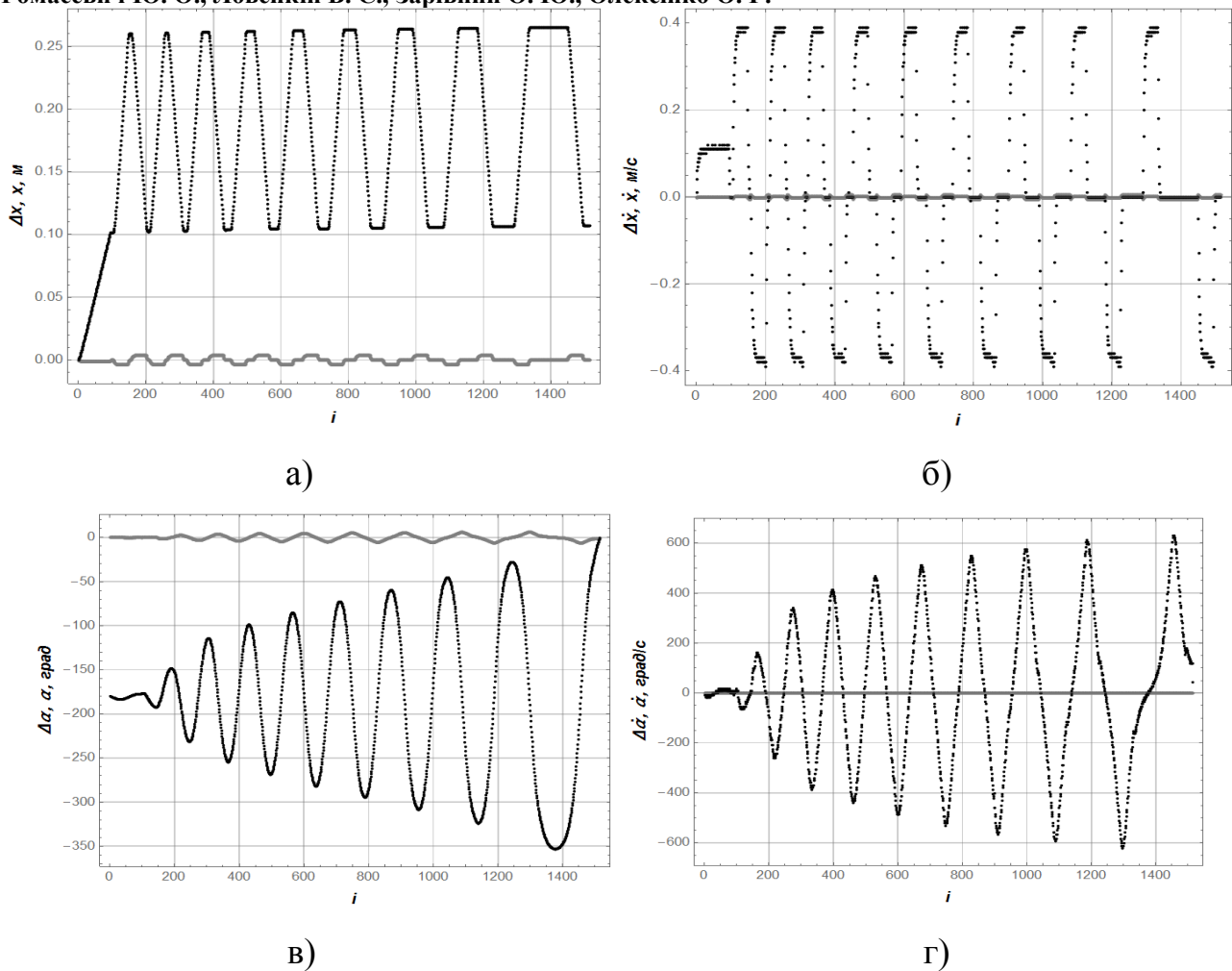


Рис. 2. Графіки тестових даних та похибки передбачення:
а) функція x ; б) функція $\dot{x}$; в) функція α ; г) функція $\dot{\alpha}$

На рис. 3 чорні точки представляють дані тестування, а сірі відображають абсолютну похибку прогнозу штучної нейронної мережі (відхилення передбачуваного значення від тестового позначається

як Δ). Числовими значеннями, які відображають якість прогнозу протягом руху системи, є коефіцієнти варіації, які обчислюються за формулами:

$$E_r = \sqrt{I_{test}^{-1} \sum_i^{I_{test}} (r_i^{test} - r_i^{pred})^2} I_{test} \left(\sum_i^{I_{test}} r_i^{test} \right)^{-1} 100, \quad r \in (\alpha, \dot{\alpha}, x, \dot{x}), \quad (2)$$

де I_{test} – розмірність тестової вибірки ($I_{test}=1515$). Розрахунки відповідних величин дають наступні результати: $E_\alpha=1,58\%$, $E_{\dot{\alpha}}=0,22\%$, $E_x=1,45\%$, $E_{\dot{x}}=1,79\%$. З рис. 3 та

значень (2) випливає те, що штучна нейронна мережа може бути використана для прогнозу динаміки руху динамічної системи.

Ромасевич Ю. О., Ловейкін В. С., Зарівний О. Ю., Олексійко О. Г.

Результати. Маючи штучну постановочну частину задачі синтезу нейронну мережу, можемо записати оптимального регулятора:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{\frac{t_p}{\Delta t}} \approx 0, \quad x_{\frac{t_p}{\Delta t}} - x_{\frac{t_p}{\Delta t}-1} \approx 0; \\ \alpha_{\frac{t_p}{\Delta t}} \approx 0, \quad \alpha_{\frac{t_p}{\Delta t}} - \alpha_{\frac{t_p}{\Delta t}-1} \approx 0; \\ \max(x_i) - \min(x_i) \leq l_x; \\ \delta_x \delta_1 \sum_{i=1}^{\frac{t_p}{\Delta t}} |x_i| + \delta_\alpha \delta_2 \sum_{i=1}^{\frac{t_p}{\Delta t}} \alpha_i + \delta_U (1 - \delta_1 - \delta_2) \sum_{i=1}^{\frac{t_p}{\Delta t}} U_i \rightarrow \min; \\ U_{unl_i} = A_1 x_i + A_2 \dot{x}_i + A_3 \alpha_i + A_4 \dot{\alpha}_i; \\ U_i = \begin{cases} A_1 x_i + A_2 \dot{x}_i + A_3 \alpha_i + A_4 \dot{\alpha}_i, & \text{якщо } -U_{\max} \leq A_1 x_i + A_2 \dot{x}_i + A_3 \alpha_i + A_4 \dot{\alpha}_i \leq U_{\max}; \\ -U_{\max}, & \text{якщо } -U_{\max} > A_1 x_i + A_2 \dot{x}_i + A_3 \alpha_i + A_4 \dot{\alpha}_i; \\ U_{\max}, & \text{якщо } U_{\max} < A_1 x_i + A_2 \dot{x}_i + A_3 \alpha_i + A_4 \dot{\alpha}_i; \end{cases} \\ X_{i+1} = F(X_i, U_i), \quad X_i = [x_i, \dot{x}_i, \alpha_i, \dot{\alpha}_i]^T, \end{array} \right. \quad (3)$$

де t_p – тривалість регулювання (виходу системи у окіл уставки – нестійкого положення рівноваги маятника); Δt – крок дискретизації (0,01 с); l_x – гранично допустиме положення візка, яке обґрунтовано виходячи з можливостей переміщення візка по напрямним установки ($l_x=0,2$ м); δ_1, δ_2 – вагові коефіцієнти, які показують важливість мінімізації суми абсолютних похибок лінійного та кутового положення ланок установки відповідно ($\delta_1=0,2$; $\delta_2=0,3$); $\delta_x, \delta_\alpha, \delta_U$ – коефіцієнти, які зводять розмірності окремих компонентів критерію до безрозмірного вигляду; $A_1, \dots, A_4$ – коефіцієнти регулятора, які необхідно визначити; $U_{\max}$ – гранично допустиме значення напруги живлення приводу візка, яке представлено у відсотках скважності

ШІМ ($U_{\max}=90\%$); F – оператор, який відповідає роботі навченої штучної нейронної мережі (предиктора), що отримана у попередніх розрахунках.

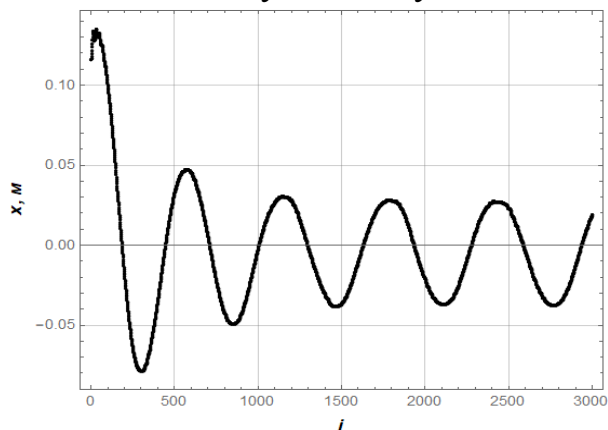
Для знаходження розв'язку задачі (3) її було зведено до задачі безумовної оптимізації узагальненого критерію як це зроблено у роботі [6]. Для визначення його мінімуму використано модифікований метод рою часточок ME-D-PSO [6]. Вкажемо їхні значення: $A_1=-71,95$, $A_2=175,13$, $A_3=4,9206$, $A_4=-0,8184$. Для того, щоб оцінити якість роботи синтезованого оптимального регулятора було проведено експериментальні дослідження. Їхня мета полягала у дослідженні впливу незалежних факторів (табл. 2) на якість роботи регулятора, тобто стабілізації руху системи.

2. План проведення експериментів

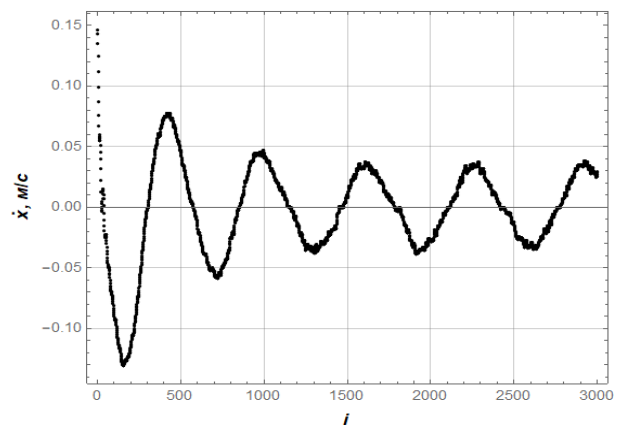
Незалежні фактори	Рівні незалежних факторів					
Початкове положення візка, м	0,1		0		-0,1	
Початкове положення маятника, град	-5	5	-5	5	-5	5
Номер експерименту	1	2	3	4	5	6

Результати експеримента №1 наведено у графічному вигляді на рис. 4. Тут видно, що протягом перших 500 циклів керування відбувається вихід системи у окіл уставки і

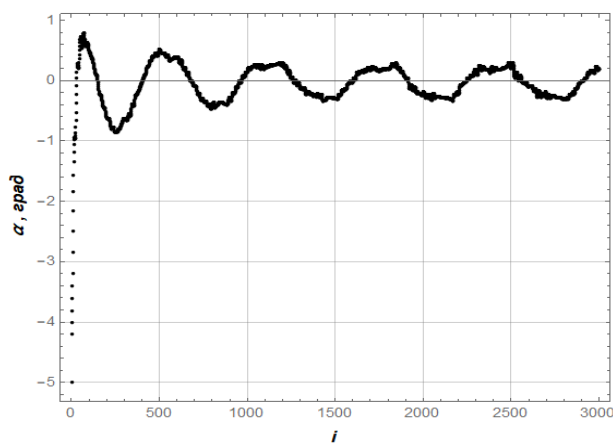
коливання біля уставки. Це означає, що ідеальна стабілізація руху системи даним регулятором не забезпечується.



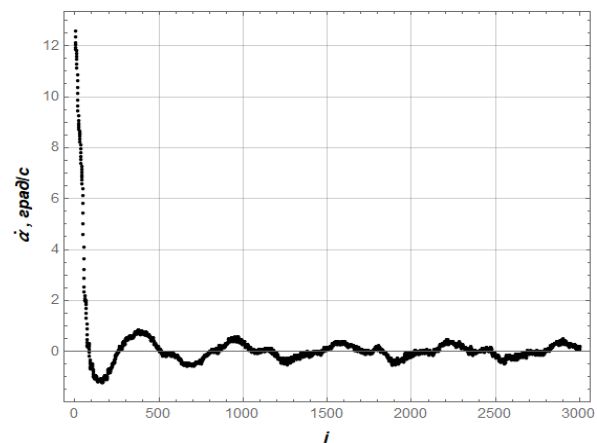
а)



б)



в)



г)

Рис. 3. Графіки функцій, що отримані для першого експерименту: а) функція x ; б) функція $\dot{x}$; в) функція α ; г) функція $\dot{\alpha}$

Однак, амплітуди залишкових коливань візка та маятничової ланки є незначними. У табл. 3 наведено їхні

чисельні значення на п'ятому циклі залишкових коливань динамічної системи.

3. Амплітуди фазових координат на п'ятому циклі коливань

Фазова координата	Номер експерименту					
	1	2	3	4	5	6
Положення візка, м	0,037	0,084	0,064	0,041	0,063	0,037
Швидкість візка, м/с	0,039	0,042	0,068	0,044	0,056	0,046
Положення маятникової ланки, град	0,311	0,679	0,614	0,335	0,532	0,376
Швидкість маятникової ланки, град/с	0,495	0,532	0,754	0,513	0,638	0,581

Аналіз даних, які наведено у табл. 3, показує, що не існує єдиної закономірності впливу рівнів незалежних факторів на амплітуди залишкових коливань фазових координат динамічної системи. Найгірший випадок у роботі регулятора (у сенсі показників з табл. 3) відповідає 2 експерименту. Загалом відхилення положення візка від нульового значення (за виключенням експерименту 2) знаходиться на рівні 63,0...37,0% від початкового відхилення. Аналогічний показник для кута маятникової ланки знаходиться у діапазоні 6,2...13,6%, що набагато краще. Це може бути зумовлене тим, що окремі компоненти з формули регулятора (3) мають більший вплив на рух динамічної системи за рахунок того, що вони формують більші величини напруги живлення приводу візка.

Висновки і перспективи подальших досліджень:

1. для дослідження динаміки руху малоприводної системи типу „перевернутий маятник” розроблено алгоритмічну частину системи керування, яка

включає функції керування електродвигуном приводу візка, зчитування даних енкодерів положення візка і маятника, а також відправку пакетів отриманих даних на ПК;

2. на основі зібраних масивів експериментальних даних проведено ідентифікацію моделі лабораторної установки типу „перевернутий маятник” для чого використано технології штучних нейронних мереж. Проведено оцінку якості прогнозу, який дає навчена штучна нейронна мережа (відносні похибки прогнозу для різних фазових координат знаходяться в межах 0,22...1,79%) та встановлено, що її доцільно використовувати як предиктор (математичну модель) динаміки системи „перевернутий маятник”;

3. виконано постановку задачі синтезу оптимального регулятора стабілізації системи „перевернутий маятник” та за допомогою модифікованого методу рою часточок знайдено її розв’язок (значення коефіцієнтів регулятора);

Ромасевич Ю. О., Ловейкін В. С., Зарівний О. Ю., Олексійко О. Г.

4. з метою дослідження якості роботи синтезованого регулятора проведено 6 експериментів. Встановлено, що регулятор успішно виконує переведення систем у окіл нестійкого положення рівноваги із наявністю залишкових коливань фазових координат початкового відхилення (наприклад, амплітуда коливань маятникової ланки складає 6,2...13,6% відносно її початкового відхилення);

5. перспективи подальших досліджень у даному напрямку полягають у вдосконалення наступних методик: 1) збору експериментальних даних; 2) вибору структури штучної нейронної мережі та методу її навчання (із урахуванням критерію навчання); 3) постановки задачі синтезу оптимального регулятора руху динамічної системи та методів її розв'язання; 4) технічних засобів практичної реалізації оптимального регулятора та досконалості алгоритмічної частини. Simplified Least Squares Procedures. *Analytical Chemistry*. 1964. P. 1627-1639.

8. Kingma D.P., Ba J. Adam: A Method for Stochastic Optimization. *Cornell University Library*. 2014. URL: <https://arxiv.org/abs/1412.6980> (дата звернення 11.01.2022)

Список використаних джерел:

1. Fliess M., Join C. Model-free control. 2013 URL: <https://arxiv.org/pdf/1305.7085.pdf> (дата звернення 11.01.2022 p.)

2. Zhong Y., Huang X., Meng P., Li F. PSO-RBF neural network PID control algorithm of electric gas pressure regulator. *Abstract and Applied Analysis*. 2014. Vol. 2014. Article ID 731368.

3. Kennedy J., Eberhart R.C. Particle swarm optimization. *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*. 1995. Vol. 4 P. 1942-1948.

4. Yudong Z., Shuihua W., Genlin J. A Comprehensive Survey on Particle Swarm Optimization Algorithm and Its Applications. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. Article ID 931256.

5. Romasevych Yu., Loveikin V. A Novel Multi-EPOCH Particle Swarm Optimization Technique. *Cybernetics and Information Technologies*. 2018. Vol. 18 (3). P. 62–74.

6. Romasevych Y., Loveikin V., Makarets V. Optimal constrained tuning of PI-controllers via a new PSO-based technique. *International journal of swarm intelligence research*. 2020. P. 87-105.

7. Savitzky A., Golay M.J.E. Smoothing and Differentiation of Data by

References:

1. Fliess M., Join C. Model-free control. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1305.7085.pdf>

2. Zhong Y., Huang X., Meng P., Li F. (2014) PSO-RBF neural network PID control algorithm of electric gas pressure regulator. *Abstract and Applied Analysis*, Article ID 731368. doi: 10.1155/2014/731368

3. Kennedy J., Eberhart R.C. (1995) Particle swarm optimization. *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, 1942-1948. doi: 10.1109/ICNN.1995.488968

4. Yudong Z., Shuihua W., Genlin J. (2015) A Comprehensive Survey on Particle Swarm Optimization Algorithm and Its Applications. *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 931256. doi: 10.1155/2015/931256

5. Romasevych Yu., Loveikin V. (2018) A Novel Multi-EPOCH Particle Swarm Optimization Technique. *Cybernetics and Information Technologies*, 18 (3), 62–74. doi: 10.2478/cait-2018-0039

Ромасевич Ю. О., Ловеїкін В. С., Зарівний О. Ю., Олексійко О. Г.

6. Romasevych Y., Loveikin V., Makarets V. (2020) Optimal constrained tuning of PI-controllers via a new PSO-based technique. International journal of swarm intelligence research, 11(4), 87-105. doi: 10.4018/IJSIR.2020100104

7. Savitzky A., Golay M.J.E. (1964) Smoothing and Differentiation of Data

by Simplified Least Squares Procedures. Analytical Chemistry, 1627-1639. doi: 10.1021/ac60214a047

8. Kingma D.P., Ba J. Adam: A (2014). Method for Stochastic Optimization. Cornell University Library. Available at: <https://arxiv.org/abs/1412.6980>

MOTION CONTROL OF THE INVERTED PENDULUM: DEVELOPMENT OF THE INSTALLATION, IDENTIFICATION OF THE SYSTEM AND SYNTHESIS OF THE OPTIMAL MOTION CONTROLLER

Yu. O. Romasevych, V. S. Loveikin, O. Yu. Zarivny, A. G. Oleksiyiko

Abstract. *In the work, an approach has been developed that allows of synthesizing optimal controllers of dynamic systems. It consists in the identification of a physical model of a dynamical system (in the case under consideration of the "inverted pendulum" type). This provides the ground for the controller synthesis problem statement. This approach does not require a mathematical model of the system in the form of a system of differential equations, which is its advantage. However, in order to use the advantage, it is necessary to estimate the quality of the system identification. Such calculations showed the validity of the developed approach. The synthesis of the optimal controller was carried out on the basis of the well-known methodology, which presupposes the reduction of the original problem to the problem of unconstrained optimization of a function with a complex topology. For this, a modified particle swarm optimization method has been used. Experimental validation of the control results has shown in practice the complete achievement of the control goal – stabilization of the system with the presence of minor residual oscillations of the phase coordinates of the system.*

Keywords: control, pendulum, optimization, controller, identification