

МАТЕМАТИЧНА ТА ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ ТА ВИКОРИСТАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПЕРЕТВОРЕННЯ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ВІДХОДІВ У БІОГАЗ ВІДПОВІДНО ДО СЕЗОНІВ РОКУ

М. М. Заблодський, доктор технічних наук, професор

С. А. Шворов, доктор технічних наук, професор

В. М. Поліщук, доктор технічних наук, професор

В. І. Троханяк, кандидат технічних наук, доцент

Валиєв Т. М., аспірант

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail: sosdok@nubip.edu.ua

Анотація. В умовах воєнного часу та в післявоєнний період гостро встає проблема енергонезалежності кожної об'єднаної територіальної громади на основі використання місцевих енергоресурсів і на цій основі формування місць розташування біогазових установок – стабільних енергетичних джерел громади. Як правило, біогазові установки розташовуються біля цілодобового постачання відходів з птахофабрик, свинарників, ферм ВРХ тощо. При цьому для визначення техніко-економічної ефективності впровадження та використання технології перетворення сільськогосподарських відходів у біогаз виникає необхідність у визначенні обсягів виходу біогазу із різних видів відходів та товарної вартості біогазу. Досягнення високого та стабільного виходу біогазу під час роботи метантенка забезпечується регулюванням та контролем значень керуючих параметрів, які можна отримати за допомогою довідників, на основі проведення експериментальних досліджень або з використанням математичних та імітаційних моделей для кожного виду відходів.

Метою дослідження є розробка методичних засад створення математичної та імітаційної моделі процесу функціонування метантенка для визначення техніко-економічної ефективності впровадження та використання технології перетворення сільськогосподарських відходів у біогаз.

Математична модель є системою диференціальних рівнянь, що описують зміну в ферментаторі концентрацій поживних речовин субстрату, біомаси метаногенів і динаміки виходу біогазу. Система диференціальних рівнянь вирішується в пакеті Simulink. Наведено приклад застосування розроблених моделей для прогнозування виходу біогазу при метановому монозброджуванні коров'ячого гною. Такий підхід можна використовувати не тільки для моделювання процесу метанового монозброджування коров'ячого гною, а також і з додаванням сезонних сільгоспвідходів для інтенсифікації виходу біогазу. Оскільки використання рослинних сільськогосподарських відходів має сезонний характер, то за допомогою

розроблених моделей можна спрогнозувати вихід очищеного біогазу для його закачування в газотранспортну або газорозподільчу систему влітку. У прохолодний період року ці обсяги біометану можна використовувати для приготування їжі, обігрівання житлових будинків та приміщень об'єднаної територіальної громади.

Ключові слова: *біогаз, біогазова установка, ферментатор, математична та імітаційна модель, метаногени.*

Актуальність. Одним з ключових напрямів формування енергонезалежних об'єднаних територіальних громад (ОТГ) є науково-технічне обґрунтування принципів розміщення та застосування біогазових виробництв для заміщення природного газу біометаном – газом майбутнього, джерелом сталої, відновлюваної та чистої енергії. З метою покращення екологічного стану ОТГ біометан можна виробляти з органічних відходів, таких як гній ВРХ, залишки їжі або сільськогосподарські рештки. При цьому для їх ефективного використання, в першу чергу, виникає необхідність у визначенні обсягів біометану з органічних відходів ОТГ і, на цій основі, формування рекомендацій щодо розміщення біогазових установок (БГУ) для закачування біометану у підземні газосховища та його ефективного використання в об'єднаних територіальних громадах взимку.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Як показують результати досліджень Біоенергетичної асоціації України з точки зору потенціалу отримання біометану очікується, що сільськогосподарські залишки відіграватимуть ключову роль у майбутній біоенергетиці України. Нині узагальнену інформацію про органічні сільськогосподарські відходи (СВ) на території областей, а також окремі пропозиції щодо закачування біометану в газотранспортну або газорозподільчу систему та його використання в різні сезонні періоди року дуже ретельно висвітлені в матеріалах Біоенергетичної асоціації України [1-2]. Однак, в цих матеріалах відсутня детальна інформація про принципи моделювання і прогнозування виходу біометану та розміщення БГУ на території кожної ОТГ, виходячи з обсягів СВ, які можна ефективно використовувати у БГУ. Для прогнозування високого та стабільного виходу біогазу необхідно розробити математичну модель функціонування біогазової установки з урахуванням процесу отримання біогазу, визначити керуючі параметри моделі за експериментальними або довідниковими даними та за допомогою

імітаційної моделі дослідити динаміку виходу біогазу і на цій основі обґрунтувати відповідну техніко-економічну ефективність перетворення сільськогосподарських відходів у біогаз.

Метою дослідження є розробка методичних засад створення математичної та імітаційної моделі процесу функціонування метантенка для визначення техніко-економічної ефективності впровадження та використання технології перетворення сільськогосподарських відходів у біогаз.

Для досягнення зазначеної мети необхідне вирішення таких задач:

розробити підхід для створення математичної та імітаційної моделі функціонування ферментатора біогазової установки;

здійснити коригування коефіцієнтів математичної моделі на основі довідкових або експериментальних даних;

провести моделювання динаміки виходу біогазу для визначення техніко-економічної ефективності впровадження та використання технології перетворення сільськогосподарських відходів у біогаз на прикладі монозброджування гною ВРХ.

Матеріали та методи дослідження. Розглянемо процес функціонування ферментатора біогазової установки у першому наближенні. Метаноутворюючі бактерії (метаногени), що вносяться в субстрат, живляться поживними речовинами субстрату. Продукт метаболізму метаногенів є біогаз.

Концентрація метаногенів та поживних речовин субстрату, а також динаміка виходу біогазу не є постійною величиною та з часом змінюється. Тому математичну модель функціонування ферментатора біогазової установки в цьому випадку можна представити у вигляді системи диференціальних рівнянь [3-4]:

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = M(t), \\ \frac{dN}{dt} = N(t), \\ \frac{dV}{dt} = V(t), \end{cases} \quad (1)$$

де M – концентрація біомаси метаногенів у субстраті, $\text{кг}/\text{м}^3$; N – концентрація поживних речовин субстрату, засвоюваних метаногенами, кг сухої органічної речовини (СОР)/ м^3 ; V – обсяг отриманого біогазу, м^3 ; t – гідравлічний час утримання (час метанового зброджування субстрату), доби; dM/dt – зміна концентрації у ферментаторі біомаси метаногенів у часі, $\text{кг}/\text{м}^3$ добу; dN/dt – зміна концентрації у ферментаторі поживних речовин субстрату в часі, $\text{кг}/\text{м}^3$ добу; dV/dt – динаміка виходу біогазу в часі, м^3 /добу.

Поживні речовини субстрату в ферментаторі поділяються на три складові: поживні речовини, що завантажуються в ферментатор разом із субстратом; поживні речовини, що вивантажуються з ферментатора разом із субстратом; поживні речовини, які переробляються метаногенами та перетворюються на мікробну біомасу та продукти метаболізму (біогаз):

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{dN}{dt} \right)_{inp} - \left(\frac{dN}{dt} \right)_{out} - \left(\frac{dN}{dt} \right)_{conv}, \quad (2)$$

де dN/dt – зміна концентрації в ферментаторі поживних речовин субстрату в часі, $\text{кг}/\text{м}^3$ добу; $(dN/dt)_{inp}$ – зміна концентрації поживних елементів у часі, завантажених з субстратом у ферментатор, $\text{кг}/\text{м}^3$ добу; $(dN/dt)_{out}$ – зміна концентрації поживних елементів у часі, вивантажених із субстратом із ферментатора, $\text{кг}/\text{м}^3$ добу; $(dN/dt)_{conv}$ – зміна концентрації поживних елементів субстрату в часі, що конвертуються метаногенами, $\text{кг}/\text{м}^3$ добу.

Зміна концентрації поживних елементів в часі, завантажених із субстратом у ферментатор, визначається за виразом:

$$\left(\frac{dN}{dt} \right)_{inp} = K_p \cdot N_{s_0}, \quad (3)$$

де K_p – відносна швидкість надходження субстрату (коефіцієнт розведення культури потоком свіжого субстрату), доба⁻¹; N_{s_0} – початкова концентрація поживних речовин у субстраті, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Зміна концентрації поживних елементів у часі, вивантажених з субстратом із ферментатора, визначається за формулою:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{out} = K_p \cdot N_s, \quad (4)$$

де N_s – концентрація поживних речовин субстрату, засвоєваних метаногенами, кг СОР/м³.

Зміна концентрації поживних елементів субстрату в часі, що конвертуються метаногенами, визначається виразом:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{conv} = \alpha_k \cdot b_v \cdot N_s \cdot M, \quad (5)$$

де α_k – безрозмірний коефіцієнт засвоєння субстрату; b_v – коефіцієнт швидкості зростання бактерій, м³/(кг·добу).

Підставивши у вираз (2) формули (3), (4) і (5), отримаємо вираз визначення зміни концентрації в ферментаторі поживних речовин субстрату в часі:

$$\frac{dN}{dt} = K_p \cdot (N_{s_0} - N_s) - \alpha_k \cdot b_v \cdot N_s \cdot M$$

(6)

Вираз визначення динаміки виходу біогазу у часі має вигляд:

$$\frac{dV}{dt} = \gamma_{conv} \cdot b_3 \cdot M \cdot N_s,$$

(7)

де b_3 – коефіцієнт швидкості зростання бактерій, м³/(кг·добу); γ_{conv} – коефіцієнт швидкості перетворення поживних речовин на біогаз, м³/кг.

У процесі росту метаногенів, і особливо при уповільненні їх росту в стаціонарній фазі, одночасно зі зростанням відбувається їх відмирання, що можна описати як:

$$\frac{dM}{dt} = \mu_3 \cdot M - \mu_6 \cdot M, \quad (8)$$

Питомна швидкість відмирання метаногенів за моделлю Ферхюльста визначається за виразом:

$$\mu_6 = K \cdot M, \quad (9)$$

де K – коефіцієнт відмирання метаногенів за моделлю Ферхюльста.

Підставивши в систему диференціальних рівнянь (1) формули (6), (7) і (8), що описують зміну концентрації у ферментаторі поживних речовин субстрату в часі, а також зміну концентрації у ферментаторі біомаси метаноутворюючих бактерій у часі та динаміку виходу біогазу в часі відповідно, отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = M \cdot K \cdot (N_S - M), \\ \frac{dN_S}{dt} = K_p \cdot (N_{S_0} - N_S) - \alpha_k \cdot b_v \cdot N_S \cdot M, \\ \frac{dV}{dt} = \gamma_{conv} \cdot b_v \cdot M \cdot N_S, \end{cases} \quad (10)$$

Початковими умовами для розв'язання системи диференціальних рівнянь (10) є: початкова концентрація біомаси метаноутворюючих бактерій у ферментаторі – 1 кг/м³ добу [4]; початкова концентрація поживних речовин субстрату, яка визначалася з результатів експериментальних досліджень: у ферментатор робочим об'ємом 30 л завантажувалося 8,5 кг субстрату, у т.ч. 3,5 кг коров'ячого гною та 5 кг води; метановому зброджуванню підлягає суха органічна речовина субстрату, масова частка якого у коров'ячому гною становить 13,9%, тобто поживних речовин – 8,5 кг субстрату; отже, початковий вихід біогазу (V_0) – 0 м³/добу.

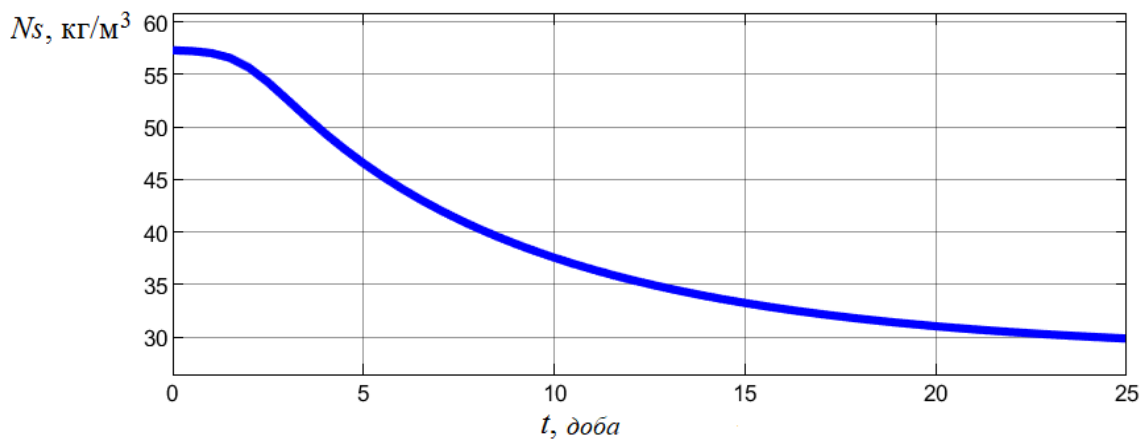
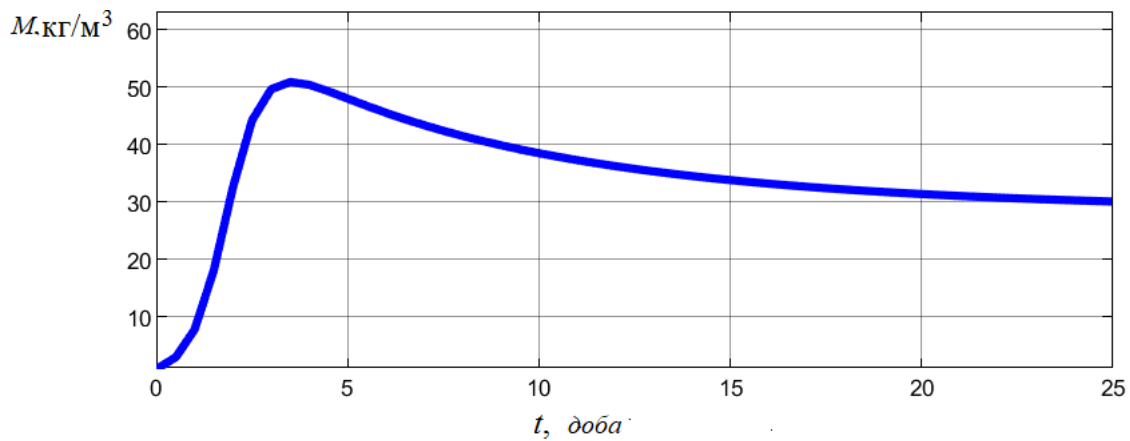
Результати досліджень та їх обговорення. Для вирішення системи диференціальних рівнянь (10) при метановому монозброджуванні коров'ячого гною розроблено імітаційну модель процесу функціонування ферментатора у пакеті Simulink математичної системи MATLAB.

Динаміка зміни в часі обсягу отриманого біогазу V , була визначена в результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь (10) при метановому монозброджуванні коров'ячого гною і зіставлена з результатами експериментальних досліджень динаміки виходу біогазу при метановому монозброджуванні коров'ячого гною. Для цього результати експериментальних досліджень були наведені з м³/кг СОР до м³ як у системі диференціальних рівнянь (10). З трьох повторностей експериментальних досліджень для порівняння результатів прийнято результати повторності, які знаходяться між максимальним і мінімальним значенням. Критерієм

наближеності даних імітаційного моделювання до експериментальних є близькість коефіцієнта детермінації до одиниці.

Для параметрів $\alpha_k=0,3$, $b_v=0,0045$, $K=0,038$ та $\gamma_{conv}=0,00085$ і для максимального візуального наближення графіків функції $V=f(t)$, визначено, що $\alpha_k=0,3$, $b_v=0,0045$, $K=0,038$ та $\gamma_{conv}=0,00085$.

Динаміки зміни у часі концентрації біомаси метаногенів у субстраті M (в $\text{кг}/\text{м}^3$), концентрації засвоєваних бактеріями поживних речовин субстрату N_s (в $\text{кг}/\text{м}^3$) та обсягу отриманого біогазу V (в м^3), визначені в результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь (10) у пакеті Simulink математичної системи MATLAB з параметрами α_k , b_v , K та γ_{conv} наведено на рис. 1.



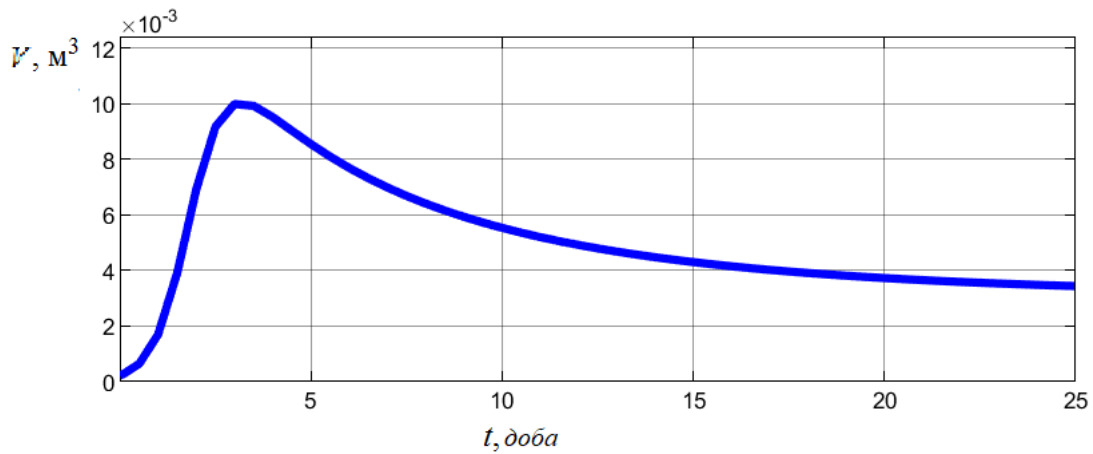


Рис. 1. Динаміка зміни у часі: концентрації біомаси метаноутворюючих бактерій в субстраті M ; концентрації поживних речовин субстрату, які засвоюються бактеріями N_s ; обсягу отриманого біогазу V ; визначені в результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь (10).

Порівняння динаміки зміни в часі обсягу отриманого біогазу згідно з експериментальними даними [45] та розробленою математичною і імітаційною моделлю при метановому монозброджуванні коров'ячого гною зі зазначеними параметрами α_k , b_v , K та γ_{conv} , представлено на рис. 2.

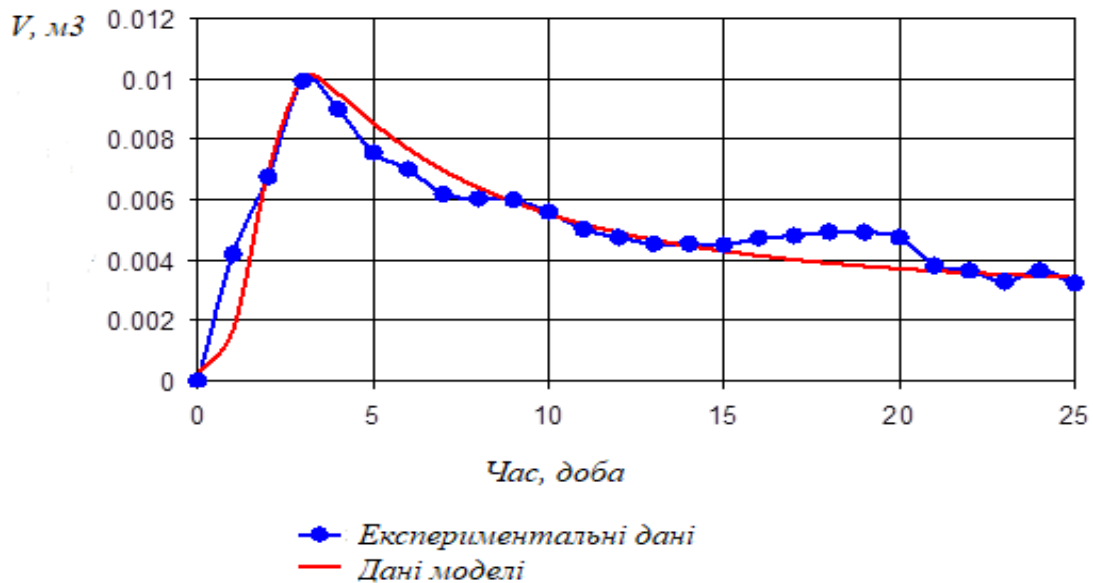


Рис. 2. Порівняння динаміки зміни в часі обсягу отриманого біогазу згідно з експериментальними даними та математичною моделлю при метановому монозброджуванні коров'ячого гною.

У результаті розрахунків встановлено, що коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,894$, тобто результати експериментальних даних підтверджують математичну модель на 89,43 %.

Значення коефіцієнта детермінації перевірялося за критерієм Фішера. Розрахункове значення критерію Фішера становить 203,1. Його порівнювали з критичними значеннями, наведеними в [4] для заданого рівня значущості α та відповідному числі ступенів свободи. При значущості $\alpha = 1\%$ $F_{кр} = 7,77$. Оскільки $F > F_{кр}$, то обчислений коефіцієнт детермінації значно відрізняється від нуля. Цей висновок забезпечується з ймовірністю $1 - \alpha = 99\%$.

Отримані значення параметрів α_k , b_v , K та γ_{conv} дозволяють проводити математичне моделювання процесу метанового монозброджування коров'ячого гною і прогнозувати вихід біогазу при різних значеннях початкової концентрації біомаси метанообразуючих бактерій M_{b0} , початкової концентрації поживних речовин субстрату N_{s0} , початкового виходу біогазу V_0 , а також при квазінеперервному завантаженні субстратом ферментатора, що використовується у всіх промислових біогазових установках. У попередній роботі [4] проводилося моделювання спільного метанового зброджування коров'ячого гною з мелясою. Наведено коефіцієнти системи диференціальних рівнянь. Але моделювання монозброджування коров'ячого гною не проводилося. Такий підхід можна використовувати не тільки для моделювання процесу метанового монозброджування коров'ячого гною, а також і з додаванням сезонних сільгоспвідходів для інтенсифікації виходу біогазу. Оскільки використання рослинних сільськогосподарських відходів має сезонний характер, то за допомогою розроблених моделей можна спрогнозувати вихід очищеного біогазу для його закачування у газотранспортну або газорозподільчу систему влітку. У прохолодний період року ці обсяги біометану можна використовувати для приготування їжі, обігрівання житлових будинків та приміщень об'єднаної територіальної громади. При цьому енергія біогазу розраховується за формулою:

$$E_{\text{б доба}} = Q_{н\text{б}} \cdot V_{\text{б}}, \quad (11)$$

де $E_{\text{б доба}}$ – енергія, отримана з біогазу, МДж/добу; $Q_{н\text{б}}$ – нижча теплота згоряння біогазу, МДж/м³; $V_{\text{б}}$ – вихід біогазу, м³/добу.

Енергія біогазу, отриманого за рік, визначається так:

$$E_{\text{б рік}} = E_{\text{б доба}} \cdot PD, \quad (12)$$

де $E_{\text{б рік}}$ – енергія, отримана з біогазу, МДж/рік; $РД$ – кількість днів роботи метантенка в році (340 діб, 20 діб – на ремонт).

Вартість товарного біометану буде залежити від вартості доставки сировини до БГУ, вартості отримання, закачування та зберігання метану у газосховищах.

Висновки і перспективи. Розроблено методичні засади створення математичної та імітаційної моделі процесу функціонування метантенка для визначення техніко-економічної ефективності впровадження та використання технології перетворення сільськогосподарських відходів у біогаз. Математична модель є системою диференціальних рівнянь, що описують зміну в ферментаторі концентрацій поживних речовин субстрату, біомаси метаногенів і динаміки виходу біогазу. Система диференціальних рівнянь вирішується в пакеті Simulink. При цьому результати експериментальних даних підтверджують результати математичної моделі на 89,43 % з ймовірністю 99 %.

Отримані моделі дозволяють проводити математичне моделювання процесу метанового монозброджування коров'ячого гною та прогнозувати вихід біогазу при різних значеннях початкової концентрації біомаси метаноутворюючих бактерій, початкової концентрації поживних речовин субстрату, обсягу ферментатора, а також при квазінеперервному завантаженні субстратом ферментатора, що використовується у всіх промислових біогазових установках.

Подяка. Дослідження виконано за грантом №94/0129 «Формування технологічних структур децентралізованих енергосистем у повоєнній відбудові інфраструктури територіальних громад в контексті протидії зміни клімату» конкурсу «Наука для відбудови України у воєнний та повоєнний періоди» Національного фонду досліджень України.

References

1. Biomethane is the gas of the future, a source of sustainable, renewable and clean energy. [Electronic resource]. Available at: <https://uabio.org/materials/video/15400/>
2. Georgy Heletukha, Petro Kucheruk, Yuriy Matveev (2022). Prospects of biomethane production in Ukraine. Analytical note No. 29 of the Bioenergy Association of Ukraine, 60.
3. Korolev, S.A. (2012). Identifikatsiya matematicheskoi modeli i issledovanie razlichnikh rezhimov metanogeneza v mezofilnoi srede [Identification of a mathematical

model and study of various modes of methanogenesis in a mesophilic environment]. Computer research and modeling, 4 (1), 131-141.

4. Romaniuk, W., Rogovskii, I., Polishchuk, V., Titova, L., Borek, K., Shvorov, S., Roman, K., Solomka, O., Tarasenko, S., Didur, V., Biletskii, V. (2022). Study of Technological Process of Fermentation of Molasses Vinasse in Biogas Plants. Processes, 10 (10), AN 2011.

5. Zablodskiy, M., Shvorov, S., Polishchuk, V., Trokhaniak, V., Lendiel, T. (2023). Principles of forming biogas plant location places using a neuronetwork, Energy and automation, 1, 5-15.

MATHEMATICAL AND SIMULATION MODEL FOR DETERMINING THE TECHNICAL AND ECONOMIC EFFICIENCY OF THE IMPLEMENTATION AND USE OF AGRICULTURAL WASTE CONVERSION TECHNOLOGY INTO BIOGAS ACCORDING TO THE SEASONS OF THE YEAR

M. Zablodsky, S. Shvorov, V. Polishchuk, V. Trokhaniak, T. Valiev

Abstract. *The purpose of the article is to develop the methodological principles of creating a mathematical and simulation model of the process of functioning of a methane tank to determine the technical and economic efficiency of the implementation and use of the technology of converting agricultural waste into biogas. The mathematical model is a system of differential equations describing the change in the fermenter of substrate nutrient concentrations, methanogen biomass, and the dynamics of biogas output. The system of differential equations is solved in the Simulink package. An example of the application of the developed models for forecasting biogas output during methane monofermentation of cow manure is given. This approach can be used not only for modeling the process of methane monofermentation of cow manure, but also with the addition of seasonal agricultural waste to intensify biogas output. Since the use of vegetable agricultural waste is seasonal, the developed models can be used to predict the output of purified biogas for its injection into the gas transportation or gas distribution system in the summer at different initial values of the biomass concentration of methanogens, the concentration of nutrients in the substrate, and the volume of the fermenter. In the cool period of the year, these volumes of biomethane can be used for cooking, heating residential buildings and premises of the united territorial community.*

Key words: *biogas, biogas plant, fermenter, mathematical and simulation model, methanogens*