

**ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ІДЕНТИФІКАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ЇХ  
ВПЛИВУ НА СИСТЕМУ КЕРУВАННЯ**

*Д. І. Тюляков, аспірант*

*Н. М. Луцька, доктор технічних наук, професор*

*Національний університет харчових технологій*

*E-mail: [D.I.Tiuliakov@hotmail.com](mailto:D.I.Tiuliakov@hotmail.com), [lutkanm2017@gmail.com](mailto:lutkanm2017@gmail.com)*

**Анотація.** У роботі досліджено алгоритми ідентифікації за реакцією на східчастий сигнал об'єкта керування третього та вищих порядків. В якості загальної ідентифікаційної моделі розглянута передатна функція з запізненням, що має кратні полюси  $N$ -го порядку. Також приділена увага окремим випадкам апроксимації: аперіодичною ланкою першого порядку з запізненням (FOPTD) та передатною функцією  $N$ -го порядку без запізнення. Запропоновано алгоритм знаходження оптимальних значень параметрів моделі, що мінімізують інтегральний критерій похибки ідентифікації.

Наведені порівняльні результати ідентифікації тестової моделі 7-го порядку для двох критеріїв: інтегрального квадратичного (Integral Square Error, ISE) та інтегралу від абсолютного значення (Integral Absolute Error, IAE) похибки ідентифікації. Додатково реалізований та використаний алгоритм ідентифікації методом площ. Для порівняння виконана ідентифікація тестової моделі з допомогою функції `procest()` з бібліотеки *System Identification Toolbox / MATLAB*. У результаті отримано 11 ідентифікаційних моделей. Для кожної виконаний розрахунок коефіцієнтів ПІ-регулятора з наперед заданим критерієм оптимальності. В якості еталону, були знайдені оптимальні значення коефіцієнтів ПІ-регулятора для тестової моделі. При використанні отриманих ідентифікаційних моделей для розрахунку ПІ-регулятора були отримані схожі значення та незначне погіршення інтегрального критерію якості керування. Найкращі результати отримані з використанням розробленого методу та ISE як критерій для оптимізації. Найкраща структура ідентифікаційної моделі - передатна функція з запізненням, що має кратні полюси  $N$ -го порядку. Гарний результат показала передатна функція, що має кратні полюси  $N$ -го порядку без запізнення. Перевагою цієї структури моделі є швидкий алгоритм пошуку постійної часу. Також ефективний результат отриманий безпошуковим методом площ. Перевагою функції `procest()` є можливість роботи з різними типами вхідних та вихідних сигналів. У той же час при ідентифікації за східчастим вхідним сигналом вона показала гірші результати.

**Ключові слова:** ідентифікація об'єктів керування, критерій, *Integral Square Error, ISA, Integral Absolute Error, IAE, метод площ, FOPTD, ПІ-регулятор*

**Актуальність.** Ідентифікація об'єктів керування (ОК) відіграє важливу роль у

багатьох інженерних галузях, зокрема в автоматизації виробничих процесів [1], розробці систем керування та оптимізації технологічних операцій. Сучасні інженерні системи вимагають високої точності та надійності керування, що потребує адекватної математичної моделі об'єкта. Модель має враховувати динамічну поведінку системи, забезпечуючи передбачувані результати для широкого діапазону умов експлуатації.

Не дивлячись на різноманіття існуючих методів ідентифікації [2-4], нині не існує універсального методу, що підходить для всіх поставлених задач. Для ідентифікації лінійних систем розповсюджені методи [2, 4-7]: частотні, авторегресійні, субпросторів.

В інженерній практиці широко використовується ідентифікація ОК за реакцією на східчастий вхідний сигнал [8-11]. Цей підхід популярний завдяки простоті генерації таких сигналів та їх здатності забезпечити детальну інформацію про перехідні процеси в системі.

Типова система автоматичного регулювання (САР) для ОК з одним входом – одним виходом представлена на рис. 1. Як правило, в системі передбачається можливість переходу від автоматичного до ручного режиму видачі сигналу керування  $u(t)$ .

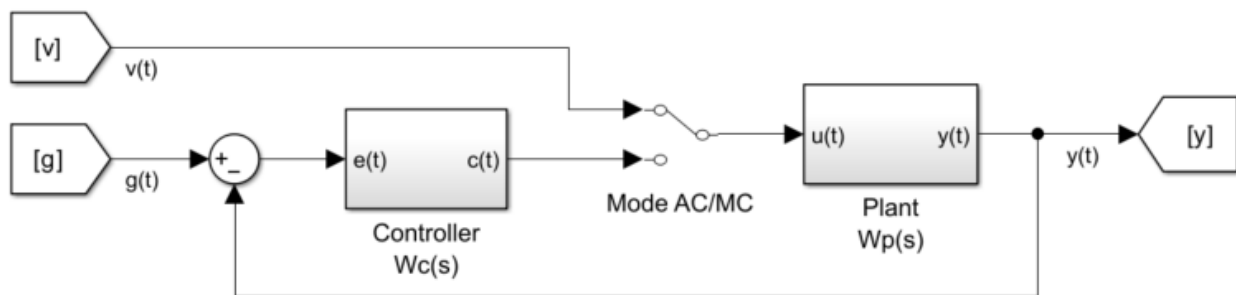


Рис. 1. Типова САР для ОК з одним входом-одним виходом

Для розрахунку коефіцієнтів передатної функції (ПФ) регулятора  $W_c(s)$  необхідно отримати математичну модель ОК. Для цього можуть використовуватись методи ідентифікації в режимі активного експерименту, подаючи обраний тип вхідного сигналу на ОК.

У цій роботі розглядаються ОК, які після лінеаризації можна представити

передатною функцією з невідомими  $N_p, \tilde{K}, \tilde{T}$  виду:

$$W_p(\tilde{K}, \tilde{T}, s) = \tilde{K} \prod_{k=1}^{N_p} \frac{1}{\tilde{T}_k s + 1}, \#(1)$$

де  $N_p$  – порядок ОК,  $\tilde{K}$  – статичний коефіцієнт підсилювання (DC Gain),  $\tilde{T}$  – вектор постійних часу аперіодичних ланок першого порядку. Порядок  $N_p$  за рахунок неврахованої/ паразитної динаміки завжди більший, ніж при аналітичному розгляді фізико-математичної моделі. Для ОК з розподіленими параметрами та/або ланками транспортного запізнення – порядок прямує до нескінченості. Задача ідентифікації полягає в знаходженні параметрів апроксимуючої передатної функції  $W_i(K, T, s)$  наперед заданого порядку  $N_i$ , де  $N_i < N_p$ .

На практиці використовується більш зручна апроксимуюча передатна функція для ідентифікації ОК виду (1):

$$W_i(K, \tau, T, s) = K e^{-\tau s} \prod_{k=1}^{N_i} \frac{1}{T_k s + 1}, \#(2)$$

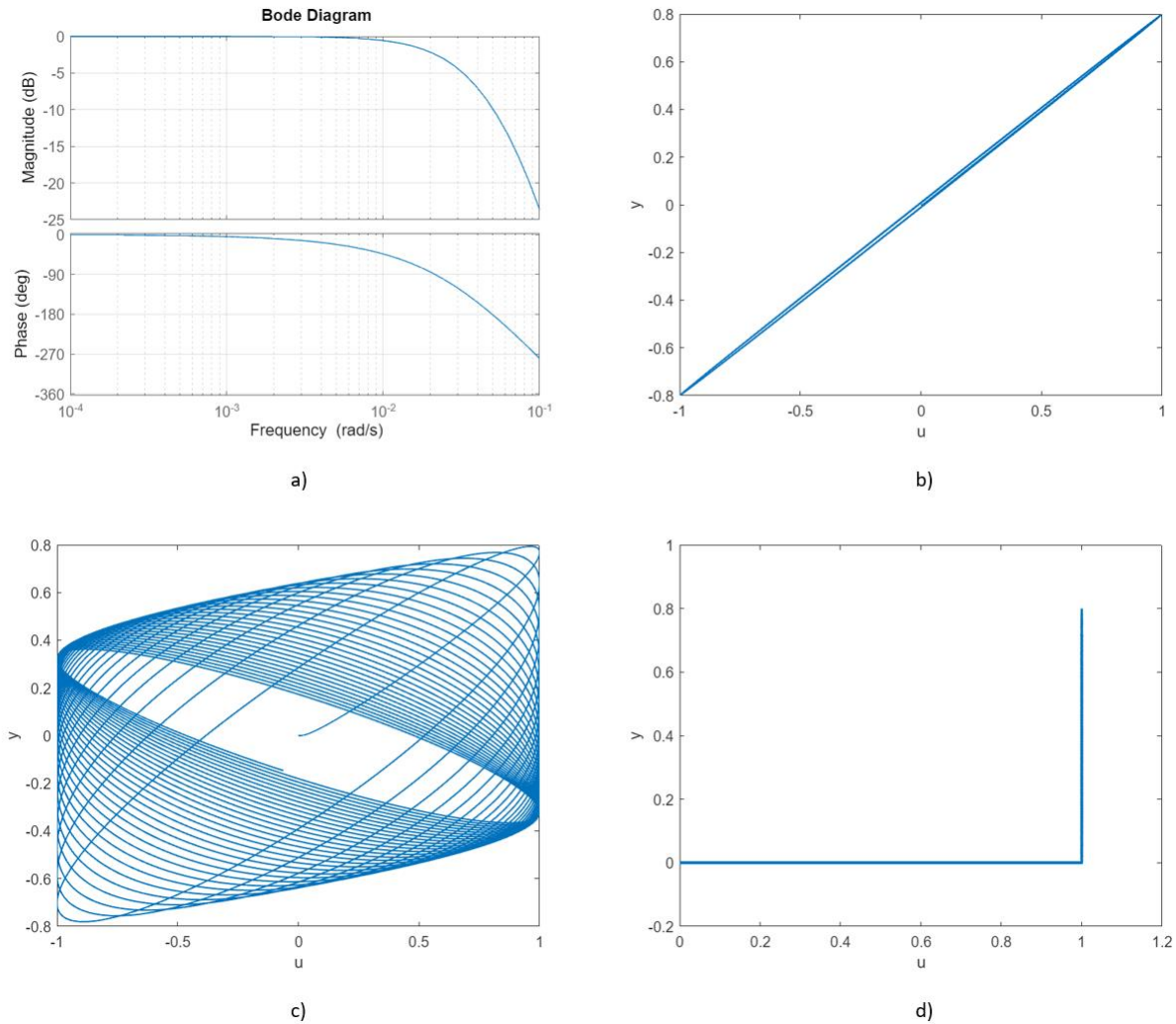
де за рахунок ланки запізнення  $e^{-\tau s}$  можна досягти меншої похибки ідентифікації при меншому порядку моделі  $N_i$ .

Для ідентифікації в часовій області за вхідними та вихідними сигналами  $\{u(t), y(t)\}$  відповідно, необхідно обирати інформативний сигнал  $u(t)$ . Як приклад на рис. 2 представлені АФЧХ та траєкторії руху при подачі різних сигналів для тестового ОК з параметрами передатної функції  $W_p(\tilde{K}, \tilde{T}, s)$ :

$$\tilde{K} = 0.8, \tilde{T} = [26, 21, 11, 8, 5, 4, 2].$$

Частотна характеристика ОК заданих рівнянням (1) відповідає фільтру низьких частот (рис. 2. a). Тому, якщо спектр сигналу  $u(t)$  обмежений діапазоном частот, де зсув фази практично відсутній – ідентифікація динамічної складової ОК неможлива.

На рис. 2, b наведена траєкторія руху при подачі на вхід гармонійного сигналу з лінійно зростаючою частотою в діапазоні  $8 \cdot 10^{-5} \dots 2 \cdot 10^{-4}$  рад/с. Вочевидь, що на низьких частотах отримали статичну характеристику  $y = K \cdot u$ , яка дозволяє тільки визначити DC Gain, та не розкриває динаміку ОК.



**Рис. 2. АФЧХ та траєкторії руху в координатах вхід-вихід**

На рис. 2, *c* наведена траєкторія руху при подачі на вхід гармонійного сигналу з лінійно зростаючою частотою в діапазоні  $2 \cdot 10^{-4}..4 \cdot 10^{-2}$  рад/с. У цьому діапазоні проявляються динамічні властивості ОК. При цьому на верхній межі частоти амплітуда вихідного сигналу падає тільки на 7 дБ. Сигнал в цій полосі частот цілком інформативний для використання при ідентифікації ОК. До недоліків можна віднести складність формування такого сигналу керування для реального об'єкту.

На рис. 2, *d* наведена траєкторія руху при подачі на вхід східчастого сигналу  $u(t) = 1(t)$ . Не зважаючи на отриману просту форму траєкторії руху, східчастий вхідний сигнал має достатню інформативність для ідентифікації ОК. Також до переваг можна віднести легкість використання такого сигналу під час активного експерименту для більшості ОК.

У цій роботі для ідентифікації ОК використовується аналіз реакції на східчастий вхідний сигнал (Step Response). Деякі алгоритми можуть успішно використовуватись для роботи з іншими вхідними сигналами, за умови їх достатньої інформативності, як було зазначено вище.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** До простіших методів оцінки динамічних властивостей ОК для подальшого розрахунку регулятора можна віднести апроксимацію аперіодичною ланкою першого порядку з запізненням (First Order Plus Time Delay, FOPTD):

$$W_i(K, \tau, T, s) = Ke^{-\tau s} \frac{1}{Ts + 1}. \#(3)$$

Існують рекомендації [12] з розрахунку ПД-регулятора за графічно-визначеними параметрами  $K_r, \tau_r, T_r$  ламаної, що задана рівнянням:

$$y_r(t) = \begin{cases} 0, & t \leq \tau_r \\ K_r \frac{t - \tau_r}{T_r}, & \tau_r < t < \tau_r + T_r \\ K_r, & t \geq \tau_r + T_r \end{cases}. \#(4)$$

В роботі [13] представлена апроксимація за перехідною характеристикою методом площ. Цей метод є простим для використання та дає задовільний результат.

Також, для ідентифікації ОК широко використовується пакет System Identification Toolbox/ MATLAB. Моделі, передатні функції яких описані рівнянням (2), знаходяться в розділі Process Models [14]. Необхідно зазначити, що алгоритми ідентифікації, на відміну від двох попередніх, не обмежені тільки аналізом реакції на східчастий вхідний сигнал. Також необхідно зазначити, що алгоритм працює з ідентифікаційною моделлю максимум третього порядку.

**Мета дослідження** – вплив точності ідентифікації об'єкту керування на точність системи керування, яка побудована на основі цієї моделі ОК. Для досягнення поставленої задачі необхідно: 1) огляд та аналіз існуючих інженерних методів ідентифікації ОК для САР; 2) моделювання САР для отриманих ідентифікаційних моделей ОК; 3) порівняння якості та точності САР, формулювання рекомендацій.

**Матеріали і методи дослідження.** Для моделей, заданих рівнянням (2) за

реакцією на східчастий вхідний сигнал, легко визначити статичний коефіцієнт підсилювання (DC Gain):

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{y_e - y_b}{u_e - u_b}, \#(5)$$

де  $y_b$  – початкове значення виходу;  $y_e$  – усталене значення виходу;  $u_b$ ,  $u_e$  – початкове та кінцеве значення східчастого сигналу.

Також зазначимо необхідність підготовки (зведення) даних:

$$y_o(t) = \frac{y(t) - y_b}{y_e - y_b}, \#(6)$$

$$u_o(t) = \frac{u(t) - u_b}{u_e - u_b}, \#(7)$$

Після виконання кроків (5, 6, 7) в отриманих нормованих даних необхідно відрізати всі значення масиву до моменту видачі східчастого сигналу. У результаті отримаємо нормований вхід/вихід:  $\{1(t), h(t)\}$ , де  $h(t) = y_o(t)$  – перехідна характеристика ОК при  $K=1$ .

Для оцінки похибки ідентифікації обрано критерії ISE та IAE виду:

$$e(t) = y_o(t) - y_i(t), \#(8)$$

$$I_{se} = \int_0^{t_e} e(t)^2 dt, \#(9)$$

$$I_{ae} = \int_0^{t_e} |e(t)| dt, \#(10)$$

де  $y_o(t)$  – нормований вихід ОК,  $y_i(t)$  – нормований вихід ідентифікаційної моделі,  $t_e$  – час проведення експерименту ідентифікації.

Можна довести, що за умови правильно визначеного статичного коефіцієнту підсилювання  $K$ , при  $t_e \rightarrow \infty$ , похибка  $e(t) \rightarrow 0$  та, відповідно,  $I_{se}$ ,  $I_{ae}$  – мають кінцеві значення.

У цій роботі розглянута задача ідентифікації, яка зводиться до пошуку параметрів  $\tau, T$  передатної функції  $W_i(K, \tau, T, s)$  (2) при  $K=1$  (за рахунок зведення

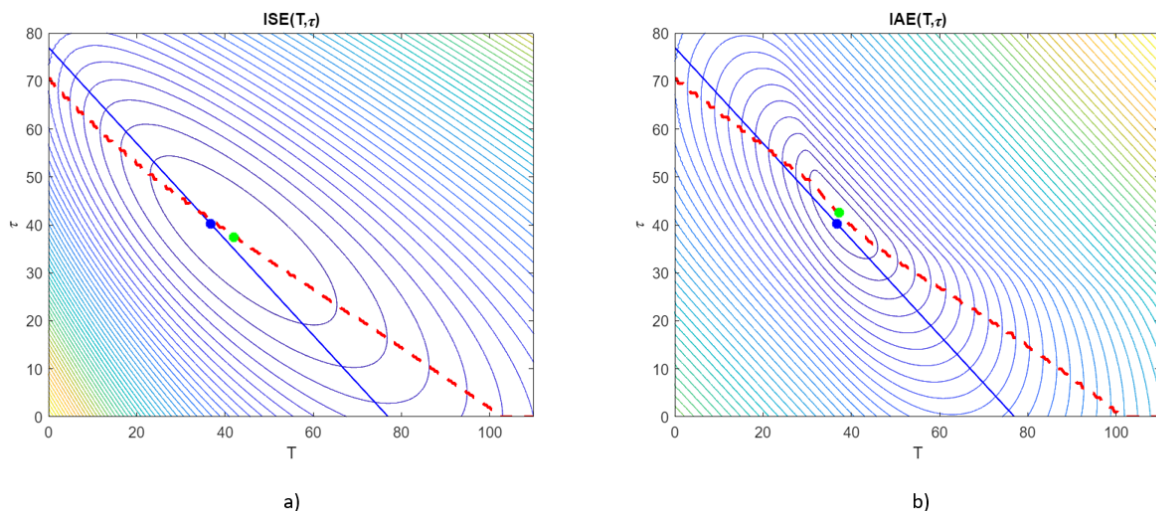


даних (6, 7)), що мінімізує обрану інтегральну оцінку похибки ідентифікації  $ISE(\tau, T)$  або  $IAE(\tau, T)$ . Розглянемо пошук параметрів ідентифікаційної моделі  $\tau, T$  на прикладі тестового ОК з  $\tilde{T} = [26, 21, 11, 8, 5, 4, 2]$ .

**Апроксимація ПФ першого порядку з запізненням (FOPTD).**

$$W_i(\tau, T, s) = e^{-\tau s} \frac{1}{Ts + 1}, \#(11)$$

Для моделі, заданої передатною функцією (11), дуже легко реалізувати алгоритм пошуку двох параметрів  $\tau, T$ , що мінімізують  $ISE(\tau, T)$  або  $IAE(\tau, T)$ . Можна довести, що при ідентифікації монотонного перехідного процесу даною функцією є тільки глобальний мінімум. Це дозволяє використовувати відомі методи пошуку мінімуму. На рис. 3 представлена залежність  $ISE(\tau, T)$  або  $IAE(\tau, T)$ .



**Рис. 3. Залежність інтегральної оцінки похибки ідентифікації для моделі першого порядку з запізненням (FOPTD) від параметрів  $\tau, T$ :  
a –  $ISE(\tau, T)$ ; b –  $IAE(\tau, T)$**

Червона пунктирна лінія показує оптимальне значення запізнення  $\tau$ , що мінімізує відповідний інтегральний критерій при заданому  $T$ . Глобальний мінімум позначений зеленою точкою. Можна відмітити, що оптимальні значення  $\tau, T$  хоча незначно, але відрізняються залежно від вибору інтегральної оцінки похибки ідентифікації.

Також до зручних та простих алгоритмів можна віднести апроксимацію за перехідною характеристикою методом площ [13]. Для цього чисельним методом необхідно знайти два допоміжних інтеграла від нормованого (6) вихідного сигналу

ОК:

$$S_{o1} = \int_0^{t_e} (1 - y_o(t)) dt, \#(12)$$

$$S_{o2} = \int_0^{t_e} \int_t^{t_e} (1 - y_o(t)) dt^2, \#(13)$$

Для тестового ОК отримані такі значення:  $S_{o1} = 77$ ,  $S_{o2} = 3638$ . Не важко помітити, що значення  $S_{o1}$  дорівнюють сумі постійних часу ОК.

Підставляючи в (12), (13) замість  $y_o(t)$  – вихід ідентифікаційної моделі  $y_i(t)$  можна аналітично отримати:

$$S_{i1} = \tau + T, \#(14)$$

$$S_{i2} = 0.5\tau^2 + T \cdot \tau + 0.5T^2, \#\#(15)$$

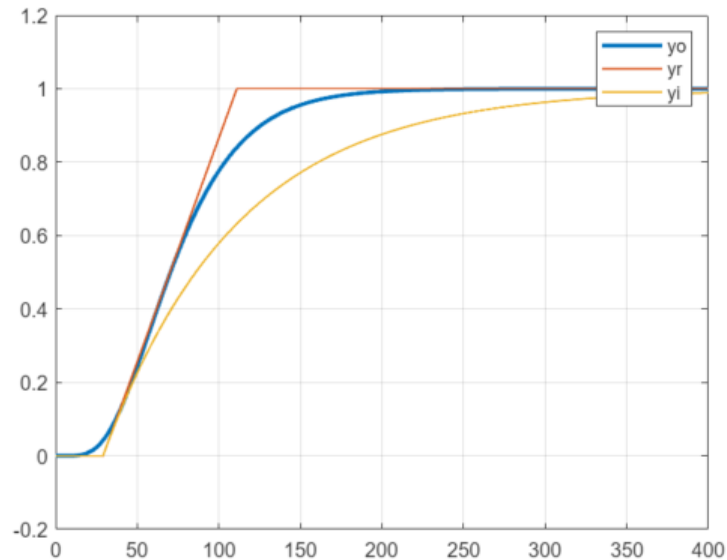
Прирівнюючи  $S_{o1} = S_{i1}$ ,  $S_{o2} = S_{i2}$  знаходимо значення  $\tau, T$ . На рис. 3 розраховане методом площ значення  $\tau, T$  відображено синьою точкою. Синя лінія є графічним відображенням рівняння (14) та своєрідним аналогом червоної пунктирної для методів мінімізації інтегральної оцінки похибки ідентифікації.

Необхідно зазначити про графічний метод визначення параметрів апроксимаційної моделі (11). Іноді в літературі [15,16] пропонується “провести дотичну” (4) та таким чином отримати коефіцієнти  $\tau = \tau_r$ ,  $T = T_r$ . Однак на прикладі тестового ОК можна переконатися, що такий метод дає дуже велику похибку (рис. 4). За необхідністю приблизної оцінки аперіодичної моделі першого порядку з запізненням без використання обчислювальної техніки пропонується використовувати «правило трьох T». Таким чином час досягнення виходу 95% від усталеного значення дорівнює:

$$t_{95} = \tau + 3T, \#(16)$$

що дає можливість знайти  $T$ , підставляючи приблизне значення  $\tau$ . Таке визначення  $T$  підвищує точність його оцінки як мінімум на 20 %.





**Рис. 4. Графічний метод ідентифікації ОК моделлю першого порядку з запізненням**

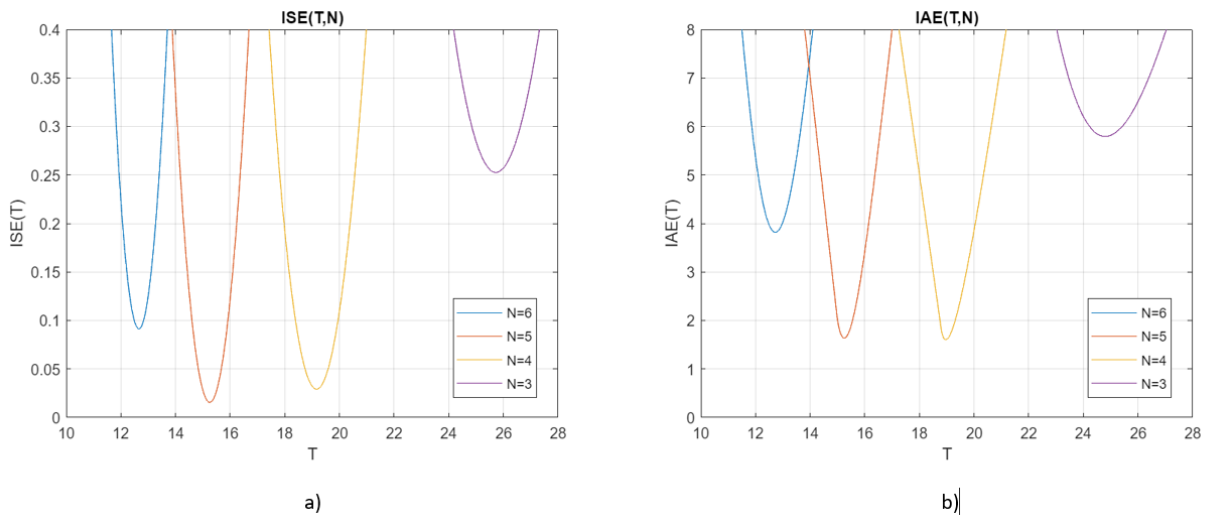
У той же час, сигнал  $y_r(t)$  (4) може бути знайдений не тільки графічно, але і методом мінімізації ISE, IAE. Отримані  $\tau_r, T_r$  (точніше відношення  $\tau_r/T_r$ ) цього сигналу можуть використовуватись для попередньої оцінки порядку об'єкту. Під час дослідження були знайдені методи перерахунку отриманих  $\tau_r, T_r$  для подальшого успішного використання в ідентифікаційних моделях. У той же час алгоритми ISE, IAE отримання сигналу  $y_r(t)$  не є простішими за отримання параметрів  $\tau, T$  аперіодичної моделі першого порядку з запізненням, які розглянуті вище.

#### *Апроксимація ПФ N-го порядку*

Велике практичне значення для попередньої оцінки еквівалентного порядку ОК має модель з кратними полюсами N-го порядку без запізнення:

$$W_i(N, T, s) = \left( \frac{1}{Ts + 1} \right)^N, \#(17)$$

При наперед заданому N ця модель має тільки одну ступінь свободи, що робить процес пошуку мінімального значення обраного інтегрального критерію легким. Залежність ISE(T, N), IAE(T, N) для тестового ОК наведена на рис. 5.



**Рис. 5. Залежність інтегральних критеріїв від порядку моделі  $N$  та постійної часу  $T$ :**

$a - ISE(T, N)$ ;  $b - IAE(T, N)$

Для знаходження оптимального значення  $N$  необхідно зробити серію розрахунків, починаючи з  $N=1$ . При ідентифікації ОК високого порядку з підвищенням  $N$  інтегральна оцінка спочатку зменшується, а потім зростає. Таким чином легко знайти оптимальну передатну функцію моделі  $W_i(N, T, s)$ . На рис. 5 представлені графіки  $ISE(T)$  та  $IAE(T)$  при  $N=3..6$ . При  $N=1, 2$  похибка ідентифікації для цього ОК занадто велика, тому на графіку відсутні. Можна помітити, що для  $ISE$  оптимальним порядком є  $N=5$ . Для  $IAE$  моделі 4-го та 5-го порядку мають дуже близькі мінімальні значення похибки, але оптимальним порядком є  $N=4$ .

Також порядок та коефіцієнти моделі (17) можна знайти методом площ:

$$NT = S_{o1} \#(18)$$

$$N = \frac{S_{o1}^2}{2S_{o2} - S_{o1}^2} \#(19)$$

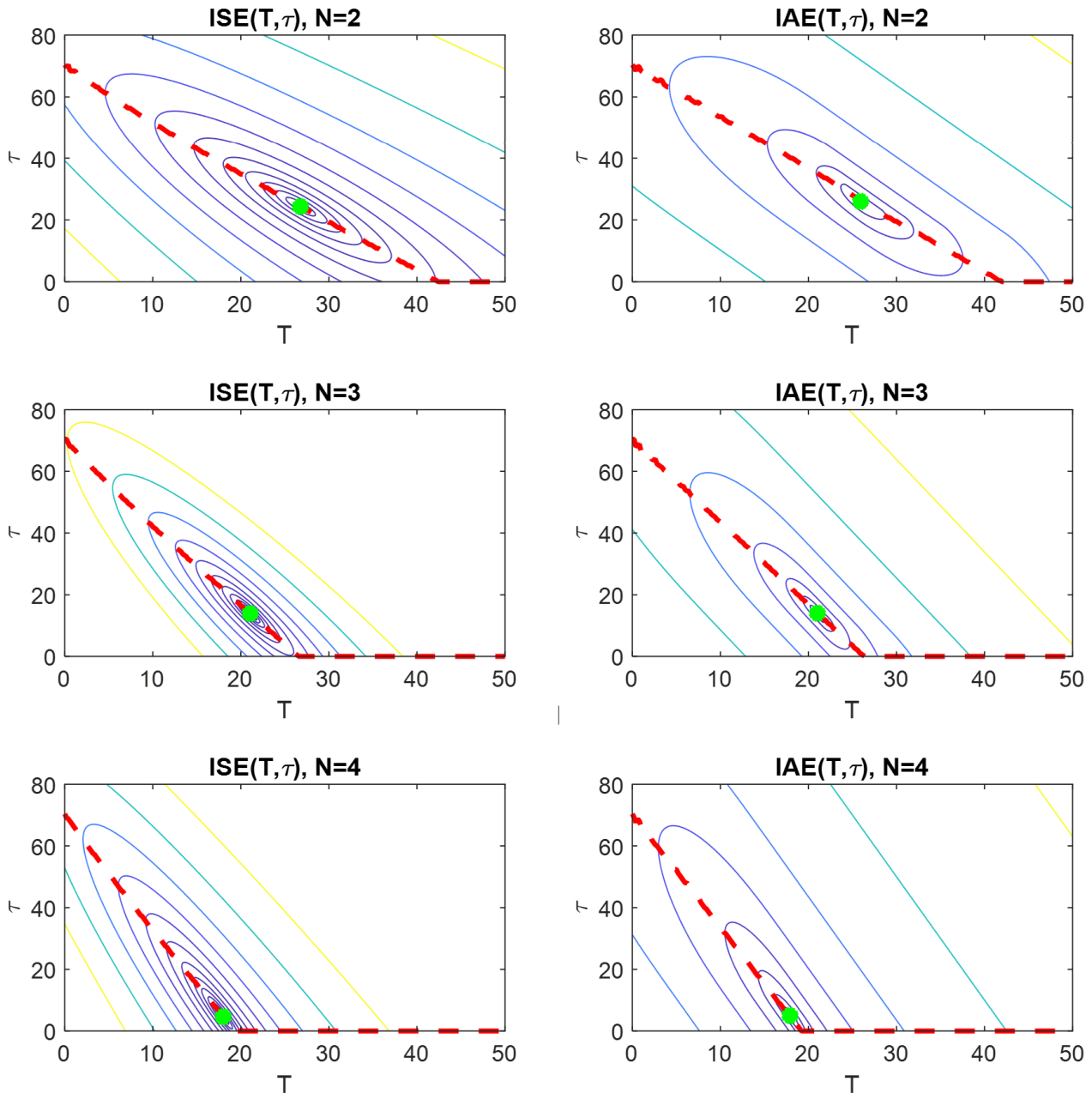
Рівняння (18) нагадує, що  $S_{o1}$  це сума постійних часу ПФ. З рівняння (19) можна одразу знайти оптимальний (з точки зору методу площ) порядок. Для тестового ОК  $S_{o1} = 77$ ,  $S_{o2} = 3638$ , тому  $N \approx 4,4$ . Заокруглюючи до цілого  $N=4$  та підставляючи в (18) знаходимо  $T$ . Необхідно зазначити, що для  $N=4$  та  $N=5$  значення  $T$  майже однакові для методу площ,  $ISE$ ,  $IAE$ .

**Апроксимація ПФ  $N$ -го порядку з запізненням.**

Найкращі результати при невеликих обчислювальних затратах дає модель:

$$W_i(N, \tau, T, s) = e^{-\tau s} \left( \frac{1}{Ts + 1} \right)^N \quad \#(20)$$

Легко помітити, що рівняння (11), (17) є окремим випадком (20). У результаті ідентифікації тестової моделі ОК ПФ N-го порядку з запізненням, отримані залежності ISA, IAE від  $\tau, T$  та N, що наведені на рис. 6.



**Рис. 6. Залежність інтегральних критеріїв від порядку моделі N та параметрів  $\tau, T$**

При будь якому значенні N алгоритм пошуку оптимальних значень  $\tau, T$ , що мінімізують ISE( $\tau, T$ ) або IAE( $\tau, T$ ), не відрізняється від описаного вище для ПФ

першого порядку з запізненням (11). У той же час пошук оптимального  $N$  повторює алгоритм для вище описаного алгоритму для апроксимації ПФ  $N$ -го порядку без запізнення (17).

Червона пунктирна лінія показує оптимальне значення запізнення  $\tau$ , що мінімізує відповідний інтегральний критерій при заданому  $T$ . Глобальний мінімум позначений зеленою точкою.

**Результати досліджень та їх обговорення.** Для оцінки ефективності розробленого алгоритму виконувалася ідентифікація тестового ОК (1) з параметрами  $\tilde{K} = 1$ ,  $\tilde{T} = [26, 21, 11, 8, 5, 4, 2]$ . Час фіксації експериментальних даних  $t_e = 400$  с. Під час пошуку оптимальних значень використовувались інтегральні критерії ISA та IAE. Для порівняння, для деяких структур моделей були проведені розрахунки методом площ. Також була проведена ідентифікація з використанням функції `procest()` з бібліотеки MATLAB / System Identification Toolbox. Як параметри конфігурації використовувались структури: 'P1D', 'P2D', 'P3D'. Отримані значення коефіцієнтів апроксимуючих передатних функцій  $W_i(K, \tau, T, s)$  (2) наведені в таблиці 1. Інтегральні оцінки похибки ідентифікації та максимальне абсолютне значення похибки наведено в таблиці 2.

### 1. Параметри ідентифікаційних моделей $W_i(K, \tau, T, s)$

N	K	$\tau$	T	Метод
1	1	37.76	41.9297	min ISE
2	1	42.52	37.0972	min IAE
3	1	40.30	36.7015	square
4	1	0.00	[15.25, 15.25, 15.25, 15.25, 15.25]	min ISE
5	1	0.00	[18.96, 18.96, 18.96, 18.96]	min IAE
6	1	0.00	[19.25, 19.25, 19.25, 19.25]	square
7	1	13.91	[21.0531, 21.0531, 21.0531]	min ISE
8	1	14.14	[20.9759, 20.9759, 20.9759]	min IAE
9	1.0095	36.95	43.846	procest, P1D
10	0.9967	20.70	[30.499, 30.523]	procest, P2D
11	0.9985	13.63	[29.919, 17.525, 17.242]	procest, P3D

## 2. Помилки ідентифікації та коефіцієнти регулювання

N	ISE	IAE	MaxE	K <sub>p</sub>	K <sub>i</sub>	ΔQ, %
1	0,1764	5,27	0,1047	0,705	0,0117	0,0780
2	0,2646	4,54	0,1506	0,700	0,0113	0,8547
3	0,2570	4,97	0,1298	0,700	0,0118	0,1475
4	0,0155	1,64	0,0135	0,702	0,0117	0,1244
5	0,0339	1,60	0,0334	0,720	0,0120	0,1884
6	0,0302	1,90	0,0280	0,720	0,0119	0,0718
7	0,0009	0,30	0,0068	0,715	0,0117	0,0069
8	0,0010	0,29	0,0075	0,713	0,0117	0,0109
9	0,1604	5,56	0,1001	0,710	0,0117	0,0264
10	0,1760	5,91	0,0480	0,720	0,0113	0,6648
11	0,0174	1,94	0,0152	0,720	0,0116	0,0857

Для кожної знайденої ідентифікаційної моделі були розраховані параметри ПІ-регулятора, що мінімізують заданий інтегральний критерій оптимальності:

$$Q(K_p, K_i) = \int_0^{t_e} \left( (g(t) - y(t))^2 + 10(u(t) - u_{уст})^2 \right) dt. \quad \#(21)$$

Отримані значення наведені в таблиці 2.

Також оптимальні еталонні значення ПІ-регулятора були знайдені для тестової моделі ОК:  $K_p = 0,715, K_i = 0,0118$ . Приріст  $\Delta Q(K_p, K_i)$ , що відповідає погіршенню якості керування, яке виникає при використанні ідентифікаційних моделей для налаштувань ПІ-регулятора наведено в таблиці 2.

### Висновки і перспективи.

Результатом дослідження є алгоритм пошуку оптимальних значень  $\tau, T$  ідентифікаційної моделі, заданої передатною функцією (20), які мінімізують інтегральний критерій похибки  $ISE(\tau, T, N)$  або  $IAE(\tau, T, N)$ . Як окремий випадок, (20) розглянуті моделі (11), (17). Для порівняння результатів був реалізований алгоритм ідентифікації методом площ для моделей (11), (17). Також, для порівняння, була проведена ідентифікація тестового об'єкту за допомогою функції `procest()` з бібліотеки MATLAB / System Identification Toolbox. Для кожної отриманої ідентифікаційної моделі були проведені розрахунки ПІ-регулятора з наперед заданим критерієм оптимальності (21), з подальшою перевіркою отриманих

коефіцієнтів на тестовому ОК. Результати наведені в таблицях 1,2.

Найменшу похибку ідентифікації за критерієм  $ISE(\tau, T, N)$  має модель третього порядку, яка представлена в таблицях 1,2 під № 7. Також ця модель має найменшу абсолютну помилку ідентифікації, завдяки ній були отримані найближчі до оптимальних значень коефіцієнти ПІ-регулятора.

Найменшу похибку ідентифікації за критерієм  $ISE(\tau, T, N)$  має також модель третього порядку зі схожими з попередньої коефіцієнтами  $\tau, T$ . Модель представлена в таблицях 1, 2 під № 8. У той же час ця модель має дещо гірші показники  $MaxE$  та  $\Delta Q$ .

Моделі першого порядку з запізненням (11), очікувано, мають найбільшу похибку ідентифікації. У той же час ці моделі можуть використовуватися для подальших спрощених розрахунків ПІ-регуляторів без завдання критеріїв оптимальності. Кращий результат за показниками  $MaxE$  та  $\Delta Q$  отриманий з використанням методу мінімізації  $ISE(\tau, T)$ .

Моделі  $N$ -го порядку без запізнення є компромісом між точністю ідентифікації та швидкістю пошуку, тому що при заданому  $N$  мають тільки одну степінь свободи –  $T$ . При використанні інтегрального критерію  $ISE(T, N)$  отримана ПФ п'ятого порядку (модель № 4 в таблицях 1, 2), при використанні  $IAE(T, N)$  та методу площ – ПФ четвертого порядку (моделі № 5, 6 відповідно).

При використанні функції `procest()` було отримано хибне значення статичного коефіцієнту  $K$ . Необхідно зауважити, що цей метод MATLAB є універсальним, та може працювати з різними вхідними сигналами за умови їх інформативності. Саме тому коефіцієнт  $K$  входить до параметрів, що мінімізують похибку ідентифікації. Але для ідентифікації за східчастим сигналом на обмеженому в часі вимірюванні дає помилкові значення. Також для структур «P2D», «P3D» отриманні значення  $\tau, T$ , що суттєво відрізняються від інших методів та дають найгірший результат.

У той же час, необхідно зазначити, що для всіх отриманих моделей критерій оптимальності  $\Delta Q$  не дуже відрізняється. Тому в практичних задачах всі вони мають право використовуватись для розрахунків налаштування ПІ-регулятора.

У подальших роботах будуть розглянуті більш складні алгоритми ідентифікації



з більшим ступенем свободи, та їх використання в умовах впливу завод.

### Список використаних джерел

1. Островерхов, М. Я., Сільвестров, А. М., & Кривобока, Г. І. Ідентифікація електротехнічних об'єктів керування. 2020.
2. Guillaume, J. H., Jakeman, J. D., Marsili-Libelli, S., Asher, M., Brunner, P., Croke, B., Stigter, J. D. Introductory overview of identifiability analysis: A guide to evaluating whether you have the right type of data for your modeling purpose. *Environmental Modelling & Software*. 2019. №119, 418-432.
3. Balakrishnan V. System identification: theory for the user: Lennart Ljung; Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1999, ISBN 0-13-656695-2. 2002.
4. Deb A., Roychoudhury S., Sarkar G. Analysis and Identification of Time-Invariant Systems, Time-Varying Systems, and Multi-Delay Systems Using Orthogonal Hybrid Functions: Theory and Algorithms with MATLAB®. Springer, 2016. Т. 46.
5. Bittanti S. Model identification and data analysis. John Wiley & Sons, 2019.
6. Garnier H., Wang L., Young P. C. Direct identification of continuous-time models from sampled data: Issues, basic solutions and relevance. Identification of continuous-time models from sampled data. Springer London, 2008. P. 426.
7. Pillonetto G. et al. Regularized system identification: Learning dynamic models from data. Springer Nature. 2022. P. 377.
8. Chen L., Li J., Ding R. Identification for the second-order systems based on the step response. *Mathematical and computer modelling*. 2011. Vol. 53. №. 5-6. P. 1074-1083.
9. Ali M. S., Lee J. S., Lee Y. I. Identification of three-parameter models from step response. *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*. 2010. Т.16. №. 12. P. 1189-1196.
10. Ahmed S., Huang B., Shah S. L. Novel identification method from step response. *Control Engineering Practice*. 2007. Т. 15. № 5. P. 545-556.
11. Liu T., Wang Q. G., Huang H. P. A tutorial review on process identification from step or relay feedback test. *Journal of Process control*. 2013. Vol. 23. №. 10. P. 1597-1623.
12. Manuel, C. J., Santos, M. M., Lenzi, G. G., Tusset, A. M. Computational Validation of the Best Tuning Method for a Vehicle-Integrated PID Controller. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2022.
13. Жученко А. І., Кваско М. З., Кубрак Н. А. Ідентифікація динамічних характеристик. Комп'ютерні методи. К.: ВІПОЛ. 2000.
14. Ljung L. System identification toolbox: User's guide. Natick, MA, USA: MathWorks Incorporated, 2005.
15. Кубрак А. І., Жученко О. А, Ситніков О.В. Замкнені та нелінійні системи. К.: Політехніка. 2010.
16. Артюшин Л. М. та ін. Теорія автоматичного керування. Львів: Видавництво УАД, 2004.

## References

1. Ostroverkhov, M. Ya., Silvestrov, A. M., & Kryvoboka, H. I. (2020). Identyfikatsiia elektrotekhnichnykh ob'ektiv keruvannia [Identification of electrical control objects].
2. Guillaume, J. H., Jakeman, J. D., Marsili-Libelli, S., Asher, M., Brunner, P., Croke, B., & Stigter, J. D. (2019). Introductory overview of identifiability analysis: A guide to evaluating whether you have the right type of data for your modeling purpose. *Environmental Modelling & Software*, 119, 418-432.
3. Balakrishnan, V. (2002). System identification: theory for the user: Lennart Ljung; Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1999, ISBN 0-13-656695-2.
4. Deb, A., Roychoudhury, S., & Sarkar, G. (2016). Analysis and Identification of Time-Invariant Systems, Time-Varying Systems, and Multi-Delay Systems Using Orthogonal Hybrid Functions: Theory and Algorithms with MATLAB® (Vol. 46). Springer.
5. Bittanti, S. (2019). Model identification and data analysis. John Wiley & Sons.
6. Garnier, H., Wang, L., & Young, P. C. (2008). Direct identification of continuous-time models from sampled data: Issues, basic solutions and relevance. In Identification of continuous-time models from sampled data (p. 426). London: Springer London.
7. Pillonetto, G., Chen, T., Chiuso, A., De Nicolao, G., & Ljung, L. (2022). Regularized system identification: Learning dynamic models from data (p. 377). Springer Nature.
8. Chen, L., Li, J., & Ding, R. (2011). Identification for the second-order systems based on the step response. *Mathematical and computer modelling*, 53(5-6), 1074-1083.
9. Ali, M. S., Lee, J. S., & Lee, Y. I. (2010). Identification of three-parameter models from step response. *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, 16(12), 1189-1196.
10. Ahmed, S., Huang, B., & Shah, S. L. (2007). Novel identification method from step response. *Control Engineering Practice*, 15(5), 545-556.
11. Liu, T., Wang, Q. G., & Huang, H. P. (2013). A tutorial review on process identification from step or relay feedback test. *Journal of Process control*, 23(10), 1597-1623.
12. Manuel, C. J., Santos, M. M., Lenzi, G. G., & Tuset, A. M. (2022). Computational Validation of the Best Tuning Method for a Vehicle-Integrated PID Controller. *Modelling and Simulation in Engineering*, 2022(1), 3873639.
13. Zhuchenko, A. I., Kvasko, M. Z., & Kubrak, N. A. (2000). Identyfikatsiia dynamichnykh kharakterystyk [Identification of dynamic characteristics]. *Kompiuterni metody*. K.: VIPOL.
14. Ljung, L. (2005). System identification toolbox: User's guide. Natick, MA, USA: MathWorks Incorporated.
15. Kubrak, A. I., Zhuchenko, O. A., Sytnikov, O. V. (2010). Zamkneni ta neliniini systemy [Closed loop and non-linear systems]. Kyiv: Politekhnyka.
16. Artiushyn, L. M., Mashkov, O. A., Durniak, B. V., & Sivov, M. S. (2004). Teoriia avtomatychnoho keruvannia [Theory of automatic control]. Lviv: Vydavnytstvo UAD.

## ACCURACY ASSESSMENT OF IDENTIFICATION MODELS AND THEIR INFLUENCE ON CONTROL SYSTEMS

*D. Tiuliakov, N. Lutska*

**Abstract.** *The work investigates step-response system identification algorithms of the plant of the third and higher orders. A transfer function with a time delay that has multiple poles of the Nth order is considered as a general identification model. Also, certain cases of approximation are included: aperiodic first-order plus time delay (FOPTD) and Nth order transfer function without time delay. Provided an algorithm of finding optimal values of model parameters that minimize the integral criterion of identification error. They are presented the comparative results of the identification of the 7th order test model for two criteria: Integral Square Error (ISE) and Integral Absolute Error (IAE). Additionally, an area method of the identification algorithm was implemented and used. For comparison, the identification of the test model was made by using the process() function from the System Identification Toolbox / MATLAB library. As a result, 11 identification models were obtained. For each model, the coefficients of the PI controller were calculated with a predetermined optimality criterion. As a benchmark, the optimal values of the coefficients of the PI controller for the test model were found. When the obtained identification models were used for the design of the PI controller, similar values and a slight deterioration of the integral quality criterion were discovered. The best results have been received by using the developed method and ISE as a criterion for optimization. The best structure of the identification model is a transfer function with a time delay which has multiple poles of the Nth order. A good result was shown by the transfer function with multiple poles of the Nth order without time delay. The advantage of this model structure is a fast algorithm for searching needed parameters. Also, an effective result was obtained by the searchless method of areas. The advantage of the process function is the ability to work with different types of input and output signals. At the same time, it showed worse results when it was used in step-response system identification.*

**Key words:** *system identification, ISA, IAE, Area Method, FOPTD, PI controller.*