

УДК 631.365.22+621.317

## **РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РОБАСТНОЙ СТОЙКОСТИ ЗАМКНУТОЙ САУ ЗЕРНОСУШИЛКОЙ С КИПЯЩИМ СЛОЕМ**

*М. А. Федотова, ассистент*

*С. И. Осадчий, доктор технических наук*

*И. А. Скрынник, И. А. Березюк, кандидаты технических наук*

*Кировоградский национальный технический университет*

*e-mail: [Skrynnik\\_2002@ukr.net](mailto:Skrynnik_2002@ukr.net)*

**Аннотация.** Показано применение методики исследования робастной устойчивости замкнутой системы на примере многомерного объекта управления – зерносушилки с кипящим слоем, конструкция которой была разработана при Кировоградском национальном техническом университете.

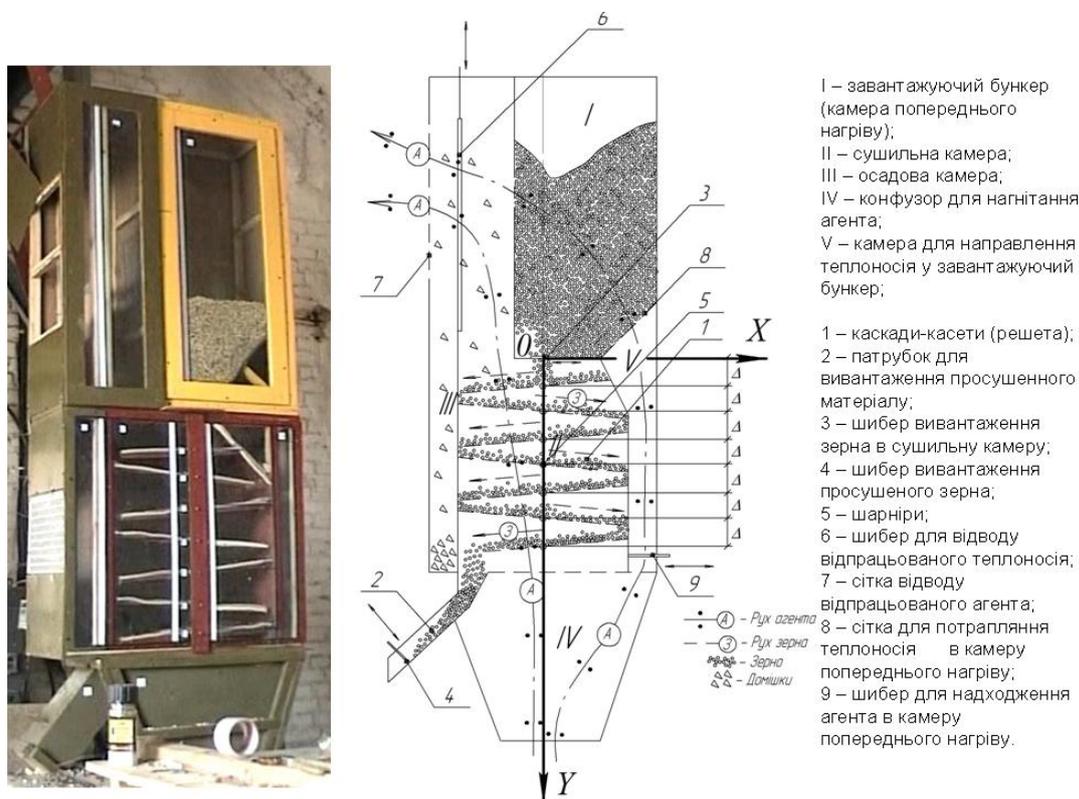
**Ключевые слова:** *кипящий слой, многомерный объект, матрица передаточных функций (МПФ), замкнутая система, полиномы Харитонова, робастная стойкость.*

Кипящий слой широко используется в различных областях промышленности. Нашёл он своё применение и в конструкциях, предназначенных для сушки зернового материала в фермерских хозяйствах. Главное преимущество таких установок – это интенсификация тепло-массообменных процессов между теплоносителем и влажным материалом, в результате чего испарение происходит в десятки раз быстрее, нежели в других конструкциях, а значит такие установки более экономичны, что актуально в наши дни.

**Цель исследований** – установление робастной стойкости замкнутой САУ зерносушилкой с кипящим слоем.

**Материалы и методика исследований.** В нашем университете была разработана принципиально новая конструкция зерносушилки (рис. 1). Эксперименты, которые были проведены на ней, показали, что это

многомерный объект с распределёнными параметрами и запаздыванием. Как показывает практика, параметры объекта могут в процессе эксплуатации меняться, что должно быть учтено при разработке САУ таким объектом. Поэтому было проведено исследование устойчивости замкнутой системы в случае варьирования параметров зерносушилки, используя методику, описанную в [1].



**Рис.1. Внешний вид зерносушилки с кипящим слоем каскадного типа**

**Результаты исследований.** Пусть МПФ замкнутой системы, рассчитанная для случая номинальной модели зерносушилки, описывается как  $Fu_{no\ min}$ , тогда для параметрически-возмущённой модели объекта замкнутая система будет иметь вид матрицы  $Fu_{10}$ . Структура данных матриц такая:

$$Fu = \begin{bmatrix} Fu(1,1) & Fu(1,2) \\ Fu(2,1) & Fu(2,2) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где каждый её элемент (включая числитель и знаменатель) приведён к стандартному полиномиальному виду, такому что

$$Fu(i, j) = \frac{a_{12}s^0 + a_{11}s^1 + \dots + a_0s^{12}}{b_{12}s^0 + b_{11}s^1 + \dots + b_0s^{12}}. \quad (2)$$

Коэффициенты элементов двух матриц сведены в таблицу.

Исходя из методики [1], первым делом нужно сформировать полиномы Харитонова для числителя и знаменателя каждого из элементов матриц  $Fu\_nom\ i n$  и  $Fu\_10$ . В результате чего четыре базовых полинома Харитонова для числителя  $K_A^i(s)$  с коэффициентами  $a_{ij}$  и знаменателей  $K_B^i(s)$  с коэффициентами  $b_{ij}$  МПФ (1) приведены к общей структуре (3), (4).

### Коэффициенты МПФ замкнутых систем

	Номинальная система $Fu\_nom\ i n$				Параметрически-возмущённая система $Fu\_10$				
	Fu(1,1)	Fu(1,2)	Fu(2,1)	Fu(2,2)	Fu(1,1)	Fu(1,2)	Fu(2,1)	Fu(2,2)	
a12	-0,2538	9,51	0,45	-86,4	a12	-0,2463	9,51	0,003565	-392,8
a11	-32,11	208,6	3,908	-638,1	a11	-32,05	208,6	0,3439	-983,5
a10	-290,9	1145	80,04	-1993	a10	-290,7	1145	10,03	-1564,0
a9	-1082	1017	510,1	-15,64	a9	-1081	1017	119,1	-1993
a8	-1245	723,5	1598	-983,5	a8	-1244	723,5	632,3	-638,1
a7	-644,6	321	1667	-392,8	a7	-644,5	321	1725	-86,4
a6	0	0	775,5	0	a6	0	0	1727	0
a5	0	0	0	0	a5	0	0	775,5	0
b12	0,05474	0,1471	0,003824	0,1471	b12	0,05474	0,1471	0,0002912	0,1471
b11	2,636	3,532	0,2389	3,532	b11	2,636	3,532	0,02202	3,532
b10	22,81	26,83	4,23	26,83	b10	22,81	26,83	0,561	26,83
b9	96,34	104,3	29,54	104,3	b9	96,34	104,3	6,48	104,3
b8	186,2	195,4	109,4	195,4	b8	186,2	195,4	37,87	195,4
b7	213,2	219,6	201,1	219,6	b7	213,2	219,6	124,7	219,6
b6	146,4	148,6	223,5	148,6	b6	146,4	148,6	218,1	148,6
b5	50,03	50,46	149,9	50,46	b5	50,03	50,46	234,9	50,46
b4	10,01	10,05	50,73	10,05	b4	10,01	10,05	153,7	10,05
b3	1,0	1,0	10,08	1,0	b3	1,0	1,0	51,49	1,0
b2	0	0	1,0	0	b2	0	0	10,15	0
b1	0	0	0	0	b1	0	0	1,0	0

для числителя МПФ  $Fu\_nom\ i n$  и  $Fu\_10$

$$\begin{aligned}
 K_A^1(s) &= \bar{a}_{12}s^0 + \bar{a}_{11}s^1 + \bar{a}_{10}s^2 + \bar{a}_9s^3 + \dots + \bar{a}_3s^9 + \bar{a}_2s^{10} + \bar{a}_1s^{11} + \bar{a}_0s^{12} \\
 K_A^2(s) &= \bar{a}_{12}s^0 + \bar{a}_{11}s^1 + \bar{a}_{10}s^2 + \bar{a}_9s^3 + \dots + \bar{a}_3s^9 + \bar{a}_2s^{10} + \bar{a}_1s^{11} + \bar{a}_0s^{12} \\
 K_A^3(s) &= \bar{a}_{12}s^0 + \bar{a}_{11}s^1 + \bar{a}_{10}s^2 + \bar{a}_9s^3 + \dots + \bar{a}_3s^9 + \bar{a}_2s^{10} + \bar{a}_1s^{11} + \bar{a}_0s^{12} \\
 K_A^4(s) &= \bar{a}_{12}s^0 + \bar{a}_{11}s^1 + \bar{a}_{10}s^2 + \bar{a}_9s^3 + \dots + \bar{a}_3s^9 + \bar{a}_2s^{10} + \bar{a}_1s^{11} + \bar{a}_0s^{12}
 \end{aligned} \quad (3)$$

для знаменателя МПФ  $Fu\_nom\ i n$  та  $Fu\_10$

$$\begin{aligned}
 K_B^1(s) &= \bar{b}_{12}s^0 + \underline{b}_{11}s^1 + \underline{b}_{10}s^2 + \bar{b}_9s^3 + \dots + \bar{b}_4s^8 + \underline{b}_3s^9 + \underline{b}_2s^{10} + \bar{b}_1s^{11} + \bar{b}_0s^{12} \\
 K_B^2(s) &= \bar{b}_{12}s^0 + \bar{b}_{11}s^1 + \underline{b}_{10}s^2 + \underline{b}_9s^3 + \dots + \bar{b}_4s^8 + \bar{b}_3s^9 + \underline{b}_2s^{10} + \underline{b}_1s^{11} + \bar{b}_0s^{12} \quad (4) \\
 K_B^3(s) &= \underline{b}_{12}s^0 + \bar{b}_{11}s^1 + \bar{b}_{10}s^2 + \underline{b}_9s^3 + \dots + \underline{b}_4s^8 + \bar{b}_3s^9 + \bar{b}_2s^{10} + \bar{b}_1s^{11} + \underline{b}_0s^{12} \\
 K_B^4(s) &= \underline{b}_{12}s^0 + \underline{b}_{11}s^1 + \bar{b}_{10}s^2 + \bar{b}_9s^3 + \dots + \underline{b}_4s^8 + \underline{b}_3s^9 + \bar{b}_2s^{10} + \bar{b}_1s^{11} + \underline{b}_0s^{12}
 \end{aligned}$$

где  $\underline{a}_{ij}$ ,  $\underline{b}_{ij}$  – минимальный значения среди коэффициентов (числитель/знаменатель) номинальной и параметрически-возмущённой замкнутой системы;  $\bar{a}_{ij}$ ,  $\bar{b}_{ij}$  – максимальное значение среди коэффициентов (числитель/знаменатель) номинальной и параметрически-возмущённой системы.

Перебор неповторяющихся вариантов отношений полиномов числителя и знаменателя (семей) с учётом общих составляющих двух матриц показал, что

семей 25. А именно:  $G_{1-12} = \frac{K_A^{1-12}(s)}{K_B^{1-12}(s)}$

$$\begin{aligned}
 G_{1-11} &= \frac{K_A^{1-11}(s)}{K_B^{1-11}(s)} & G_{2-11} &= \frac{K_A^{2-11}(s)}{K_B^{1-11}(s)} & G_{3-11} &= \frac{K_A^{3-11}(s)}{K_B^{1-11}(s)} & G_{4-11} &= \frac{K_A^{4-11}(s)}{K_B^{1-11}(s)} \\
 G_{1-21-1} &= \frac{K_A^{1-21}(s)}{K_B^{1-21}(s)} & G_{2-21-1} &= \frac{K_A^{2-21}(s)}{K_B^{1-21}(s)} & G_{3-21-1} &= \frac{K_A^{3-21}(s)}{K_B^{1-21}(s)} & G_{4-21-1} &= \frac{K_A^{4-21}(s)}{K_B^{1-21}(s)} \\
 G_{1-21-2} &= \frac{K_A^{1-21}(s)}{K_B^{2-21}(s)} & G_{2-21-2} &= \frac{K_A^{2-21}(s)}{K_B^{2-21}(s)} & G_{3-21-2} &= \frac{K_A^{3-21}(s)}{K_B^{2-21}(s)} & G_{4-21-2} &= \frac{K_A^{4-21}(s)}{K_B^{2-21}(s)} \quad (5) \\
 G_{1-21-3} &= \frac{K_A^{1-21}(s)}{K_B^{3-21}(s)} & G_{2-21-3} &= \frac{K_A^{2-21}(s)}{K_B^{3-21}(s)} & G_{3-21-3} &= \frac{K_A^{3-21}(s)}{K_B^{3-21}(s)} & G_{4-21-3} &= \frac{K_A^{4-21}(s)}{K_B^{3-21}(s)} \\
 G_{1-21-4} &= \frac{K_A^{1-21}(s)}{K_B^{4-21}(s)} & G_{2-21-4} &= \frac{K_A^{2-21}(s)}{K_B^{4-21}(s)} & G_{3-21-4} &= \frac{K_A^{3-21}(s)}{K_B^{4-21}(s)} & G_{4-21-4} &= \frac{K_A^{4-21}(s)}{K_B^{4-21}(s)} \\
 G_{1-22} &= \frac{K_A^{1-22}(s)}{K_B^{1-12}(s)} & G_{2-22} &= \frac{K_A^{2-12}(s)}{K_B^{1-22}(s)} & G_{3-22} &= \frac{K_A^{3-22}(s)}{K_B^{1-12}(s)} & G_{4-22} &= \frac{K_A^{4-22}(s)}{K_B^{1-12}(s)}
 \end{aligned}$$

На следующем этапе в ППП MatLab были посчитаны для каждой из перечисленных дробей  $H_\infty$ - норма и выбрано максимальное значение из перечисленных

$$\begin{aligned}
 |G_{1\_11}|_{\infty} &= 19,8793 & |G_{1\_21\_1}|_{\infty} &= 13,1586 & |G_{1\_21\_3}|_{\infty} &= 15,453 \\
 |G_{2\_11}|_{\infty} &= 17,1066 & |G_{2\_21\_1}|_{\infty} &= 13,79806 & |G_{2\_21\_3}|_{\infty} &= 15,453 \\
 |G_{3\_11}|_{\infty} &= 17,1148 & |G_{3\_21\_1}|_{\infty} &= 65,6862 & |G_{3\_21\_3}|_{\infty} &= 18,4206 \\
 |G_{4\_11}|_{\infty} &= 19,8553 & |G_{4\_21\_1}|_{\infty} &= 50,0073 & |G_{4\_21\_3}|_{\infty} &= 31,8686 \\
 & & & & |G_{1\_12}|_{\infty} &= 80,0404 \\
 |G_{1\_21\_2}|_{\infty} &= 11,76778 & |G_{1\_21\_4}|_{\infty} &= 21,622 & |G_{1\_22}|_{\infty} &= 56,531 \\
 |G_{2\_21\_2}|_{\infty} &= 11,2648 & |G_{2\_21\_4}|_{\infty} &= 24,122 & |G_{2\_22}|_{\infty} &= 58,735 \\
 |G_{3\_21\_2}|_{\infty} &= 37,9124 & |G_{3\_21\_4}|_{\infty} &= 19,634 & |G_{3\_22}|_{\infty} &= 24,713 \\
 |G_{4\_21\_2}|_{\infty} &= 45,4613 & |G_{4\_21\_4}|_{\infty} &= 23,295 & |G_{4\_22}|_{\infty} &= 26,703
 \end{aligned} \tag{6}$$

Тогда граничный коэффициент  $\alpha$ , что и есть мерой робастности, равен:

$$\alpha = \frac{1}{|G_{ij}(s)|_{\infty \max}} = \frac{1}{80,0404} = 0,01249 . \tag{7}$$

Согласно теореме о граничном коэффициенте, замкнутая САУ остаётся устойчивой, если разница по модулю  $H_{\infty}$ -нормы номинальной ( $|H_{ном}|_{\infty}$ ) и  $H_{\infty}$ -параметрически-возмущённой ( $|H_{пв}|_{\infty}$ ) модели не превышает граничного коэффициента  $\alpha$ , то есть

$$|H_{пв}|_{\infty} - |H_{ном}|_{\infty} \leq \alpha . \tag{8}$$

Для номинальной и параметрически-возмущённой замкнутых систем в ППП MatLab были посчитаны нормы, что составили:  $|H_{пв}|_{\infty} = 59,103$ ;  $|H_{ном}|_{\infty} = 59,094$ . Не трудно убедиться, что параметрически-возмущённая замкнутая система будет оставаться устойчивой, так как модуль разницы составляет  $59,103 - 59,094 = 0,009$ , что меньше  $\alpha$ .

## Выводы

Используя разработанную ранее методику [1], была исследована робастная устойчивость замкнутой параметрически-возмущённой системы, объектом управления которой является зерносушилка, что представляет собой многомерный объект с распределёнными параметрами. Доказано, что даже при изменении этих параметров (в примере увеличены в 10 раз) замкнутая система будет оставаться устойчивой.

## Список литературы

1. Федотова М.О. Методика исследования робастной устойчивости системы автоматического управления тепловым объектом / М.О. Федотова // Сборник научных трудов международной научно-практической конференции «Техника и технология. Актуальные научные проблемы. Рассмотрение, решение, практика. Гданськ, 29.06.2015-30.06.2015». – 2015. – С. 10–13. – Режим доступа:

[http://конференция.com.ua/files/zbornik\\_42\\_7\\_gdansk\\_30\\_06\\_2015.pdf](http://конференция.com.ua/files/zbornik_42_7_gdansk_30_06_2015.pdf).

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБАСТНОЇ СТІЙКОСТІ ЗАМКНЕНОЇ САК ЗЕРНОСУШАРКОЮ З КИПЛЯЧИМ ШАРОМ

*М. О. Федотова, С. І. Осадчий, І. О. Скриннік, І. А. Березюк*

**Анотація.** *Наведене застосування методики дослідження робастної стійкості замкненої системи на прикладі багатовимірного об'єкта керування – зерносушарки з киплячим шаром, конструкція якої була розроблена в Кіровоградському національному технічному університеті.*

**Ключові слова:** *киплячий шар, багатовимірний об'єкт, матриця передаточних функцій (МПФ) замкнена система, поліноми Харитонова, робастна стійкість*

**THE RESULTS OF THE STUDY ROBUST DURABILITY THE CLOSED  
ACS THE DRYER FLUIDIZED BED**

*M. Fedotova, S. Osadchy, I. Skrynnik, I. Berezyuk*

**Annotation.** *The article shows application of the method of the research robust stability of the closed-loop system of the example multidimensional object of management – the dryer fluidized bed, the design of which was developed in Kirovograd national technical University.*

**Key words:** *fluidized bed, a multi-dimensional object, the transfer function matrix (FPM) closed-loop system, Kharitonov polynomials, robust stability*