

ГІДРОДИНАМІКА БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ СИСТЕМ

Б. Х. Драганов, доктор технічних наук

e-mail: nni.elektrik@gmail.com

Анотація. *Наведена характеристика гетерогенних середовищ, складених із N щільностей і N швидкостей, рівняння мас і імпульсів. Вказані взаємовідношення між термодинамічними силами і потоками. Подано рівняння енергії суміші. Визначені методи вирішення на основі кінетичного і феноменологічного підходів.*

Ключові слова: *гетерогенне середовище, багатоконпонентна суміш, рівняння маси імпульсів, термодинамічна сила, потік, енергія суміші, феноменологічні відносини, залежність Гаусса-Остроградського, основи нерівноважної термодинаміки*

Гетерогенна система – неоднорідна структура, яка складається з різних за фізичними властивостям або хімічним складом частин. Прикладом можуть служити гетерогенні аерозолі, суспензії, радіаційні складові та інші, що забруднюють навколишнє середовище. Вони характеризуються наявністю макроскопічних неоднорідностей. Для них характерні такі особливості.

Розміри включень або неоднорідностей в суміші (діаметри дисперсних частинок, крапель, бульбашок в газосуспензії, аерозолях тощо) в багато разів більше молекулярно-кінетичних (відстаней між молекулами, розмірів кристалічної решітки, середніх довжин вільного пробігу молекул). Таким чином, зазначені неоднорідності містять велику кількість молекул.

Розміри зазначених неоднорідностей в багато разів менше відстаней, на яких усереднення або макроскопічні параметри суміші або фаз змінюються істотно. Таким чином, розміри неоднорідностей набагато менше довжин розглянутих в сумішах хвиль, довжин і діаметрів каналів, в яких тече багатозфазна суміш, розмірів випробовуваних гетерогенних зразків тощо.

Мета досліджень - розробити модель і знайти рішення динаміки багатокомпонентного середовища.

Матеріали і методика досліджень. В основі опису методами гідродинаміки суцільних гетерогенних середовищ слід виходити з уявлення про взаємнопроникному русі компонентів суміші, що займають один і той же обсяг. Подібний континуум являє собою сукупність N континуумів, кожен з яких відноситься до своєї складової (фазі або компоненті) суміші і заповнює один і той же об'єм, зайнятий сумішшю. Для кожного з цих складових континуумів в кожній точці визначається звичайним чином густина (зведена) ρ_i (маса i -й складової в одиниці об'єму середовища), швидкість ($i = 1, 2, \dots, N$), а потім й інші параметри, що відносяться до свого континууму і своєї складової суміші. Таким чином, в кожній точці об'єму, зайнятого сумішшю, буде визначено N густин ρ_i , N швидкостей v_i , тощо.

Крім того, виходячи з цих величин, можна визначити параметри, що характеризують суміш в цілому, а саме густина суміші і середньомасова (барицентрична) швидкість суміші:

$$\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i \quad \rho v = \sum_{i=1}^N \rho_i v_i \quad (1)$$

Результати досліджень. Механіка сумішей будується на основі фізичних законів збереження маси, імпульсу і енергії. Тому далі потрібно записати балансове рівняння співвідношення маси, імпульсу енергії для кожної складової в деякому фіксованому в просторі обсягу суміші V , обмеженому поверхнею S , враховуючи при цьому обмін (взаємодія) не тільки з зовнішньою (стосовно до виділеного об'єму V) середовищем, але і відповідний обмін (взаємодія) масою, імпульсом і енергією між складовими всередині обсягу V . Рівняння мас має вигляд:

$$\int_V \frac{\partial \rho_i}{\partial t} dV = - \int_S \rho_i v_i^n dS + \int_V \sum_{j=1, j \neq i}^N J_{ji} dV \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

де J_{ji} характеризує інтенсивність переходу маси із i – ої в j – у складову (або навпаки, тоді $J_{ji} > 0$) в одиниці об'єму суміші в одиниці часу. Із закону збереження маси при різних фізико хімічних перетвореннях введемо для скорочення запису величини $J_{ji} \equiv 0$

$$J_{ji} = -J_{ij} \quad (3)$$

У області безперервного руху має місце диференціальне рівняння маси кожної складової:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_i v_i = \sum_{j=1}^N J_{ji}, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

які можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_i (v_i + w_i) = \sum_{j=1}^N J_{ji}, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (5)$$

Якщо врахувати [4] або [5] для i із врахуванням [3], отримаємо рівняння збереження маси (нерозривності) суміші в цілому, яке має вигляд, як для одношвидкісного випадку:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_v = 0, \quad (6)$$

тобто рівняння нерозривності суміші в цілому "не відчуває" відносного руху складових.

Рівняння імпульсної складової можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \rho_i v_i}{\partial t} dV = & - \int_S \rho_i v_i \vartheta_i^n dS \\ & + \int_S \sigma_i^n dS + \int_V \rho_i g_i dV + \int_V \sum_{j=1, j \neq i}^N P_{ji} dV, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (7)$$

де перший доданок правої частини відповідає припливу імпульсу i – ої складової через поверхню S ; другий і третій доданок впливу зовнішніх поверхневих і масових сил припадають на i – у складову і характеризуються тензором σ_i^{kl} і вектором g_i ; P_{ji} – інтенсивність обміну імпульсів між

j – ою та i – ою складовими. Причому за законом збереження імпульсу при різних взаємодіях аналогічно [3] має місце:

$$P_{ij} = -P_{ji}, \quad P_{ij} \equiv 0. \quad (8)$$

Інтегральним відношенням [8] після застосування формули Гаусса – Остроградського [2] відповідає диференціальне рівняння імпульсів кожної складової.

$$\frac{\partial \rho_i v_i}{\partial t} + \nabla^k \cdot \rho_i v_i v_i^k = \nabla^k \sigma_i^k + \rho_i g_i + \sum_{j=1}^N P_{ji} \quad (9)$$

Якщо місцеві сили σ_i^k і вектор масових сил g , відносяться до середовища в цілому, будемо мати:

$$\sigma = \sum_{i=1}^N \sigma_i, \quad \sigma g = \sum_{i=1}^N \rho_i g_i \quad (10)$$

Підсумовуючи [9] за i , з урахуванням [2] маємо рівняння імпульсів середовища в цілому :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla^k \sigma^k + \rho g - \sum_{i=1}^N \nabla^k \cdot (\rho_i \omega_i^k w)_i \quad (11)$$

яке на відміну від рівняння нерозривності [6] залежить від відносного руху складових.

Розглянемо випадок, коли внутрішня енергія аддитивна за масою, яка входить в її складову:

$$\rho u = \sum_{i=1}^N \rho_i u_i \quad (12)$$

де u_i – питома внутрішня енергія складових.

Енергія суміші може бути представлена у вигляді:

$$\rho E = \sum_{i=1}^N \rho_i \left(u_i + \frac{v_i^2}{2} \right) = \sum_{i=1}^N \rho_i E_i \quad (13)$$

$$\text{де } E_i = \frac{v_i^2}{2}.$$

Зауважимо, що при перебігу сумішей можуть виникати і складніші визначення енергії, пов'язані з урахуванням енергії дрібномасштабних рухів.

В кожне з цих рівнянь входить дивергенція потоку деякої величини, зв'язаної, хоча б і неявно, з градієнтами термогідродинамічних параметрів (так званими термодинамічними силами). Існують два способи отримання лінійних зв'язків (визначальних співвідношень) між цими потоками і сполученими для них термодинамічними силами, що ґрунтуються на макроскопічному (феноменологічному) і кінетичному підходах. Кінетичний підхід пов'язаний з рішенням системи узагальнених рівнянь Больцмана для багатоконпонентної газової суміші і до кінця розроблений тільки для газів помірної густини, коли відомий потенціал взаємодії між елементарними частинками [4,5].

Феноменологічний підхід, заснований на застосуванні законів механіки суцільного середовища і нерівноважної термодинаміки до макроскопічного об'єму суміші, не пов'язаний з постулатом конкретної мікроскопічної моделі взаємодії частинок і підходить для широкого класу середовищ [6,7].

Висновки

Моделювання динаміки багатоконпонентного суцільного середовища різного роду сумішей як гомогенних, так і гетерогенних пов'язане з поняттям багатоконпонентного континуума і визначенням взаємопроникного руху складових. Розглянутий континуум являє собою сукупність K - континуумів, кожен з яких відноситься до своєї складової суміші і заповнює один і той же об'єм середовища.

Феноменологічний підхід (заснований на методах нерівноважної термодинаміки), дозволяє отримати визначальні співвідношення для потоків маси і тепла, а також зручні алгебраїчні формули, які пов'язують між собою різні коефіцієнти молекулярного переносу.

Список літератури

1. Долинский А. А. Гидродинамика техногенных выбросов в окружающую среду / А. А. Долинский., Б. Х. Драганов. – К.: Институт технической теплофизики НАН Украины, 2015. – 104 с.
2. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, О.С. Самарский. – М.: Наука, 1966. – 742 с.
3. Колесниченко А.В. Турбулентность многокомпонентных сред / А.В. Колесниченко, М.Я.Маров. – М.: Наука, 1998. – 336 с.
4. Чепмен С. Математическая теория неоднородных газов / С. Чепмен, Т. Каулинг. – М.: ИЛ, 1960. – 510 с.
5. Ферцигер Дж. Математическая теория процессов переноса в газах / Дж. Ферцигер, Г. Капер. – М: Мир, 1976. – 554 с.
6. Пригожин И. Современная термодинамика: от тепловых двигателей до диссипативных структур / И. Пригожин, Д. Комделуди. – М.: Мир, 2002. – 461 с.
7. Де Гроот С. Неравновесная термодинамика / С Гроот, П. Мазур. – М.: Мир, 1964. – 456 с.

ГИДРОДИНАМИКА МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ

Б. Х. Драганов

Аннотация. *Приведены характеристика гетерогенных сред, состоящих из N плотностей и N скоростей, уравнение масс и импульсов. Установлены взаимоотношения между термодинамическими силами и потоками. Дано уравнение энергии смеси. Определены методы решения на основании кинетического и феноменологического подходов.*

Ключевые слова: *гетерогенная среда, многокомпонентная смесь, уравнение массы импульсов, термодинамическая сила, поток, энергия смеси, феноменологические отношения, зависимость Гаусса-Остроградского, основы неравновесной термодинамики*

HYDRODYNAMICS OF MULTICOMPONENT SYSTEMS

B. Draganov

Annotation. *Present characterization of heterogeneous environments, they will, with densities N and N speeds, the equation of mass and momentum. These relationship between thermodynamic forces and flows. Given the equation of energy mix. Designated medody decision kinetych-tion and phenomenological approach.*

Key words: *heterogeneous environment mutticomponent mixture mass equation pulses thermodynamhdma power flow, energy mix, phenomenological relations, dependence Gauss-Ostrogradki foundations of nonequilibrium thermodynamics*