

ВИЗНАЧЕННЯ ДОСТУПНОЇ ЧАСТИНИ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ З УРАХУВАННЯМ ЛАНДШАФТУ І ВІТРУ

М. М. Ніколаєва, студентка магістратури

В. М. Терещенко, доктор фізико-математичних наук, професор

О. М. Ткаченко, кандидат технічних наук, доцент

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Email: otkachenko@knu.ua

Анотація. *Моделювання руху тіла балістичною траєкторією та визначення області земної поверхні, якої дане тіло може досягти, є важливою задачею для дослідників різних галузей. Додаткові фактори впливу – вітер та опір повітря – ускладнюють розрахунки. Моделі є ще складнішими для моделювання неоднорідного ландшафту, де є гори та западини та для яких сусідні сектори поверхні мають значну різницю висот. З огляду на це актуальною залишається розробка методів моделювання у зазначеній сфері, які будуть одночасно швидкими та ефективними.*

Метою дослідження є опис структури даних та принципів роботи моделі визначення досяжної області земної поверхні для тіла, кинутого під кутом до горизонту. Методологічною основою дослідження є метод комп'ютерної симуляції та загальнонаукові методи.

Запропоновано підхід моделювання області ландшафту, досяжної з точки за балістичними траєкторіями. В основі підходу задання поверхні у вигляді матриці, елементами якої є об'єкти з полями значень висот. Створено генератор дискретних мап для подальшої обробки. Визначено спосіб обчислення кутів запуску тіла, оптимальних для досягнення цільових точок. Запропоновано механізм визначення недосяжних областей, перекритих іншими, та механізм врахування впливу вітру на результат, які не потребують довгих обчислень. Матричне задання поверхні з перепадами висот дозволяє вести мову про перспективи дослідження – визначення небезпечних областей для потреб різних сфер діяльності.

Ключові слова: *ландшафт, симуляція, моделювання, рух, досяжність*

Актуальність. *Вивчення особливостей ландшафту земної поверхні – важлива частина роботи аграріїв, екологів, урбаністів, енергетиків, військових тощо. Залежно від предметної області, спеціалісти мають різні задачі, але на кожну з них однаково сильно впливає рельєф місцевості, яку вони досліджують. Перепади висоти впливають на якість передачі сигналу між вузлами зв'язку, визначають падіння тіні на будівлі залежно від часу доби, а також області потенційного затоплення у випадку природної чи техногенної катастрофи. Сучасні засоби моніторингу*

дозволяють отримати достатньо деталізовану модель ділянки земної поверхні, що враховує перепади висоти. Важливою характеристикою доступності певної ділянки для різних прикладних задач є не тільки пряма видимість, а й досяжність для балістичних траєкторій в межах півсфери. З цих задач найскладнішою є балістична, оскільки такі траєкторії залежать від значно більшої кількості параметрів, з яких не всі можуть бути відомі одразу, зокрема, параметри вітру.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Моделювання ландшафту отримало новий подих у 1980-90х рр. [1-3], коли досягли необхідного рівня обчислювальні потужності та з'явилися перші спеціалізовані графічні процесори. Дослідження особливостей руху тіла, кинутого під кутом до горизонту – задача класичної механіки, відома багато років і широко висвітлена в сучасній літературі [4-5].

У сучасних дослідженнях процесів, пов'язаних із земною поверхнею та її ландшафтом, необхідною складовою є об'єднання атрибутів частин поверхні та їх просторового відображення. Поєднання комбінування цих складових дозволяє наблизити модель до природного сприйняття. За допомогою рівнянь, які описують механіку досліджуваних явищ та процесів, можна побудувати математичну і на її основі робочу комп'ютерну модель, яка дозволяє проводити чисельні експерименти при розгляді конкретного явища.

Мета дослідження – розробка комп'ютерного симулятора, який відображає частину ландшафту, досяжного для тіла, яке рухається під кутом до горизонту.

Матеріали та методи дослідження. Комп'ютерна симуляція, закони кінематики, стохастичні методи з рівномірним розподілом, алгоритм Брезенхема [6]. У публікації [7] запропоновано дискретну модель подання ландшафту у вигляді матриці висот, що частково використано в даному дослідженні.

Результати досліджень та їх обговорення. Частину поверхні Землі, що розглядається, представимо у вигляді прямокутної матриці L розмірами $N \times$ (рис. 1). Елемент ландшафту покладемо як квадрат зі стороною 1 м з можливістю зміни. Кожен $[i, j]$ -елемент зберігає число, що позначає відносну висоту (h), м.

	→ j				
	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	...	(0, N-1)
	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	...	(1, N-1)
	(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	...	(2, N-1)
	...	...	...	...	...
↓ i	(M-1, 0)	(M-1, 1)	(M-1, 2)	...	(M-1, N-1)

Рис. 1. Матричне представлення поверхні

Значення h_{ij} матриці L визначають об'ємну модель ділянки ландшафту (рис. 2).

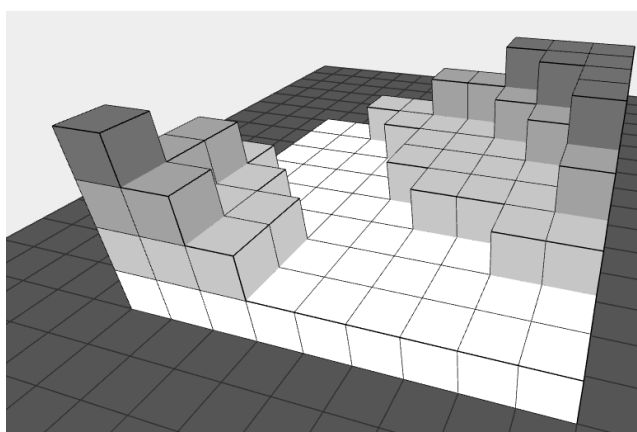


Рис. 2. Частина тривимірного зображення поверхні

Для випробування розроблено автоматичний генератор матриць. Обрано пологий тип ландшафту, в якому різниця висот між сусідніми клітинами складає не більше 3 %, що можна змінити. Використовується вбудований генератор випадкових чисел з рівномірним розподілом. Для більшої плавності до отриманого ландшафту застосовується процедура балансування: різниця між висотами сусідніх точок порівнюється зазначеними 3 %. Якщо різниця більша, то значення висоти точки збільшується / зменшується на 10 %. Цей процес обмежується кількістю ітерацій. Результат роботи генератора завантажується до текстового файлу.

Розглянемо алгоритм визначення доступної з точки частини ландшафту, який збережено у згенерованому файлі.

Точкою спостереження, або спостерігачем, будемо називати точку, яка дає початок траєкторіям для подальших обчислень. Клітина називається доступною (досяжною) з певної точки А, якщо вона доступна відповідно до траєкторії руху

об'єкта або сигналу. Для світлового променю доступні всі точки ландшафту, які не перекриті іншими. У випадку непрямої та обмеженої траєкторії (наприклад, балістичної) досяжність визначається можливістю потрапляння тіла, яке рухається цією траєкторією, до цієї точки.

Розглянемо деталі алгоритму роботи з балістичними траєкторіями. Парабола, що задає балістичний рух тіла, задається таким рівнянням [8]:

$$y = h + x * \tan \theta - \frac{g x^2}{2 v^2 (\cos \theta)^2}, \quad (1)$$

де y – висота руху тіла за параболічною траєкторією (м) (за рівень 0 приймаємо рівень початку руху), x – відстань від точки спостереження до цілі (м), v – початкова (постійна) швидкість польоту тіла (м/с) > 0 , g – прискорення вільного падіння (м/с²), θ – кут нахилу відносно площини поверхні (градуси), h – початкова висота над точкою ландшафту (м).

У реальному житті на форму траєкторії впливає також сила опору повітря і вітер. У точній моделі вони є параметрами. Для цього дослідження опором знехтуємо. Залежно від предметної області, похибки можуть відрізнятися. Наприклад, системи поливання рослин. Область, яку вони зазвичай покривають, занадто мала, щоб опір повітря став значним фактором. Траєкторію вважатимемо правильною параболою, гілки якої направлені донизу.

Зауваження. По-перше, висота може бути від'ємною, якщо цільова клітина B знаходиться нижче точки спостереження A . По-друге, вважаємо, що проекція траєкторії на площину ландшафту може обертатися від 0° до 360° , кут θ можна вказувати від 0° включно до 90° не включно.

Позначимо R як максимальну відстань, яку може подолати тіло, яке починає рух із заданою швидкістю. Даний параметр обчислюється так

$$R = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g},$$

звідки швидкість v знаходиться так:

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{\sin 2\theta}}. \quad (2)$$

Об'єкт із заданою швидкістю може подолати однакову відстань двома різними траєкторіями, максимально можливу відстань об'єкт долає траєкторією, що задається кутом 45° . Оскільки $\sin(2 * 45^\circ) = \sin 90^\circ = 1$, то для кута 45° :

$$v = \sqrt{Rg}.$$

Для задачі досягнення певної клітини необхідно визначити швидкість та кут. При сталій початковій швидкості задача зводиться до знаходження кута. Їх можна визначити, маючи значення параметрів x , y , g та v . Кути, які дозволяють досягти цілі, можна визначити [9] шляхом спрощення та проведення заміни $L = x$ та $(h - H) = y$ в такому вигляді:

$$\theta = \arctan\left(\frac{v^2 \pm \sqrt{v^4 - 2v^2 gy - g^2 x^2}}{gx}\right). \quad (3)$$

Якщо цільова точка знаходиться вище за спостерігача, то $y > 0$, якщо нижче – від'ємний, якщо цільова точка та спостерігач на одній висоті, то $y = 0$. Точка є недосяжною, якщо значення під коренем від'ємне. Досяжність ділянки поверхні (цілі) визначається: відстанню від точки-спостерігача за горизонталлю і за вертикаллю та наявністю перешкод.

Для підрахунку відстаней між елементами дискретної матриці використовуються центри верхніх граней дискретних елементів ландшафту (рис. 3). В розробленій моделі параметр h має значення 0.5 м. На рис. 3 h не зображений, в моделі – вказаний і має вплив на результат.

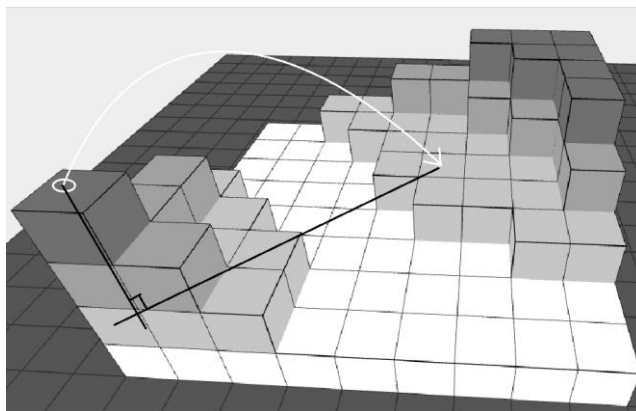


Рис. 3. Траєкторія руху та її проекція

Отримавши всі необхідні дані, можна скласти алгоритм визначення видимої частини земної поверхні для балістичних траєкторій:

1. Обирається точка-спостерігач та розташовується на мапі;
2. За максимальною відстанню і g знаходиться швидкість польоту об'єкта;

3. Формується квадрат з потенційно досяжними точками. Довжина його сторони – максимальна відстань запуску, помножена на 4. Точки поза межами матриці відсікаються;

4. Перевірка точок відбувається циклічно. Хід однієї ітерації:

a. Знаходяться кути θ , за яких точка буде досяжною, якщо об'єкту ніщо не заважає. Якщо жодного кута не знайдено – дана точка недосяжна, перехід до наступної;

b. Відстані до всіх точок між спостерігачем та цільовою точкою підставляються в рівняння параболи (1), що визначає траєкторію. Це також циклічна операція:

i. Якщо значення однієї з функцій менше за висоту точки, що перевіряється, модель записує це, оскільки знайдено ділянку, яка заважає польоту об'єкта. Цикл продовжується, якщо функція одна – перехід до пункту (*ii*);

ii. Якщо значення обох функцій менші за висоту точки, що перевіряється, точка точно є недосяжною. Цикл переривається, перехід до наступної точки;

c. Точка вважається досяжною, якщо не існує жодної точки між нею та спостерігачем, яка її перекриває. Точка вважається недосяжною, якщо не існує кута, при якому вона досяжна. Ілюстрація досяжності – рис. 4.

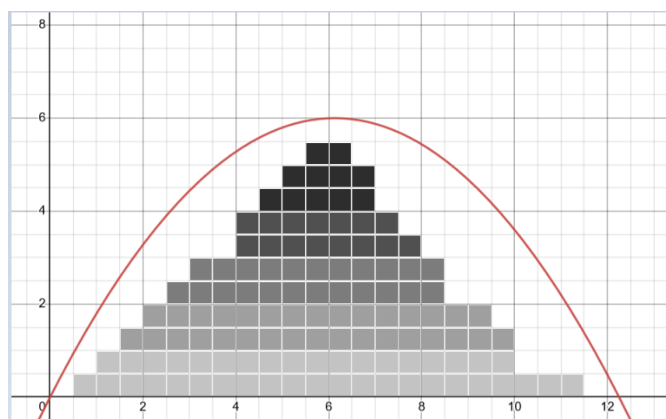


Рис. 4. Траєкторія руху до досяжної точки, вигляд збоку

Для визначення точок перед точкою, що розглядається, необхідно використати окремий алгоритм. Проекція траєкторії польоту об'єкта (параболи) на поверхню при вигляді згори є прямою лінією. При зображенні поверхні у вигляді дискретної матриці постає підзадача: необхідно знайти всі точки цієї матриці, які належать прямій, для якої відомі початок і кінець. Задача такого алгоритму зводиться до знаходження всіх точок, що при побудові зображення максимально наближаються до зображення бажаної прямої. Було обрано алгоритм Брезенхема (рис. 5). Класичний алгоритм Брезенхема діє в межах певних випадків. Абсциса кінцевої точки має перевищувати абсцису початкової, аналогічно для ординат, а кутовий коефіцієнт отриманої прямої за модулем має бути в межах від 0 виключно до 1 виключно. Розширені модифікації алгоритму дозволяють обробляти будь-які прямі.

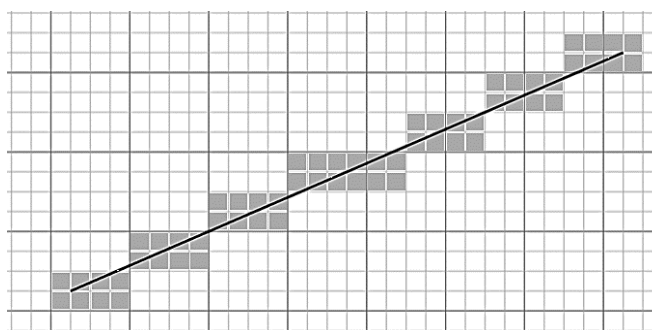


Рис. 5. Ілюстрація роботи алгоритму Брезенхема

Застосування цього алгоритму дозволяє отримати список клітин матриці, які потенційно можуть опинитися на одній параболі з точкою-спостерігачем і завадити влученню в цільову точку.

Рис. 6 демонструє згенеровану мапу та результат роботи симулятора: зону досяжності. Темніший колір позначає точки з більшою висотою.



Рис. 6. Зона досяжності на згенерованій мапі

Вплив вітру вносить зміни до траєкторії польоту та досяжності точок. Для вирішення проблеми уявимо три точки зі своїми координатами: початкову $A (x_a, y_a)$, кінцеву без впливу вітру $B (x_b, y_b)$, кінцеву з впливом вітру $C (x_c, y_c)$. Вектор AB позначатиме проєкцію траєкторії, якою рухатиметься об'єкт без стороннього впливу. Такі траєкторії розглянуто раніше. Вектор BC позначатиме вплив вітру на положення кінцевої точки. У симуляторі використано просте правило трикутника (рис. 7).

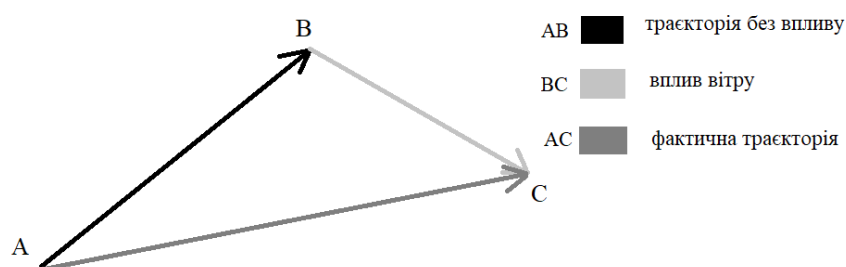


Рис. 7. Проекція факту впливу вітру

Новою відстанню, яку подолає тіло, стане довжина зазначеного вище вектору AC . Для обчислення швидкості руху застосовано повну формулу (2). Якщо вважати кут / кути θ незмінними, то до початкового алгоритму необхідно внести такі зміни:

1. пункт 4а) для кожної точки залишиться незмінним;
2. пункт 4b) перетвориться на пункт 4с), а пункт 4с) – на пункт 4d);

3. новий пункт 4b), враховуючи вплив вітру, визначатиме нову кінцеву точку, відстань до неї та нову швидкість. Кути лишаються незмінними і використовуються для отримання нових даних. Отримані дані передаються до наступних пунктів.

Але більш близькою до реальності дією є зміна кутів. Після отримання нової кінцевої точки, відстані до неї та швидкості польоту проводяться обчислення оновлених кутів. Тут також необхідно врахувати відстань до нової точки по вертикалі. Якщо її досягти виявиться неможливо за наданих даних, обчислення проводяться ще раз, вже без корегування кутів.

Оскільки вітер впливає на траєкторію польоту об'єкта, область всіх досяжних точок може і зменшитися, і розширитися. Останнє можливо, коли вітер зносить об'єкт до раніше недосяжної точки (рис. 8).

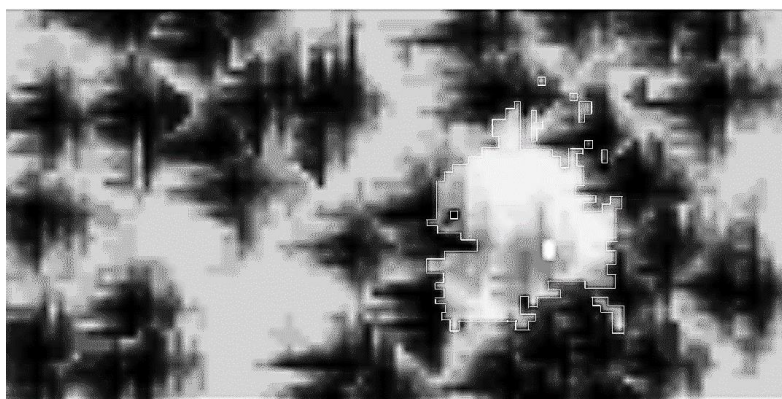


Рис. 8. Виділена досяжна область з тієї ж точки (вітер сх., $v = 5$ м/с)

У розробленій моделі врахування впливу вітру не враховує можливості огинання перешкод, що є предметом додаткового дослідження.

Висновки і перспективи. Описаний підхід до моделювання області досяжної місцевості для тіла, що рухається за законами балістичного руху, ґрунтується на поданні ландшафту як матриці висот та ітераційному визначенні потенційно досяжних частин. Випробування проводилося на мапі 100 в ширину, 50 в висоту. Операція балансування при генеруванні мапи великого розміру для кожної клітини матриці-мапи може виконатися декілька десятків разів, що впливає на швидкодію.

До переваг описаного підходу можна віднести можливість визначення безпечних частин ландшафту в залежності від розташування загрозового місця за невеликий проміжок часу. Врахування впливу вітру надає більшої різноманітності

ситуаціям, які стає можливим змодельовати. Зображення мапи у вигляді матриці висот може дозволити також, наприклад, визначати місця під загрозою затоплення або обвалу, що вказує на перспективи цієї розробки.

Меншим, але важливим покращенням алгоритму може стати також врахування ваги об'єкта, що запускається. У рамках розробки описаної версії симулятора цим параметром було вирішено знехтувати для більш детального опису загальної схеми роботи алгоритму. Також покращенням може стати можливість змінювати значення параметру h та корегувати його в залежності від обраного кута запуску.

References

1. Baker, W.L. (1989). A review of models of landscape change. *Landscape Ecol* 2, 111–133.
2. Turner, M.G. (1987). Spatial simulation of landscape changes in Georgia: A comparison of 3 transition models. *Landscape Ecol* 1, 29–36.
3. Petric, J. (1994). Computer Modelling of Landscapes. *Yugoslav Journal of Operations Research*. 4, No.1, 79-103.
4. J.-F., Colin G. Drury C.G. (2011). Verification of Two Models of Ballistic Movement. *Human-Computer Interaction: Interaction Techniques and Environments*. Springer Berlin, Heidelberg, 275-284
5. Bottema, O., & Roth, B. (1990). *Theoretical kinematics* (Vol. 24). Courier Corporation.
6. Mukherjee, D. P. (2010). *Computer Graphics: Algorithms and Implementations*. India: PHI Learning.
7. Tkachenko, O., Myronenko, A. (2019). Iterative modeling of surface pollution dynamics. *Energetics and automatics*, No.3, 47-56.
8. Jain, S. (2022). *IIT-JEE Main and Advanced Physics*. Prabhat Prakashan. New-Delhi, India. 3.9 pp.
9. Lee, W. (2010). *Kinematics Examples*. MS4414 Theoretical Mechanics, University of Limerick, Limerick, Ireland. 2 pp, 6 pp.

Determination of the available part of the earth surface taking into account the landscape and the wind

M. Nikolayeva, V. Tereshchenko, O. Tkachenko

Abstract. *Modeling the movement of a body along a ballistic trajectory and determining the area of the Earth's surface that a given body can reach is an important task for researchers in various fields. Additional influencing factors – wind and air resistance – complicate calculations. The models are even more difficult to simulate a heterogeneous landscape where there are mountains and depressions and for which adjacent surface sectors have significant elevation differences. In view of this, the*

development of modeling methods in the specified field, which will be both fast and effective, remains relevant.

The purpose of the study is to describe the structure of the data and the working principles of the model for determining the reachable area of the Earth's surface for a body thrown at an angle to the horizon. The methodological basis of the research is the computer simulation method and general scientific methods.

An approach to modeling the landscape area reachable from a point by ballistic trajectories is proposed. The basis of the approach is to specify the surface in the form of a matrix, the elements of which are objects with fields of height values. A generator of discrete maps for further processing has been created. The method of calculating body launch angles optimal for reaching target points is determined. A mechanism for determining unreachable areas covered by others and a mechanism for taking into account the effect of wind on the result, which do not require long calculations, are proposed. The matrix task of the surface with height differences allows us to talk about the prospects of research - the definition of dangerous areas for the needs of various spheres of activity.

Key words: *landscape, simulation, modeling, movement, reach*