

УДК 536.2 (075.8)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕДАЧИ ЧЕРЕЗ ВЕНТИЛИРУЕМЫЕ НАРУЖНЫЕ ОГРАЖДЕНИЯ

Б. Х. Драганов, доктор технических наук, профессор

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

e-mail: epafort1@mail.ru

Аннотация. *Целью исследования была разработка математической модели нестационарного теплообмена через вентилируемые наружные ограждения.*

Разработана математическая модель и краевые условия для процесса нестационарного теплопереноса через наружные ограждающие конструкции. Изложен метод решения исходной системы уравнений.

Ключевые слова: *математическое моделирование, нестационарный теплоперенос, наружные ограждения, граничные условия*

Актуальность. Применение интенсивных технологий содержания животных в помещениях промышленного типа предъявляет особые требования к микроклимату, что способствует увеличению получаемой продукции при минимальных затратах кормов, труда и средств.

В связи с этим разработка методики расчета вентилируемых ограждающих конструкций и определение требуемых параметров воздуха в их воздушных каналах является актуальной задачей.

Анализ последних исследований и публикаций. Математическое описание процесса теплообмена в ограждении с учетом переноса влаги приведено в [1 – 3].

Цель исследования – разработка математической модели нестационарного теплообмена через вентилируемые наружные ограждения.

Материалы и методика исследования. Сформулируем задачу теплообмена в ограждающих конструкциях при наличии кроме переноса

влаги также инфильтрации воздуха. При этом будем рассматривать возможные фазовые превращения влаги [4]:

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{\partial t}{\partial m} \right] \pm \varepsilon_{1-2} r_{1-2} \rho \frac{\partial t_2}{\partial \tau} \pm \varepsilon_{2-3} r_{2-3} \rho \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \pm W c_p \frac{\partial t}{\partial \tau}; \quad (1)$$

$$\xi_0 \rho \frac{\partial e}{\partial \tau} = \mu E_s \frac{\partial^2 e}{\partial n^2} \pm \varepsilon_{1-2} \rho \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \pm W c_e \rho \frac{\partial u_2}{\partial \tau}; \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial n} \left[\beta \frac{\partial u_2}{\partial n} \right] \pm \varepsilon_{1-2} \rho \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \pm \varepsilon_{2-3} \rho \frac{\partial u_2}{\partial \tau}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial \tau} = \varepsilon_{2-3} \rho \frac{\partial u_2}{\partial \tau}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = 0; \quad (5)$$

В этих уравнениях приняты такие обозначения:

c – удельная теплоемкость, Дж/(кг*К); ρ – плотность материала, кг/м³; t – температура, °С; λ – теплопроводность. Вт/(м*К); $\varepsilon_{1-2}, \varepsilon_{2-3}$ – параметр направления процесса, соответственно, конденсация-осушения, промерзание-оттаивание; r_{1-2} – теплота фазового перехода пар-жидкость; r_{2-3} – теплота фазового перехода жидкость-лед; u_2 – влажность материала, %; τ – время, с; W – массовый расход воздуха, кг/с; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении Дж/(кг*К); ξ_0 – относительная пароемкость, г/кг; e – парциальное давление водяного пара, Па; E_s – максимальное давление водяного пара при данной температуре, Па; c_e – удельная влагоемкость воздуха, г/(кг*Па); β – коэффициент влагопроводности, г/(м*час); p – давление, Па.

Удельная относительная пароемкость зависит от относительной влажности воздуха в порах материала ограждающих конструкций и определяется дифференцированием изотермы сорбции

$$\varepsilon_0 = 1000 \frac{\partial \omega}{\partial \varphi}, \quad (6)$$

где φ – относительная влажность воздуха в порах материала, %; ω – весовая сорбционная влажность материала.

Результаты исследований и их обсуждение. При малых скоростях фильтрационного движения воздуха через слой пористого материала ($Re < 1$) граничные условия для системы уравнений (1...5) записываются следующим образом

$$\alpha_n [t_{пн}(\tau) - t_{сн}(\tau)]_{x=0} - \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} + \lambda_c \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = 0; \quad (7)$$

$$\alpha_B [t_{св}(\tau) - t_{пв}(\tau)]_{x=\delta} - \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\delta} - \lambda_c \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\delta} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{1}{r_n} [e_{пн}(\tau) - e_{сн}(\tau)]_{x=0} - \mu \left(\frac{\partial e}{\partial x} \right)_{x=0} - \mu_c \left(\frac{\partial e}{\partial x} \right)_{x=0} = 0; \quad (9)$$

$$\frac{1}{r_B} [e_{св}(\tau) - e_{пв}(\tau)]_{x=\delta} - \mu \left(\frac{\partial e}{\partial x} \right)_{x=\delta} + \mu_c \left(\frac{\partial e}{\partial x} \right)_{x=\delta} = 0; \quad (10)$$

В этих уравнениях приняты обозначения:

δ – суммарная толщина ограждения, м; п – поверхность; н – наружная; в – внутренняя; μ – коэффициент паропроницаемости, $m^2/(m \cdot \text{час} \cdot \text{Па})$.

Условия сопровождения теплового потока и потока влаги на границе фазового перехода жидкость-криофаза.

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} \pm r_{2-3} \rho \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \right) \Delta u_{2-3}; \quad (11)$$

$$-\beta_1 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} = \beta_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} \pm \rho \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \right) \Delta u_{2-3}; \quad (12)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right) = \pm \rho \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \right) \Delta u_{2-3}; \quad (13)$$

Условия сопровождения теплового потока, потоков пара и влаги в области перехода жидкость-пар:

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} \pm r_{1-2} \rho \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \right) \Delta u_{1-2}; \quad (14)$$

$$-\mu_1 \left(\frac{\partial e}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} = -\mu \left(\frac{\partial e}{\partial x} \right)_{x_{i-0}} \pm \rho \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \right) \Delta u_{1-2}; \quad (15)$$

$$-\beta_1 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \Big|_{x_{i-0}} = -\beta_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \Big|_{x_{i-0}} \pm \rho \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \right) \Delta u_{1-2} \quad (16)$$

Кроме того, запишем начальные условия.

Начальные условия для уравнения (1) задаются уравнением, соответствующим стационарному распределению температур при наличии фильтрации воздуха через ограждение. Следуя Ф. В.Ушакову [5], можем записать

$$t(x,0) = M_1 \cdot e^{c_b \cdot j_b \cdot \frac{x}{\lambda}} + M_2, \quad (17)$$

где

$$M_1 = \frac{\tau_b - \tau_n}{\left(1 + \frac{c_b j_b}{\alpha_b} \right) e^{c_b \cdot j_b \cdot \frac{x}{\lambda}} - 1 + \frac{c_b j_b}{\alpha_n}}; \quad (18)$$

$$M_2 = \frac{\tau_b - \tau_n}{\left(1 + \frac{c_b j_b}{\alpha_b} \right) e^{c_b \cdot j_b \cdot \frac{x}{\lambda}} - 1 + \frac{c_b j_b}{\alpha_n}} \cdot \left(1 - \frac{c_b j_b}{\alpha_n} \right) \quad (19)$$

В этих соотношениях:

τ_b, τ_n – температуры на внутренней и наружной поверхностях стены; α_b, α_n – коэффициенты теплообмена на внутренней и наружной поверхностях стены; δ – толщина стены; j – плотность молекулярного (диффузионного) потока воздуха, кг/(м²с).

На наружной и внутренней поверхностях ограждения заданы граничные условия III рода

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} + \alpha_n^\phi t(0, \tau) &= \alpha_n^\phi \varphi_n(\tau); \\ \lambda \frac{\partial t(\delta, \tau)}{\partial x} + \alpha_b^\phi t(\delta, \tau) &= \alpha_b^\phi t_b; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\alpha_n^\phi = \alpha_n + \frac{c_b j_b}{2};$$

$$\alpha_b^\phi = \alpha_b - \frac{c_b j_b}{2};$$

где $\alpha_n^\phi, \alpha_b^\phi$ – коэффициенты теплообмена на поверхностях ограждения при наличии инфильтрации воздуха.

Выводы и перспективы. Разработана математическая модель нестационарного тепломассообмена через ограждающие конструкции с учетом инфильтрации наружного воздуха и возможных фазовых превращений влаги.

Список литературы

1. Богословский В.Н. Строительная теплофизика / В. Н. Богословский. – М.: Высшая школа, 1982. – 415 с.
2. Богословский В. Н. Метод решения нелинейных задач в строительной теплофизике / В. Н. Богословский, А. Р. Ферм, Л. Ф. Черных // Вопросы повышения энергетической эффективности кондиционирования микроклимата: сб. научн. тр. МИСИ – М., 1989. – С. 3-10.
3. Драганов Б. Х. Методика расчета теплового режима наружных ограждающих конструкций сельскохозяйственных зданий / Драганов Б. Х., Черных Л. Ф., Ферм Р. А. – К.: УСХА, 1991. – 126 с.
4. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
5. Ушков Ф. В. Метод расчета увлажнения ограждающих частей зданий / Ф. В. Ушков. – М.: Стройиздат, 1955. – 105 с.

References

1. Bogoslovskiy, V.N. (1982). Stroitel'naya teplofizika [Building Thermophysics]. Moscow: Vysshaya shkola, 415.
2. Bogoslovskiy, V. N., Ferm, A. R., Chernykh, L. F. (1989). Metod resheniya nelineynykh zadach v stroitel'noy teplofizike [Method for solving nonlinear problems in building thermal physics]. Voprosy povysheniya energeticheskoy effektivnosti konditsionirovaniya mikroklimate: sb. nauchn. tr. MISI, 3-10.
3. Draganov, B. Kh., Chernykh, L. F., Ferm, R. A. (1991). Metodika rascheta teplovogo rezhima naruzhnykh ograzhdayushchikh konstruktsiy sel'skokhozyaystvennykh zdaniy [Method for calculating the thermal conditions of external enclosing structures of agricultural buildings]. Kyiv: USKHA, 126.
4. Lykov, A. V. (1967). Teoriya teploprovodnosti [Theory of heat conductivity]. Moscow: Vysshaya shkola, 599.
5. Ushkov, F. V. (1955). Metod rascheta uvlazhneniya ograzhdayushchikh chastey zdaniy [Method for calculating the moisture content of the enclosing parts of buildings]. Moscow: Sroyizdat, 105.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОЇ
ТЕПЛОМАСОПЕРЕДАЧІ ЧЕРЕЗ ВЕНТИЛЬОВАНІ ЗОВНІШНІ
ОГОРОДЖЕННЯ**

Б. Х. Драганов

Анотація. *Метою дослідження була розробка математичної моделі нестационарної тепломасопередачі через вентилязовані зовнішні огородження.*

Розроблено математичну модель та крайові умови для процесу нестационарного теплопереносу через зовнішні огороджувальні конструкції. Викладено метод розв'язання вихідної системи рівнянь.

Ключові слова: *математичне моделювання, нестационарний теплоперенос, зовнішні огородження, граничні умови*

**MATHEMATICAL MODELING OF NON-STATIONARY HEAT
TRANSMISSION THROUGH VENTILATED EXTERNAL FENCES**

B. Draganov

Abstract. *The aim of the study was to develop a mathematical model of non-stationary heat and mass transfer through ventilated external fences.*

The mathematical model and boundary conditions for the process of non-stationary heat transfer through external enclosing structures are formulated. The method of solving the initial system of equations is described.

Key words: *mathematical modeling, non-stationary heat transfer, external fences, boundary conditions*