УДК 697.932

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВИПАРОВУВАННЯ КРАПЕЛЬ В ПРОЦЕСІ РУХУ В ПОВІТРЯНОМУ ОБ'ЄМІ ПРИМІЩЕНЬ

В. О. Грищенко, кандидат технічних наук, доцент

Національний університет біоресурсів і природокористування України

e-mail: vlgr@nubip.edu.ua

Анотація. *Розглянуто теоретичні передумови процесів розпилювання крапель води і їх подальше випаровування при польоті у нерухомому середовищі. Подано аналіз висвітлення питання розпилювання рідини, руху і випаровування диспергованих крапель в сучасних наукових виданнях. Сформульовано математичну модель процесів руху краплин при їх випаровуванні та отримано спрощені формули для наближених розрахунків траєкторій польоту крапель в нерухомому повітряному середовищі. При створенні моделі враховано, що коефіцієнту опору в процесі переміщення краплі змінюється, і це підвищило точність розрахунків. За отриманою математичною моделлю проведено числовий аналіз в комп'ютерному середовищі MathCAD та отримано графічні залежності експозиції випаровування сферичних крапель різних початкових розмірів, траєкторії руху крапель. Отримані залежності дають змогу оцінити, як впливає початковий розмір краплі на час та відстань до повного її випаровування. Проілюстровано графічно динаміку зміни параметрів повітря на виході розпилювача. Аналіз отриманих залежностей дозволяє вибрати параметри розпилювача: дисперсність, кут вильоту і початкову швидкість які забезпечують рівномірне зволоження повітря або необхідної поверхні (площини).*

Ключові слова: ***розпилення води, дисперговані краплі, зволоження повітря***

Актуальність. Зволоження повітря розпилюваною водою широко застосовується у агропромисловому виробництві для кондиціювання повітря у виробничих приміщеннях, охолодження повітря і рослин в тепличному господарстві та тварин і птиці в приміщеннях в періоди стійко-високої температури атмосферного повітря. При виборі пристрою для зволоження шляхом розпилювання важливо визначити яка саме модель (тип апарату) найкраще реалізує конкретні агро- і зоотехнічні вимоги. З виробничого досвіду відомо, що найкращі результати можуть бути досягнені при виборі не просто економічної моделі, а оптимальної з точки зору забезпечення комфортного

режиму, можливості автоматизації і точності регулювання зволоження. Тому задачі визначення динамічних характеристик процесу і пристроїв розпилювання води залишаються актуальним.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Нині питання розпилювання рідини, руху і випаровування диспергованих крапель достатньо повно висвітлені в сучасних наукових виданнях [1–4] і окремих публікаціях [5–9]. В роботі [2] розглянуто факельні процеси при розпилюванні розчину в необмеженому просторі; в роботі [3] не враховується «реактивна» сила від зміни маси; в роботах [4–6] розглянуто рух крапель у повітряному потоці – водо – повітряний факел. В роботі [8] розглянуто дифузійний масоперенос при відсутності відносного руху крапель. Процесам масообміну при «вбрасувані» диспергованих крапель у нерухоме повітряне середовище приділено мало уваги. Але, саме відсутність транспортуючого повітряного (супутнього) потоку інтенсифікує процес випаровування крапель і зволоження повітря, що забезпечує повне випаровування крапель.

Мета дослідження – **с**формулювати математичну модель процесів руху краплин при їх випаровуванні і отримати спрощені формули для наближених розрахунків траєкторій польоту крапель в нерухомому повітряному середовищі.

Матеріали і методи дослідження. Для формулювання математичної моделі розглядається рух одиночної краплини у вигляді матеріальної точки, маса якої зменшується в процесі переміщення (польоту) з інтенсивністю яка залежить від швидкості руху і параметрів повітряного середовища в якому відбувається процес. Для спрощення опису прийняті такі припущення, ідеалізуючи процес, але не спотворюючи загальну фізичну картину:

– крапля має форму кулі і в процесі випаровування не деформується (форму не змінює); краплі між собою не взаємодіють;

– зміна маси і відповідно розміру краплі відбувається шляхом випаровування в оточуюче середовище, параметри якого, зо час випаровування краплі не змінюються; рушійною силою випаровування прийнята різниця масової

концентрації вологи над поверхнею краплі (концентрація насиченої пари при температурі краплі);

– сила опору переміщенню краплі в повітряному середовищі залежить від швидкості краплі має квадратичну залежність;

– температура краплі в процесі випаровування не змінюється і дорівнює температурі мокрого термометра.

Результати досліджень та їх обговорення. Приймемо, що початкова швидкість краплі дорівнює окружній швидкості розпилювального диску V_0. Початок координат на кромці диску в точці сходу краплі з диску, кут нахилу початкової швидкості довільний. Вісь $0x$ спрямовано горизонтально, а вісь $0y$ – вертикально вниз (рис. 1).

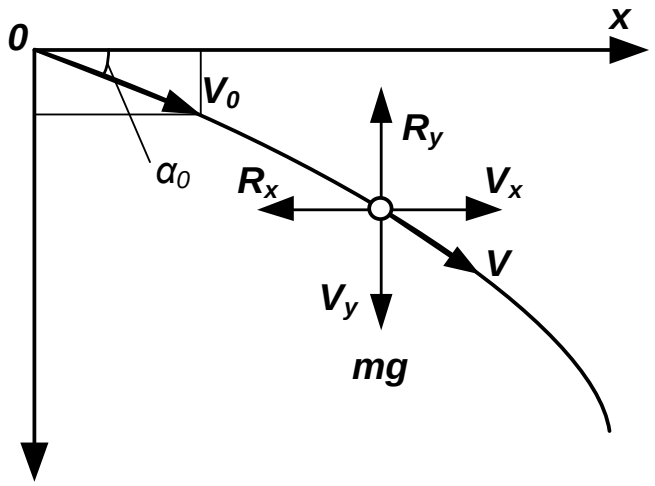

Рис. 1. Розрахункова схема для визначення руху краплі змінної маси

Рух краплі з урахуванням зміни маси шляхом випаровування у прийнятій системі ординат в проекціях на відповідні вісі описуємо наступними диференціальними рівняннями:

Рівняння руху краплини запишемо у вигляді:

$$m\frac{dV_x}{d\tau}+V_x\frac{dm}{d\tau}=-\frac{1}{2}C_x(\mathrm{Re})\bar{\rho}_v SV_x^2; \quad (1)$$

$$m\frac{dV_y}{d\tau}+V_y\frac{dm}{d\tau}=mg-\frac{1}{2}C_y(\mathrm{Re})\bar{\rho}_v SV_y^2; \quad (2)$$

де V_x, V_y – проекції змінної швидкості краплі на горизонтальну і вертикальну вісі; C_x, C_y – змінні коефіцієнти опору; m – маса краплі; $\mathrm{Re} = \frac{2r}{\nu} V_{x,y}$ – критерій Рейнольдса; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості середовища; r – радіус краплини; ρ_v – густина повітря; S – міделів перетин краплі змінного радіуса; g – прискорення вільного падіння.

Аналіз зміни величини числа Рейнольдса при польоті сферичних часток діаметром 10…250 мкм і початковою швидкістю до 60 м/с, показав [9], що найбільш достовірні результати в перехідній області має апроксимація коефіцієнта аеродинамічного опору за формулою Л. Клячка:

$$C_x = \frac{24}{\mathrm{Re}} + \frac{4}{\sqrt[3]{\mathrm{Re}}}. \tag{3}$$

Визначаючи параметри краплі: масу та розмір через її радіус: $m = \frac{3}{4}\rho_w \pi r^3$; $S = \pi r^2$ (де ρ_w – густина речовини краплі); перепишемо рівняння (1) у вигляді:

$$\frac{3}{4}\frac{dV_x(\tau)}{d\tau} + 4V_x(\tau)\frac{dr(\tau)}{d\tau} = -\frac{\rho_v}{\rho_w} V_x(\tau)^2 \left(\frac{12\nu}{V_x(\tau)\, r(\tau)} + \frac{4\nu^{\frac{2}{3}}}{\left(2r(\tau)^{\frac{2}{3}}\right) V_x(\tau)^{\frac{2}{3}}} \right). \tag{4}$$

Величина вертикальної складової швидкості руху краплі, значно менша за горизонтальну складову і при числах Рейнольдса: $\mathrm{Re} < 10\ldots15$ вираз (3) можна замінити спрощеною залежністю [9]:

$$C_y(\mathrm{Re}) = \frac{24}{\mathrm{Re}} + 2.25. \tag{5}$$

Перепишемо рівняння (2) з врахуванням (5) у вигляді:

$$\frac{3}{4}\frac{dV_y(\tau)}{d\tau} + 4V_y(\tau)\frac{dr(\tau)}{d\tau} = \frac{3}{4}q - \frac{\rho_v}{\rho_w} V_y(\tau)^2 \left(\frac{12\nu}{V_y(\tau)\, r(\tau)} + 2.25 \right). \tag{6}$$

Зміну маси краплі при випаровуванні в повітрі визначимо рівнянням вологовіддачі (матеріальний баланс):

$$-\frac{dm(\tau)}{d\tau} = Nu_m \frac{D}{r(\tau)} 2\pi r(\tau)^2 d''(\theta_m) - d_v(\theta_v), \tag{7}$$

де $Nu_m = \frac{2r}{D}\beta$ – масообмінний критерій Нусельта; D – коефіцієнт дифузії пари в повітря; β – коефіцієнт масообміну; $d''(\theta_m), d_v$ – вологовміст насиченої пари при температурі мокрого термометра та повітряного середовища.

Число Нусельта залежить від аеродинамічного режиму, який характеризується числом Рейнольдса і відповідно до [5] може бути визначено з критеріального рівняння:

$$Nu = 2 + 0.55\,\mathrm{Re}^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{0.33}, \tag{8}$$

де Pr – критерій Прандля, стала величина ($\mathrm{Pr}^{0.33} = 0.7$).

Залежність насиченого вологовмісту повітря від температури в першому наближені (інтервал температури $\theta_m = 5\ldots30\,°C$) може бути апроксимована лінійною залежністю:

$$d''(\theta_m) = a + b\theta_m, \tag{9}$$

де θ_m – температура краплі.

З урахуванням формули (8) виражаючи величину маси краплі через її радіус рівняння (7) перепишемо у вигляді:

$$-\frac{dr(\tau)}{d\tau} = \frac{\rho_v}{\rho_w} D\Delta d \frac{1}{2r(\tau)}\left(2 + 0.55\sqrt{\frac{2}{\nu}V_y(\tau)\,r(\tau)}\right). \tag{10}$$

Таким чином отримана система рівнянь (4), (6), (10) при початкових умовах: $x(0) = y(0) = 0$; $x'(0) = V_{x0} = V_0\cos\alpha_0$, $y'(0) = V_{y0} = V_0\sin\alpha_0$, (де $V_0 = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2}, \alpha_0$ – швидкість і кут сходження краплі з дискового розпилювача) являє математичну модель випаровування краплі при польоті у нерухомому середовищі.

Динаміка зволоження повітря в приміщенні з об’ємом V_n визначається рівнянням матеріального балансу:

$$V_n \rho_v \frac{dd(\tau)}{d\tau} = \beta F_w \left(d''(\theta_m) - d_v(\tau) \right), \tag{11}$$

де F_w – загальна поверхня крапель у факелі розпилу.

Величина F_w – залежить від витрат розпилюваної води і дисперсності розпилу; тому прийнявши $\beta F_w = const$ рівняння (11) можна проінтегрувати. За умови $\tau = 0$; $d_v = d_{v0}$ розв'язок отримано у вигляді:

$$d(\tau) = d''(\theta_m) - \left(d''(\theta_m) - d_{v0} \right) e^{-\frac{\beta F_w}{V_n \rho_v}\tau}, \tag{12}$$

де величина $d''(\theta_m)$ визначається співвідношенням (9), значення β рівнянням $\beta = Nu_m \frac{D}{2r(\tau)}$. Зміна відносної вологості повітря в приміщенні визначається з відомої [1] формули:

$$\varphi(\tau) = \frac{d(\tau) 10^5}{at_v + b622}.$$

Результати числового аналізу отриманої математичної моделі, проведеного в комп'ютерному середовищі MathCAD представлено залежностями зміни розміру краплин в часі (рис. 2) (кінетика випаровування), і траєкторіями руху (переміщення краплин в двомірному просторі) при розпилюванні пристроєм з вертикальною дисковою насадкою [4] наведені на рис. 3.

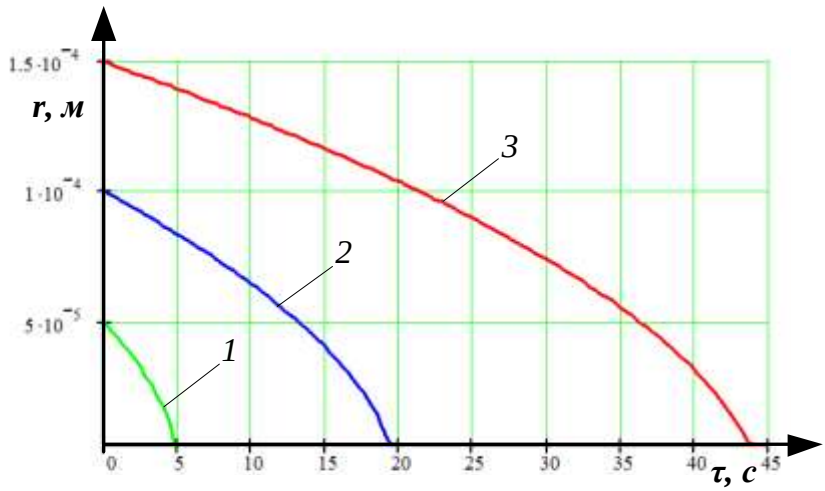

Рис. 2. Зміна розміру краплі в часі (при різній дисперсності розпилу):

1 – 50 мкм; 2 – 100 мкм; 3 – 150 мкм

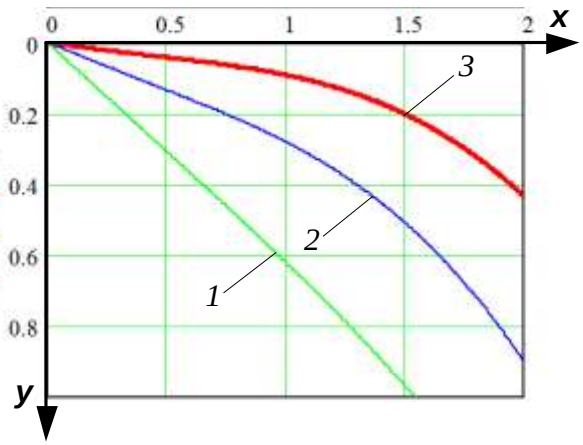

Рис. 3. Траєкторії руху крапель при випаровуванні (позн. рис. 2)

Для наближеного визначення параметрів руху фронту струменю розпиленої рідини (швидкість, дальність, час), методом руху ізольованої краплини, із системами рівнянь (1), (2) при спрощуючому припущені: $dr/d\tau = const = \gamma$ за методикою розв'язку наведеному в [10] можуть бути отримані аналітичні вирази для проекцій швидкості руху і переміщень за координатами:

$$V_x = \frac{3C_x V_{x0}\rho_v}{8r_0\rho_w} V_0\tau + 2V_{x0}, \tag{13}$$

$$V_y = \frac{3C_y V_{y0}\rho_v}{8r_0\rho_w} V_0\tau + \frac{3V_{y0}\gamma}{r_0} + g\tau + V_{y0}, \tag{14}$$

де r_0 – початковий радіус краплі.

Інтегруючи вирази (13) і (14) від 0 до τ матимемо:

$$x = \frac{3C_x V_{x0}\rho_v}{64r_0^2} V_0\tau^2 + V_{x0}\tau, \tag{15}$$

$$y = \frac{3C_y V_{y0}\rho_v}{32r_0^2} V_0\tau^2 + \frac{V_{y0}r_0}{4r_0}\tau + \frac{4r_0}{8r_0^2}\tau^2. \tag{16}$$

Графічні залежності траєкторій руху крапель отримані сумісним розв'язком рівнянь (13,15) і (14,16) в комп'ютерному середовищі MathCAD наведені на рис. 4.

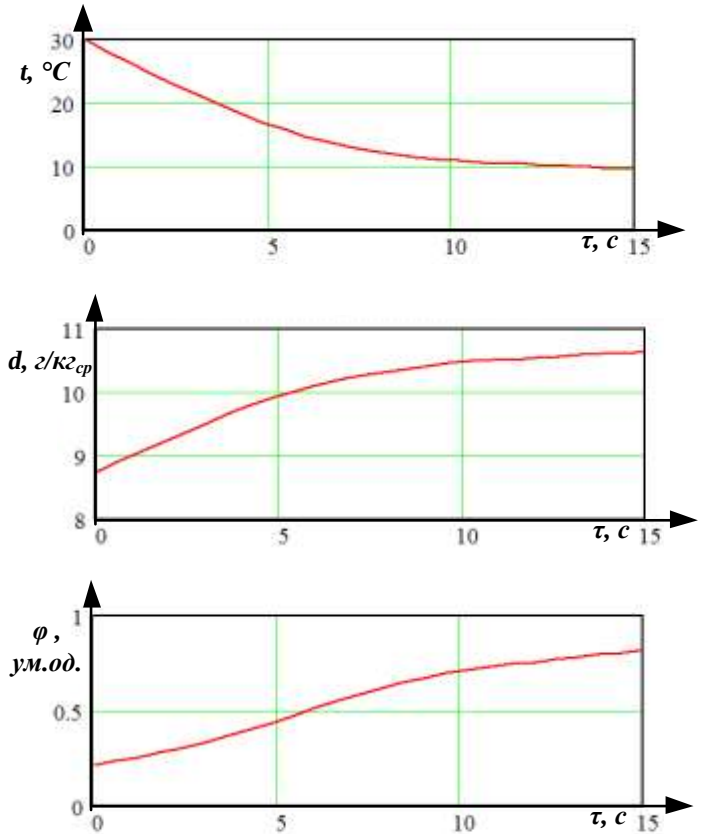

Рис. 4. Динаміка зміни параметрів повітря на виході розпилювача

Таким чином, отримані залежності дозволяють вибрати параметри розпилювача: дисперсність (r_0), кут вильоту (α_0) і початкову швидкість (V_0) які забезпечують рівномірне зволоження повітря або необхідної поверхні (площини).

Висновки і перспективи.

1. На основі теоретичного аналізу механіко-технологічних засад сформульована математична модель балістики крапель, що випаровуються при польоті в повітряному середовищі приміщень. Модель враховує зміну коефіцієнту опору в процесі переміщення краплі, що значно підвищує точність розрахунків.

2. Для аналізу розрахунків траєкторій руху можна використовувати спрощені залежності.

Список літератури

1. Изельт П. Увлажнение воздуха. Системы и применение / П. Изельт, У. Арндт, М. Вильке; пер. с нем. Л. Н. Казанцевой ; под ред. Г. В. Резникова. – М.: Техносфера: Евроклимат, 2007. – 212 с.

2. Дунський В. Ф. Пестицидные аэрозоли / В. Ф. Дунський.. – М. Агропромиздат, 1982. – 182 с.

3. Кучеренко С. І. Балістика крапель, які випаровуються при польоті / С. І. Кучеренко, В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський, Л. М. Тіщенко // Харків: ХНТУСГ, 2007. – 304 с.

4. Василив П. А. Система увлажнения воздуха в овощехранилищах с вертикально-дисковым распылителем воды и растворов.: Автореф. дис. канд. техн. наук. – М., 1987. – 17 с.

5. Мележик О. І. Відцентровий розпилювач пестицидів: рух і випаровування краплин у факелі / О. І. Мележик, О. В. Жевжик, А. С. Кобець// Вісник Дніпропетровського державного аграрного університету, 2007. – № 1. – С.97–101.

6. Котов Б. І. Математична модель динаміки зволоження повітря розпиленою водою / Б. І. Котов, А. В. Спірін, В. В. Деркач // Збірник матеріалів Міжнародної науково-практичної конференції «Інноваційні технології збалансованого природокористування в агропромисловому виробництві». – 2016. – С.211–218.

7. Котов Б. І. Динаміка розпилювання і випаровування води в електричному полі при зволожувані повітря / Б. І. Котов, Ю. І. Панцир, І. Д. Герасимчук, В. О. Грищенко // Енергетика і автоматика. – 2018. – № 2. – С.145–158.

8. Куличенко В. К вопросу увлажнения воздуха распыленной водой / В. Куличенко, А. Волик // Труды Николаевского кораблестроительного института. – 1978. – Вып. 137. – С.73–76.

9. Балабуха Г. Л. Механика и теплообмен потоков полидисперсной газовзвеси / Г. Л. Бабабуха, М. М. Рабинович. – Киев: «Наукова думка», 1969. – 218 с.

10. Абрамов Ю. А. Моделирование процессов в пожарных стволах / Ю. А. Абрамов, В. Е. Росоха, Е.А. Шаповалова. – Харьков: Фолио, 2001. – 195 с.

References

1. Izel't, P., Arndt, U., Vil'ke M. (2007) Uvlazhnenie vozdukha. Sistemy i primenenie [Moistening of the air. Systems and applications]. Moscow: Tekhnosfera: Evroklimat, 212.

2. Dunskiy, V. (1982) Pestitsidnyye aerozoli [Pesticide aerosols].Moscow: Agropromizdat, 182.

3. Kucherenko, S. I., Olshanskyi, V. P., Olshanskyi, S. V., Tishchenko, L. M. (2007) Balistyka krapel, yaki vyparovuiutsia pry poloti [Ballistics of droplets evaporating during flight]. Kharkiv: KhNTUSH, 304.

4. Vasiliv, P. A. (1987) Sistema uvlazhneniya vozdukha v ovoshchekhranilishchakh svertikal'no-diskovym raspylitelem vody i rastvorov [A system of air humidification in vegetable stores by a vertically-disk atomizer of water and solutions]. Author's abstract. dis. cand. tech. sciences, Moscow, 17.

5. Melezhyk, O. I., Zhevzhyk, O. V., Kobets, A. S. (2007) Vidtsentrovyi rozpyliuvach pestytsydiv: rukh i vyparovuvannia kraplyn u fakeli [Ventricular spray of pesticides: movement and evaporation of droplets in a torc]. Bulletin of the Dnepropetrovsk State Agrarian University, 1, 97–101.

6. Kotov, B. I., Spirin, A. V., Derkach, V. V. (2016) Matematychna model dynamiky zvolozhennia povitria rozpylenoiu vodoiu [Mathematical model of the dynamics of humidifying air with spray water]. Collection of materials of the International scientific and practical conference "Innovative technologies of balanced use of natural resources in agricultural production", 211–218.

7. Kotov, B. I., Pantsyr, Yu. I., Herasymchuk, I. D., Hryshchenko, V. O. (2018) Dynamika rozpyliuvannia i vyparovuvannia vody v elektrychnomu poli pry zvolozhuvani povitria [Dynamics of sputtering and evaporation of water in an electric field under humidified air]. Power Engineering and Automatics, 2, 145–158.

8. Kulichenko, V., Volik, A. (1978) K voprosu uvlazhneniya vozdukha raspylennoy vodoy [On the question of air humidification with sprayed water]. Proceedings of the Nikolaev Shipbuilding Institute, 137, 73–76.

9. Balabukha, G. L., Rabinovich, M. M. (1969) Mekhanika i teploobmen potokov polidispersnoy gazo-vzvesi [Mechanics and heat exchange of streams of polydisperse gas-suspended matter]. Kiyev: Naukova dumka, 218.

10. Abramov, YU. A., Rosokha, V. E., SHapovalova, E .A. (2001) Modelirovaniye protsessov v pozharnykh stvolakh [Modeling of processes in fire trunks]. KHar'kov: Folio, 195.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИСПАРЕНИЯ КАПЕЛЬ В ПРОЦЕССЕ ДВИЖЕНИЯ В ВОЗДУШНОМ ОБЪЕМЕ ПОМЕЩЕНИЙ

В. А. Грищенко

Аннотация. *Рассмотрены теоретические предпосылки процессов распыления капель воды и их дальнейшее испарение при полете в неподвижной среде. Представлен анализ освещения вопроса распыления жидкости, движения и испарения диспергированных капель в современных изданиях. Сформулировано математическую модель процессов движения капель при их испарении и получены упрощенные формулы для приближенных расчетов траекторий полета капель в неподвижном воздушной среде. При создании модели учтено, что коэффициент сопротивления в процессе перемещения капли меняется, и это повысило точность расчетов. По полученной математической модели проведен численный анализ в компьютерной среде MathCAD и получены графические зависимости экспозиции испарения сферических капель различных начальных размеров, траектории движения капель. Полученные зависимости позволяют оценить, как влияет начальный размер капли на время и расстояние до полного испарения. Проиллюстрировано графически динамику изменения параметров воздуха на выходе распылителя. Анализ полученных зависимостей позволяет выбрать параметры распылителя: дисперсность, угол вылета и начальную скорость которые обеспечивают равномерное увлажнение воздуха или необходимой поверхности (плоскости).*

Ключевые слова: ***распыление воды, диспергированные капли, увлажнения воздуха***

MATHEMATICAL MODELS OF EVAPORATION DROPS IN THE PROCESS OF MOVEMENT IN THE AIR VOLUME ON THE PREMISES

V. Hryshchenko

Abstract. *The article discusses the theoretical background of the process of spraying water droplets and their further evaporation when flying in a stationary medium. An analysis of the coverage of the issue of fluid dispersion, movement and evaporation of dispersed droplets in modern editions is presented. A mathematical model of the processes of droplet movement during their evaporation has been formulated and simplified formulas have been obtained for approximate calculations of the trajectories of the flight of droplets in a fixed air environment. When creating the model, it was taken into account that the drag coefficient in the process of moving the drop changes, and this increased the accuracy of the calculations. According to the obtained mathematical model, a numerical analysis was carried out in the computer environment MathCAD and graphical dependences of the evaporation exposure of spherical droplets of various initial sizes, the trajectory of the droplets movement were obtained. The dependences obtained allow us to estimate how the initial drop size affects the time and distance to complete evaporation. Illustrated graphically the dynamics of changes in the parameters of the air at the outlet of the sprayer. The analysis of the obtained dependences allows you to select the parameters of the sprayer: dispersion, departure angle and initial velocity that provide uniform moistening of the air or the desired surface (plane).*

Keywords: ***spraying water, dispersed drops, air moistening***