УДК 535.3

ГРАНИЦІ ДЛЯ ЕФЕКТИВНОЇ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ ДИСПЕРСНИХ СИСТЕМ

С. В. Шостак, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Національний університет біоресурсів и природокористування України

e-mail:shostakserg@ukr.net

Анотація. *Метою дослідження є розрахунок ефективної діелектричної проникності при великих концентраціях включень еліпсоїдальної форми в наближенні диференційованого ефективного середовища (ДЕС); оцінка можливих значень границь дійсної та уявної частини ефективної діелектричної проникності в залежності від параметрів системи.*

Розглянуто розрахунок ефективної діелектричної проникності при великих концентраціях включень еліпсоїдальної форми в наближенні диференційованого ефективного середовища (ДЕС). Проведені оцінки можливих значень границьдійсної та уявної частини ефективної діелектричної проникностів залежності від параметрів системи з використанням загальних методів електродинаміки неоднорідних середовищ.

Ключові слова: ***ефективна діелектрична проникність,матричні дисперсні системи, диференційоване ефективне середовище***

Актуальність. При теоретичному дослідженні процесів взаємодії електромагнітного випромінювання (ЕМВ) з матричними дисперсними системами (МДС), які являють собою неперервну матрицю (як правило, діелектричну) з включеннями різної форми та природи, широко використовується наближення ефективного середовища. Суть цього методу полягає в тому, що у найпростішому випадку немагнітних середовищ, МДС з розподіленими значеннями діелектричної проникності матриці ε_1 та включень ε_2 замінюється неперервним середовищем з ефективною діелектричною проникністю $\tilde{\varepsilon}$, яка залежить як від ε_2 та ε_1, так і від величини $f = V/V_0$ (де V_0 - об'єм зайнятий включеннями, V - загальний об'єм системи) та їх статистичного розподілення в матриці. Таке наближення добре узгоджується з експериментом лише у випадку, коли довжина хвилі ЕМВ, взаємодіючого з МДС, значно більше характерних розмірів включень і відстаней

між ними (довгохвильове наближення). Існує досить багато методів розрахунку $\tilde{\varepsilon}$ для подібних систем. У цій статті ми коротко зупинимося на розрахунку ефективної діелектричної проникності $\tilde{\varepsilon}$ при великих концентраціях включень еліпсоїдальної форми в наближенні диференційованого ефективного середовища (ДЕС) [1]. Також будуть проведені оцінки можливих границь значень $\tilde{\varepsilon}'$ та $\tilde{\varepsilon}''$ $(\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}' + i\tilde{\varepsilon}'')$.

Аналіз останніх дослідженьта публікацій. Знаходження ефективної діелектричної проникності $(\tilde{\varepsilon})$ МДС при великих об'ємних фракціях включень являє собою дуже важку задачу. Одним з методів знаходження $\tilde{\varepsilon}$ в цьому випадку є метод диференціального ефективного середовища (ДЕС) [1, 2]. Цей метод слідує з наближення середнього поля (наближення Бруггемана [3]). У випадку включень еліпсоїдальної форми наближення Бруггемана для знаходження $\tilde{\varepsilon}$ має вигляд:

$$F(f,\varepsilon_1,\varepsilon_2,\tilde{\varepsilon}) = \frac{(1-f)(\tilde{\varepsilon}-\varepsilon_1)}{(1-L)\tilde{\varepsilon}+L\varepsilon_1} + \frac{f(\tilde{\varepsilon}-\varepsilon_2)}{(1-L)\tilde{\varepsilon}+L\varepsilon_2} + \\ + \frac{4(1-f)(\tilde{\varepsilon}-\varepsilon_1)}{(1+L)\tilde{\varepsilon}+(1-L)\varepsilon_1} + \frac{4f(\tilde{\varepsilon}-\varepsilon_2)}{(1+L)\tilde{\varepsilon}+(1-L)\varepsilon_2} = 0, \quad (1)$$

де L - фактор деполяризації вздовж великої піввісі $(L_1 = L;\ L_2 = L_3 = \frac{1-L}{2})$, а ε_2 та ε_1 - діелектричні проникності включень і матриці відповідно.

Мета дослідження - розрахунок ефективної діелектричної проникності при великих концентраціях включень еліпсоїдальної форми в наближенні диференційованого ефективного середовища (ДЕС); оцінка можливих значень границь дійсної та уявної частини ефективної діелектричної проникності в залежності від параметрів системи.

Матеріали і методи дослідження. В роботі були використані механізми і закономірності поглинання та розсіювання електромагнітного випромінювання (ЕМВ)з матричними дисперсними системами (МДС) з включеннями різної форми та природи в наближенні ефективного середовища. Проведено оцінки можливих границь значень $\tilde{\varepsilon}'$ та $\tilde{\varepsilon}''$ $(\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}' + i\tilde{\varepsilon}'')$ з використанням загальних методів електродинаміки неоднорідних середовищ.

Результати досліджень та їх обговорення. Розглянемо тепер зміну ефективної діелектричної проникності системи за рахунок внесення малої порції другої фази з відносним об'ємом Δf. Ця зміна буде:

$$\Delta\tilde{\varepsilon} = -\frac{\left(\partial F/\partial f\right)\Big|_{f=0}}{\left(\partial F/\partial\tilde{\varepsilon}\right)\Big|_{f=0}}\Delta f = g(\varepsilon_1,\tilde{\varepsilon})\Delta f. \tag{2}$$

Після диференціювання (1) знаходимо:

$$g(\tilde{\varepsilon},\varepsilon_1) = \frac{\tilde{\varepsilon}}{3}(\varepsilon_1-\tilde{\varepsilon})\left[\frac{1}{(1-L)\tilde{\varepsilon}+L\varepsilon_1}+\frac{4}{(1+L)\tilde{\varepsilon}+(1-L)\varepsilon_1}\right]. \tag{3}$$

При внесенні в ефективне середовище $\tilde{\varepsilon}\ \Delta f$ частинок другої фази буде заміщено $f\Delta f$ частинок другої фази. Тому зміна долі частинок другої фази у новому композиті буде: $\Delta f_0 = (1-f)\Delta f$, тобто в співвідношенні (2) треба $\Delta f \to \frac{\Delta f}{1-f}$.

З врахуванням цього співвідношення (2) приймає вигляд:

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}}{g(\tilde{\varepsilon},\varepsilon)} = \frac{df}{1-f}. \tag{4}$$

Розв'язок рівнянь(3)- (4) з початковою умовою $\tilde{\varepsilon}=\varepsilon_1$ при $f=0$, дає:

$$1-f = \left(\frac{\varepsilon_1}{\tilde{\varepsilon}}\right)^a\left(\frac{\varepsilon_1+\gamma\varepsilon_2}{\tilde{\varepsilon}+\gamma\varepsilon_2}\right)^b\left(\frac{\tilde{\varepsilon}-\varepsilon_2}{\varepsilon_1-\varepsilon_2}\right), \tag{5}$$

де $a = \frac{3L(1-L)}{1+3L}$; $b = \frac{2(1-3L)^2}{(1+3L)(5-3L)}$; $\gamma = \frac{1+3L}{5-3L}$.

Так, для випадку частинок сферичної форми при $L=\frac{1}{3}$ і $a=\frac{1}{3}, \gamma = \frac{1}{2, b=0,}$ дана формула має вигляд [4]:

$$1-f = \left(\frac{\varepsilon_1}{\tilde{\varepsilon}}\right)^{1/3}\left(\frac{\tilde{\varepsilon}-\varepsilon_2}{\varepsilon_1-\varepsilon_2}\right). \tag{6}$$

Проаналізуємо випадок симетричної заміни $f \Leftrightarrow \psi = (1-f)$ у формулі (1). Дійсно, така заміна може мати місце якщо розглядувати діелектрик в МДС як

включення, а металічні частинки як матрицю. Фізичний зміст формули від такої заміни не змінюється. Тоді з (5) отримаємо:

$$f = \left(\frac{\varepsilon_2}{\tilde{\varepsilon}}\right)^a \left(\frac{\varepsilon_2 + \gamma\varepsilon_1}{\tilde{\varepsilon} + \gamma\varepsilon_1}\right)^b \left(\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\right). \tag{7}$$

Для випадку частинок сферичної форми при $L = \frac{1}{3}$ дана формула має вигляд [1]:

$$f = \left(\frac{\varepsilon_2}{\tilde{\varepsilon}}\right)^{1/3} \left(\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\right). \tag{8}$$

Із формул (6) і (8) слідує ще одне співвідношення для розрахунку $\tilde{\varepsilon}$:

$$\frac{1-f}{\varepsilon_1^{1/3}} + \frac{f}{\varepsilon_2^{1/3}} = \frac{1}{\tilde{\varepsilon}^{1/3}}. \tag{9}$$

Співвідношення (9) належить до загального класу співвідношень виду [5]:

$$\tilde{\varepsilon}^k = f\varepsilon_2^k + (1-f)\varepsilon_1^k, \tag{10}$$

які, як показано в [6], при $|k| \le 1$ повністю задовольняють теоремам про границі можливих значень ефективної діелектричної проникності МДС і статистичних сумішей [7].

Подальший розгляд поведінки $\tilde{\varepsilon}$ в залежності від параметрів системи проведемо використовуючи саме ці методи. В подальшому обмежимося МДС, що складаються із діелектричної матриці з металевими включеннями кульової форми.

У випадку дійсних ε_2 і ε_1 для двохкомпонентних систем виконуються наступні нерівності (співвідношення Вінера) для $\tilde{\varepsilon}$ [4]:

$$\varepsilon_- < \tilde{\varepsilon} < \varepsilon_+, \tag{11}$$

причому

$$\frac{1}{\varepsilon_-} = \frac{f_1}{\varepsilon_1} = \frac{f_2}{\varepsilon_2}, \tag{12}$$

$$\varepsilon_+ = f_1\varepsilon_1 + f_2\varepsilon_2, \tag{13}$$

де f_1 та f_2 - об'ємні долі $(f_1 + f_2 = 1)$; ε_1 і ε_2 - діелектричні проникності компонентів середовища; ε_+ - діелектрична проникність шарового діелектрика при електричному полі паралельному границі розділу слоїв; ε_- - діелектрична проникність шаруватого

діелектрика при електричному полі перпендикулярному площині середовища. Оцінки типу (11) були покращенні і узагальнені на випадок комплексних ε_1 і ε_2 [7-9]. У випадку дійсного ε_1 і комплексного ε_2 границі області можливих значень $\tilde{\varepsilon}'$ і $\tilde{\varepsilon}''$ ($\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}' + \tilde{\varepsilon}''$) задаються співвідношеннями (12) і (13) [4], які після введення змінних $x = \dfrac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_1}$ і $t = \dfrac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}$ приймають вигляд [5]:

$$x'' = \frac{t''}{t'}(x' - 1)\,; \tag{14}$$

$$(x' - a)^2 + (x'' - b)^2 = R^2\,; \tag{15}$$

$$a = \frac{1}{2}; \quad b = \frac{1}{2t''}\left(t' + |t|^2\right), \quad R = \sqrt{a^2 + b^2}\,,$$

де x' і x'' ($x = x' + ix''$) - дійсна і уявна частини x, а t' і t'' ($t = t' + it''$) - аналогічні величини для t. При отриманні (14) і (15) із (12) і (13) було виключено f. Пряма (14) в площині змінних (x', x'') проходить через точку ***A*** ($x' = 1; x'' = 0$ - відповідає ε_1) і ***B*** ($x' = 1 + t'; x'' = t''$ - відповідає ε_2). Через ті ж точки проходить і коло (15). В результаті перетину (14) і (15) виникає сегмент дозволених значень x' і x'' (рисунок). Відмітимо, що x' і x'', як це слідує із (14) і (15) параметрично залежать від f ($f = f_2; f_1 = 1 - f$).

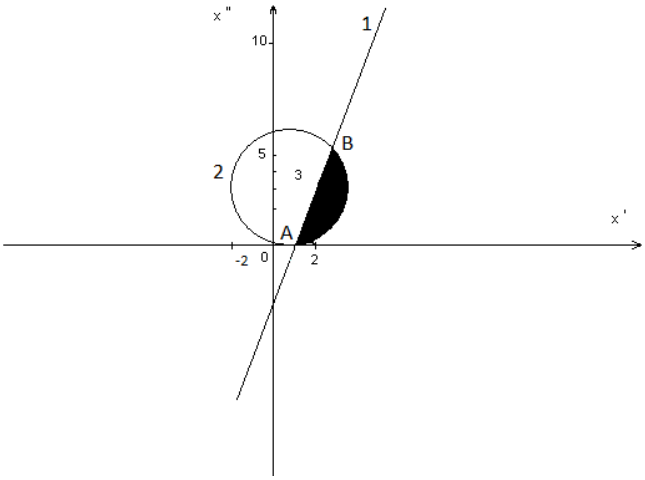

Рис. Границі для дійсної та уявної частини ефективної діелектричної проникності (заштрихована область) для МДС з кульовими включеннями при f=0.5 і $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 5 + 10i$. 1– пряма (14), 2 – коло (15)

Висновки і перспективи. Отримані співвідношення (5)-(10) для розрахунку $\tilde{\varepsilon}$ в наближенні ДЕМ як для випадку сферичних, так і для випадку еліпсоїдальних включень не суперечать умовам обмежень (14) -(15), які накладаються на значення $\tilde{\varepsilon}'$ і $\tilde{\varepsilon}''$.

В наближенні ДЕМ в формулах (5)-(8) ця структура присутня частково, а у випадку наближень (9) - (10)– вона відсутня взагалі. Важливість структури включень особливо проявляється при дослідженні процесів поглинання високочастотного електромагнітного випромінювання в матричних системах із металевими включеннями. Співвідношення (5) - (8), вірогідно, дуже добре описують електродинамічні властивості різних статистичних сумішей у низькочастотній області при великих значеннях f. За допомогоюцихспіввідношень електродинамічні властивості зволожених дисперсних систем (пісок, грунт, гірські породи) можна описати в широкому інтервалі зміни величини f.

Список літератури

1. Sen P. A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant of fused glass bead / Sen P., Scala C., Cohen M. // Geophysics. – 1981. – 46, № 5. – P. 781-796.
2. Sinvola Ari H. Effective Permittivity of Dielectric Mixtures/ Ari H. Sinvola, Jin Au Kong // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. – 1988. – V.26. - № 4. – P. 420-429.
3. Bruggeman D. A. J. Berechnung verschiedener physicalischer konstanten von heterigenen Substanzen. P. II / Bruggeman D. A. J. // Ann. Phys. (Leipzig). – 1935. – V. 416, iss. 8. – P. 636-664
4. Челидзе Т.Л. Электрическая спектроскопия гетерогенных систем / Челидзе Т.Л., Деревянко А.И., Куриленко О.Д. – К.: Наук. думка, 1977. – 232 с.
5. Pustovit V. N. Effective Dielectric Permittivity of Matrix Disperse Systems in Differential Medium Appraximation / V.N. Pustovit , L.V. Garanina, I.F. Mironuk, S.V. Shostak // Радиофизика и радиоастрономия, - 1998, - Т.3, № 4, - с.441-445.
6. Антонов В. А. Эффективная диэлектрическая проницаемость гетерогенной системы / Антонов В.А., Пшеницын В.И. // Оптика и спектроскопия – 1981. – Т. 50. - Вып. 2. – С. 362-369.
7. Bergman D. J. Rigorous bounds for the complex dielectric constants of a two-component composite / Bergman D. J. // Ann. Phys. (New York). - 1982. – 138, № 1. – P. 78-114.
8. Bergman D. J. Bulk properties of composite media / Bergman D. J. // Les Methodes de I'homogeneisation: Theorie et Application en Physique (Ecole d'Ete d'Analise Numerique, Edition Eyrolles, Paris, 1985). - P. 1-128.

9. Stroud D. Analytical model for the dielectric response of brine-saturated rocks / Stroud D., Milton G. W., De B. R. // Phys. Rev. B. – 1986. – 34, № 8. – P. 5145-5153.

References

1. Sen, P., Scala, C., Cohen, M. (1981). A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant of fused glass bead. Geophysics, 46 (6), 781-796.

2. Ari H. Sinvola, Jin Au Kong (1988). Effective Permittivity of Dielectric Mixtures. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, 26(4), 420-429.

3. Bruggeman, D. A. J. (1935). Berechnung verschiedener physicalischer konstanten von heterigenen Substanzen. P. II. Ann. Phys. (Leipzig), 416 (8), 636-664.

4. Chelidze, T. L., Derevyanko, A. I., Kurylenko, O. (1977). Elektrychna spektroskopiya heterohennykh system. [Electrical spectroscopy of heterogeneous systems]. Kiev, Naukova dumka, 232.

5. Pustovit, V. N., Garanina, L.V., Mironuk, I. F., Shostak, S.V. (1998). Effective Dielectric Permittivity of Matrix Disperse Systems in Differential Medium Appraximation. Radiophysics and Radio Astronomy, 3 (4), 441-445.

6. Antonov, V. A., Pshenitsyn, V. I. (1981). Effektivnaya dielektricheskaya pronitsayemost' geterogennoy sistemy [Effective dielectric constant of a heterogeneous system]. Optika i spektroskopiya, 50 (2), 362-369.

7. Bergman, D. J. (1982). Rigorous bounds for the complex dielectric constants of a two-component composite. Ann. Phys. (New York), 138 (1), 78-114.

8. Bergman, D. J. (1985). Bulk properties of composite media. Les Methodes de I'homogeneisation: Theorie et Application en Physique (Ecole d'Ete d'Analise Numerique, Edition Eyrolles, Paris), 1-128.

9. Stroud, D., Milton, G. W., De B. R. (1986). Analytical model for the dielectric response of brine-saturated rocks, Phys. Rev. B., 3 (8), 5145-5153.

ПРЕДЕЛЫ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОЙ ДИЭЛЕКРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ

С. В. Шостак

Аннотация. *Целью исследования является расчет эффективной диэлектрической проницаемости при больших концентрациях включений эллипсоидальной формы в приближении дифференцированного эффективной среды, оценка возможных значений пределов действительной и мнимой части эффективной диэлектрической проницаемости в зависимости от параметров системы.*

Рассмотрен расчет эффективной диэлектрической проницаемости при больших концентрациях включений эллипсоидальной формы в приближении дифференцированной эффективной среды (ДЭС). Проведены оценки возможных значений пределов действительной и мнимой части эффективной диэлектрической

проницаемости в зависимости от параметров системы с использованием общих методов электродинамики неоднородных сред.

Ключевые слова: ***эффективная диэлектрическая проницаемость, матричные дисперсные системы, дифференцированная эффективная среда***

LIMIT FOR THE EFFECTIVE PERMITTIVITY OF DISPERSE SYSTEMS

S. Shostak

Abstract. *The purpose of the study is to calculate effective dielectric permittivity at high concentrations of ellipsoidal forms in the approximation of a differentiated effective medium; estimation of possible values of the boundaries of the real and imaginary part of the effective dielectric permittivity, depending on the parameters of the system.*

The calculation of the effective permittivity at high concentrations of ellipsoidal inclusions in the approximation of a differentiated effective medium (DES) is considered. Estimates are made of the possible values of the limits of the real and imaginary parts of the effective dielectric constant depending on the parameters of the system using general methods of electrodynamics of inhomogeneous media.

Keywords: ***effective permittivity, matrix dispersed systems, differentiated effective medium***