УДК 681.5.07 DOI 10.31548/energiya2019.05.170

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОГО ПРИСКОРЮВАЧА З УРАХУВАННЯМ РАДІАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ТА ВИМОГ ЧУТЛИВОСТІ

Л. А. Панталієнко, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail: nubip.ea@gmail.com

Анотація. *Розглянуто задачі оптимізації руху заряджених частинок з урахуванням радіальних коливань та вимог щодо чутливості для випадку релейного керування. За наявності обмежень на функцію керування вихідну задачу мінімаксної оптимізації зведено до задач про оптимальний вибір точок перемкнення (точок, в яких функція керування змінює своє значення). Для її чисельного розв'язання запропоновано ітеративну процедуру градієнтного спуску. При цьому область початкових умов за фазовими координатами частинок попередньо подано у дискретному вигляді, а градієнт функції цілі за точками перемкнення визначено за допомогою функцій чутливості, що характеризують величину швидкості змінювання збуреного руху відносно розрахункового значення вектора параметрів. Для задачі фокусування частинок за енергією, просторовою координатою та її швидкістю в кінці прискорювача розглянуто лінійні обмеження на функції чутливості. Для урахування вимог щодо чутливості застосовано алгоритми практичної стійкості параметричних систем у просторі функцій чутливості. З цією метою на кожній ітерації градієнтного спуску множину початкових умов для функцій чутливості задано у структурному вигляді. Для вирішення проблеми вимірності та зменшення часу обчислень функцій чутливості застосовано заміну незалежної змінної у відповідній задачі Коші. При такому підході розрахунок оптимальних параметрів керування здійснено з урахуванням можливих відхилень розрахункових траєкторій на реальних режимах функціонування досліджуваної системи. Наведено аналіз запропонованої обчислювальної схеми та напрямки подальших досліджень щодо проектування малочутливої прискорювальної системи шляхом сумісного розв'язання задачі траєкторної оптимізації та задачі мінімізації максимальної чутливості на усьому проміжку функціонування руху заряджених частинок.*

Ключові слова: ***параметри, структурно-параметрична оптимізація, практична стійкість, релейне керування, точки перемкнення, градієнт, функції чутливості.***

Актуальність. При розв’язанні низки прикладних задач, зв’язаних з оптимальним проектуванням різних систем прискорення і фокусування [1, 2], часто необхідно ще на етапі моделювання враховувати вимоги до чутливості по відношенню до змінювання параметрів [3, 4]. Актуальність щодо розгляду вказаних задач визначається підвищеними вимогами при проектуванні прискорювальних установок та їх застосування у різних областях науки, техніки та безпосередньо у промисловості. При цьому особливу увагу приділяють конструюванню оптимальних систем формування пучків заряджених частинок, що дозволяло б при однаковому рівні енергетичних витрат одержувати пучки з бажаними характеристиками.

Згідно з поширеним підходом структурно-параметричної оптимізації [2, 4, 5] для розв’язання задач оптимізації динаміки пучків пропонується застосовувати методи практичної стійкості [2, 5]. При цьому вихідна задача керування формалізується у задачу нелінійного програмування відносно вектора параметрів, що характеризують перехідний процес, функції керування та структуру об’єкта керування.

Одначе, на практиці, в силу різних фізичних та технологічних причин, значення параметрів завжди відрізняються від розрахункових (оптимальних), що призводить до змінювання характеристик та якості роботи системи. У зв’язку з цим набувають актуальності постановки задач з обмеженою та гарантованою чутливістю, розрахунку допусків на параметри [3, 4, 6, 7]. Виявляється, що усі ці різноманітні за природою задачі можна розглядати з єдиних позицій − позицій практичної стійкості параметричних систем та, розв’язуючи їх чисельно, проводити всебічний аналіз й оцінку досліджуваної системи [4, 6, 7].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. До поширених напрямків дослідження динамічних та траєкторних властивостей пучків заряджених частинок відносять методи структурно-параметричної оптимізації та практичної стійкості стосовно оптимального формування полів прискорювачів заряджених частинок за заданими критеріями [2, 4, 5]. Аналіз й оцінка стійкості параметричних систем [4, 6, 7] дозволяє проводити чисельний розрахунок оптимальних параметрів в залежності від змінювання траєкторій на реальних режимах. Такі постановки слугують важливою складовою комплексу задач проектування малочутливих (нечутливих) систем автоматичного керування [2, 4, 6. 7].

Мета дослідження — розробка чисельних методів розв'язання задач структурно-параметричної оптимізації руху заряджених частинок з урахуванням радіальних коливань та вимог щодо чутливості їх параметрів.

Матеріали та методи дослідження. У роботі застосовуються методи практичної стійкості, теорії чутливості, структурно-параметричної та недиференційованої траєкторної оптимізації.

Результати досліджень та їх обговорення. Нехай динаміка пучка частинок описується системою вигляду [1, 2]:

$$\frac{d\gamma}{d\xi} = \alpha(\xi)\cos\varphi,\ \frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}},$$

$$\frac{d^2 r}{d\xi^2} = \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1}\left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{d\alpha}{d\xi}r - \alpha(\xi)\frac{dr}{d\xi}\right)\cos\varphi,\ \xi \in [0, T]. \tag{1}$$

де γ, φ – поздовжні координати частинок, $r(\xi)$ – радіальна координата, $\alpha(\xi)$ – функція керування, що відповідає амплітуді напруги прискорювального поля.

Розглянемо випадок релейної структури функції керування з обмеженнями

$$\alpha(\xi) \in \Omega_\alpha = \{\alpha(\xi):\ 0 \le \alpha(\xi) \le c,\ \xi \in [0, T]\}, \tag{2}$$

що характеризується точками перемкнення $0 \le t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_N \le T$. Система диференціальних рівнянь (1) відносно нових змінних $\gamma(\xi)$, $\varphi(\xi)$, $r_1(\xi) = r(\xi)$, $r_2(\xi) = r'(\xi)$ набуватиме вигляду

$$\frac{d\gamma}{d\xi} = \alpha(\xi)\cos\varphi,\ \frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}},$$

$$\frac{dr_1}{d\xi} = r_2,\ \frac{dr_2}{d\xi} = -\frac{\gamma}{\gamma^2 - 1}\alpha(\xi)\, r_2(\xi)\cos\varphi,\ \xi \in [0, T] \tag{3}$$

зі стрибками в точках перемкнення

$$r_2(t_j) = r_2(t_j - 0) - \frac{(v_{j+1} - v_j)}{2}\cdot\frac{\gamma(t_j) r_1(t_j)\cos\varphi(t_j)}{\gamma^2(t_j) - 1},\ j = 1,2,\ldots,N. \tag{4}$$

Будемо вважати, що початкові умови вибрано з деякої заданої множини M_0. Розглянемо задачу фокусування частинок за енергією, просторовою координатою та її швидкістю в кінці прискорювача [1, 2] з урахуванням вимог щодо чутливості. Останнє означає, що точки перемкнення необхідно вибирати так, щоб мінімізувати функціонал

$$I(t_1, t_2, ..., t_N) = \max_{M_0} \left[(\gamma(T) - \gamma_T)^2 + r_1^2(T) + r_2^2(T)\right] \tag{5}$$

та виконати обмеження на функції чутливості, наприклад, вигляду

$$u(\xi, \bar{t}) \in \Gamma_\xi = \left\{u(\xi, \bar{t}) : \left|\sum_{i=1}^{n} l_s^{(i)^*}(\xi) u^{(i)}(\xi, \bar{t})\right| \leq 1, s = 1,2,..., \overline{N}\right\}. \tag{6}$$

Тут $u^{(i)}(\xi, \bar{t})$ − вектор чутливості по i - тій точці перемкнення з компонентами

$$u_1^{(i)}(\xi, \bar{t}) = \frac{\partial \gamma(\xi, \bar{t})}{\partial t_i},\ u_2^{(i)}(\xi, \bar{t}) = \frac{\partial \varphi(\xi, \bar{t})}{\partial t_i},\ u_3^{(i)}(\xi, \bar{t}) = \frac{\partial r_1(\xi, \bar{t})}{\partial t_i},\ u_4^{(i)}(\xi, \bar{t}) = \frac{\partial r_2(\xi, \bar{t})}{\partial t_i},$$

$$\bar{t}^* = (t_1, t_2, ..., t_N);$$

$l_s^{(i)}(\xi)$, $s = 1,2,..., \overline{N}$ − відомі вектори вимірності 4, що задають обмеження на вектор $u^{(i)}(\xi, \bar{t})$ ($i = 1,2,..., N$).

Для розв'язання задачі мінімізації функціонала (5) на траєкторіях системи (3) зі стрибками (4) скористаємося процедурою градієнтного спуску

$$\bar{t}^{(s+1)} = P\left\{\bar{t}^{(s)} - \rho_s G\left(\bar{t}^{(s)}\right)\right\},\ s = 0,1,2,..., \tag{7}$$

Тут $\bar{t}^{(s+1)^*} = \left(t_1^{(s+1)}, t_2^{(s+1)}, ..., t_N^{(s+1)}\right)$ − N - вимірний вектор точок перемкнення на $(s+1)$-ій ітерації; $P(.)$ − операція упорядкування точок перемкнення на проміжку $[t_0, T]$, що встановлює співвідношення $t_0 \leq t_1^{(s+1)} \leq t_2^{(s+1)} \leq ... \leq t_N^{(s+1)} \leq T$, $G\left(\bar{t}^{(s)}\right)$, ρ_s − відповідно напрям і крок спуску.

Сформульовану задачу відносять до класу задач недиференційованої траєкторної оптимізації [2 – 4], для яких максимальне значення функції цілі може бути не єдиним. Тому, для її чисельного розрахунку початкову множину M_0 необхідно попередньо дискретизувати та визначити множину

$$\overline{M}^{(s)} = \left\{\ i : \left(\gamma\left(T, \bar{t}^{(s)}, x_i(0)\right) - \gamma_T\right)^2 + r_1^2\left(T, \bar{t}^{(s)}, x_i(0)\right) + r_2^2\left(T, \bar{t}^{(s)}, x_i(0)\right) \geq\right.$$

$$\geq \max_{i=1,2,\ldots,M}\left(\gamma\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)-\gamma_T\right)^2+r_1^2\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)+r_2^2\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)-\varepsilon_s \quad \}.$$

Тут $x_i^*(0)=\left(\gamma_i(0),\varphi_i(0),r_{1i}(0),r_{2i}(0)\right)$; ε_s − наперед задане число; M − кількість точок дискретизації множини M_0.

Нехай множина $\overline{M}^{(s)}$ містить p_s точок, тобто $\overline{M}^{(s)}=\left(i_1,i_2,\ldots,i_{p_s}\right)$. Тоді наступним етапом буде відшукання p_s векторів $G^i\left(\bar{t}^{(s)}\right)$, $i\in\overline{M}^{(s)}$ з компонентами вигляду

$$G_j^i\left(\bar{t}^{(s)}\right)=2\left(\gamma\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)-\gamma_T\right)\frac{\partial\gamma\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)}{\partial t_j}+2r_1\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)\frac{\partial r_1\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)}{\partial t_j}+$$

$$+2r_2\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)\frac{\partial r_2\left(T,\bar{t}^{(s)},x_i(0)\right)}{\partial t_j},\ i\in\overline{M}^{(s)},\ j=1,2,\ldots,N. \tag{8}$$

Далі, за векторами $G^i\left(\bar{t}^{(s)}\right)$, $i\in\overline{M}^{(s)}$ будуємо опуклу оболонку $L\left(\bar{t}^{(s)}\right)$ та визначаємо вектор найшвидшого спуску у процедурі (7), як найменшу відстань від початку координат до $L\left(\bar{t}^{(s)}\right)$.

Для урахування вимог на функції чутливості (6) скористаємося алгоритмами практичної стійкості [1, 2]. З цією метою на кожній ітерації s будемо задавати множину початкових умов для функцій чутливості, наприклад, у вигляді

$$G_0^{(j)}=\left\{u^{(j)}\left(t_j\right):\ \sum_{j=1}^{N^{(s)}}u^{(j)*}\left(t_j\right)u^{(j)}\left(t_j\right)\leq c_j^2\right\}$$

та здійснювати перевірку на виконання нерівності

$$c_j^2\leq \min_{\xi\in\left[t_j,T\right]}\ \min_{s=1,2,\ldots N}\left[\sum_{j=1}^{N^{(s)}}l_s^{(j)^*}(\xi)\mathrm{X}\left(\xi,t_j\right)\mathrm{X}^*\left(\xi,t_j\right)l_s^{(j)}\right]^{-1}. \tag{9}$$

Тут $\mathrm{X}\left(\xi,t_j\right)$ –фундаментальна матриця розв’язків, нормована в точці t_j:

$$\frac{d\mathrm{X}\left(\xi,t_j\right)}{d\xi}=A(\xi)\mathrm{X}\left(\xi,t_j\right),\ \mathrm{X}\left(t_j,t_j\right)=\mathrm{E}.$$

Матриця $A(\xi)$ має вигляд

$$\begin{pmatrix} 0 & -\alpha(\xi)\sin\varphi & 0 & 0 \\ -\dfrac{2\pi}{\left(\gamma^2-1\right)^{3/2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \alpha(\xi)\dfrac{\gamma^2+1}{\left(\gamma^2-1\right)^2} r_2\cos\varphi & \dfrac{\gamma}{\gamma^2-1}\alpha(\xi) r_2\sin\varphi & 0 & \alpha(\xi)\dfrac{\gamma}{\gamma^2-1}\cos\varphi \end{pmatrix},$$

причому елементи матриці визначаються при заданих точках перемкнення, тобто на відомій траєкторії $\bar{x}^* = (\bar{\gamma},\bar{\varphi},\bar{r},\bar{r}')$.

Слід зазначити, що для чисельного моделювання з метою економії часу доцільно нерівність (9) подавати у вигляді

$$c_j^2 \le \min_{\xi\in[t_j,T]} \min_{s=1,2,\dots N}\left[\sum_{j=1}^{N^{(s)}} l_s^{(j)^*}(\xi) Q^{-1}(\xi) l_s^{(j)}\right]^{-1}$$

та обчислювати матрицю $Q^{-1}(\xi) = \mathrm{X}(\xi,t_j)\,\mathrm{X}^*(\xi,t_j)$ згідно з матричною системою диференціальних рівнянь

$$\frac{dQ^{-1}(\xi)}{d\xi} = A(\xi)Q^{-1}(\xi) + Q^{-1}(\xi)\,A^*(\xi),\ Q^{-1}(t_j) = \mathrm{E},\ \xi\in[t_j,T].$$

Для визначення j-тої компоненти вектору $G^i\left(\bar{t}^{(s)}\right)$ у точці T, $i\in\overline{M}^{(s)}$ згідно з формулою (8) необхідно інтегрувати систему (3) з дискретизованою початковою множиною M_0 та розв'язувати задачу Коші відносно функцій чутливості [1, 2]:

$$\frac{du_1^{(j)}(\xi)}{d\xi} = -\alpha(\xi)\sin\bar{\varphi}(\xi)\,u_2^{(j)}(\xi),\ \frac{du_2^{(j)}(\xi)}{d\xi} = -\frac{2\pi}{\left(\bar{\gamma}^2(\xi)-1\right)^{3/2}}\,u_1^{(j)}(\xi),\ \frac{du_3^{(j)}(\xi)}{d\xi} = u_4^{(j)}(\xi),$$

$$\frac{du_4^{(j)}(\xi)}{d\xi} = \alpha(\xi)\,\frac{\bar{\gamma}^2(\xi)+1}{\left(\bar{\gamma}^2(\xi)-1\right)^2}\,\bar{r}_2(\xi)\cos\bar{\varphi}(\xi)\,u_1^{(j)}(\xi) + \frac{\bar{\gamma}(\xi)}{\bar{\gamma}^2(\xi)-1}\,\alpha(\xi)\,\bar{r}_2(\xi)\sin\bar{\varphi}(\xi)\,u_2^{(j)}(\xi) -$$

$$-\alpha(\xi)\,\frac{\bar{\gamma}(\xi)}{\bar{\gamma}^2(\xi)-1}\cos\bar{\varphi}(\xi)\,u_4^{(j)}(\xi)$$

з початковими умовами

$$u_1^{(j)}(t_j) = (v_j - v_{j+1})\cos\bar{\varphi}(t_j),\ u_2^{(j)}(t_j) = 0,\ u_3^{(j)}(t_j) = \frac{d\bar{r}(t_j-0)}{d\xi} - \frac{d\bar{r}(t_j)}{d\xi},$$

$$u_4^{(j)}(t_j) = \frac{\bar{\gamma}(t_j)}{\bar{\gamma}^2(t_j)-1}\,v_{j+1}\,\frac{d\bar{r}(t_j)}{d\xi}\cos\bar{\varphi}(t_j) + v_j\cdot\frac{(v_{j+1}-v_j)}{2}\cdot\frac{\bar{\gamma}^2(t_j)+1}{\left(\bar{\gamma}^2(t_j)-1\right)^2}\cdot\cos^2\bar{\varphi}(t_j)\,\frac{d\bar{r}(t_j-0)}{d\xi}.$$

У точках перемкнення t_k, $k > j$ четверта координата вектору чутливості $u^{(j)}(t_j)$ має стрибки (за першими трьома координатами ці вектори є неперервними):

$$u_4^{(j)}(t_k) = u_4^{(j)}(t_k - 0) + \frac{(v_{k+1} - v_k)}{2} \cdot \frac{\bar{\gamma}^2(t_k) + 1}{\left(\bar{\gamma}^2(t_k) - 1\right)^2} \cdot \bar{r}_1(t_k) \cos \bar{\varphi}(t_k)\, u_1^{(j)}(t_k) +$$

$$+ \frac{(v_{k+1} - v_k)}{2} \cdot \frac{\bar{\gamma}(t_k)}{\bar{\gamma}^2(t_k) - 1}\, \bar{r}_1(t_k) \sin \bar{\varphi}(t_k)\, u_2^{(j)}(t_k) - \frac{(v_k - v_{k+1})}{2} \cdot \frac{\bar{\gamma}(t_k)}{\bar{\gamma}^2(t_k) - 1} \cos \bar{\varphi}(t_k)\, u_3^{(j)}(t_k).$$

Для вирішення проблеми вимірності та зменшення часу обчислень, функції чутливості в точці T доцільно обчислювати згідно з формулою

$$u^{(j)}(T, \bar{t}) = Z^{-1}(T - t_j, 0)\, u^{(j)}(t_j), \; j = 1,2,\dots, N,$$

де фундаментальна матриця $Z^{-1}(\tau, 0)$ при $\tau = T - \xi$ визначається згідно з матричним диференціальним рівнянням

$$\frac{dZ^{-1}(T - \xi, T)}{d\xi} = -Z^{-1}(T - \xi, T)\, A(\xi), \; Z^{-1}(T, T) = E, \; \xi \in [T, 0].$$

Запропонований підхід можна поширити і на випадок еліпсоїдальної форми початкових умов та нелінійних обмежень на функції чутливості, провівши попередньо їх лінеаризацію дотичними гіперплощинами [2, 4].

Висновки і перспективи подальших досліджень. Розглянуто постановки задач недиференційованої траєкторної оптимізації для рівнянь руху заряджених частинок з урахуванням радіальних коливань при наявності обмежень на функції чутливості. Запропоновано алгоритми розв’язання цього класу задач за допомогою методів практичної стійкості параметричних систем у просторі функцій чутливості. При такому підході розрахунок оптимальних параметрів керування здійснюється з урахуванням можливих відхилень розрахункових траєкторій на реальних режимах функціонування системи, а визначення функцій чутливості в процесі оптимізації дає можливість реалізувати в подальшому інші постановки задач, зв’язані з проектуванням малочутливих прискорювально-фокусуючих систем (гарантованої чутливості, розрахунку допусків на параметри).

Список літератури

1. Мурин Б.П. Линейные ускорители ионов. – Т.1: Проблемы и теория / Б.П. Мурин, Б.И. Бондарев, А.П. Федотов и др. – М.: Атомиздат, 1978. – 260 с.
2. Бублик Б.Н. Структурно-параметрическая оптимизация и устойчивость динамики пучков / Б.Н. Бублик, Ф.Г. Гаращенко, Н.Ф. Кириченко. – К.: Наук. думка, 1985. – 304 с.
3. Розенвассер Е.Н. Чувствительность систем управления / Е.Н. Розенвассер, Р.М. Юсупов. – М.: Наука, 1981. – 464 с.
4. Гаращенко Ф.Г. Аналіз та оцінка параметричних систем / Ф.Г. Гаращенко, Л.А. Панталієнко. – К.:ІСДО, 1995. – 140 с.
5. Гаращенко Ф.Г. Прикладні задачі теорії стійкості / Ф.Г. Гаращенко, В.В. Пічкур. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2014. – 125 с.
6. Панталієнко Л.А. Недиференційовні задачі оптимізації чутливості динамічних систем / Л.А. Панталієнко // Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». – 2015. – Вип. 224. – С. 239−243.
7. Панталієнко Л.А. Дослідження задач обмеженої чутливості методами практичної стійкості / Л.А. Панталієнко // Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». – 2014. – Вип. 194. Част.2. – С. 243−248.

References

1. Muryn, B.P., Bondarev, B.Y., Fedotov, A.P. (1978). Lyneinye uskorytely yonov. – T.1: Problemy y teoryia [Linear ion accelerators. – T.1: Problems and theory]. Moscow: Atompubl, 260.
2. Bublyk, B.N., Harashchenko, F.H., Kyrychenko, N.F. (1985). Strukturno-parametrycheskaia optymyzatsyia y ustoichyvost dynamyky puchkov [Structural-parametric optimization and stability of beam dynamics]. Kyiv: Scientific thought, 304.
3. Rosenwasser, E.N., Yusupov, R.M. (1981). Chuvstvytelnost system upravlenyia [Sensitivity of control systems]. Moscow: Science, 464.
4. Harashchenko, F.H., Pantalienko, L.A. (1995). Analiz ta otsinka parametrychnykh system [Analysis and evaluation of parametric systems]. Kyiv: 140.
5. Harashchenko, F.H., Pichkur, V.V. (2014) Prykladni zadachi teorii stiikosti [Applied problems of stability theory]. Kyiv: Kyiv University,125.
6. Pantaliienko, L.A. (2015). Nedyferentsiiovni zadachi optymizatsii chutlyvosti dynamichnykh system [Undifferentiated problems of optimization the sensitivity of dynamical systems]. Scientific Journal NUBaN Ukraine. A series of «Technology and Energy AIC», 224, 239−243.
7. Pantaliienko, L.A. (2014). Doslidzhennya zadach obmezhenoyi chutlyvosti metodamy praktychnoyi stiykosti [Investigation of the problems of limited sensitivity by methods of practical stability]. Scientific Journal NUBaN Ukraine. A series of «Technology and Energy AIC», 194(2), 243−248.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОГО УСКОРИТЕЛЯ С УЧЕТОМ РАДИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ И ТРЕБОВАНИЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Л. А. Панталиенко

Аннотация. *Рассмотрены задачи оптимизации движения заряженных частиц с учетом радиальных колебаний и требований к чувствительности для случая релейной управления. При наличии ограничений на функцию управления исходную задачу минимаксной оптимизации сведено к задачам об оптимальном выборе точек переключения (точек, в которых функция управления меняет свое значение). Для ее численного решения предложено итеративную процедуру градиентного спуска. При этом область начальных условий по фазовым координатам частиц предварительно представлена в дискретном виде, а градиент функции цели по точкам переключения определен с помощью функций чувствительности, характеризующих величину скорости изменения возмущенного движения относительно расчетного значения вектора параметров. Для задачи фокусировки частиц по энергии, пространственной координате, ее скорости в конце ускорителя рассмотрены линейные ограничения на функции чувствительности. Для учета требований к чувствительности применены алгоритмы практической устойчивости параметрических систем в пространстве функций чувствительности. С этой целью на каждой итерации градиентного спуска множество начальных условий для функций чувствительности задано в структурном виде. Для решения проблемы размерности и уменьшения времени вычислений функций чувствительности применено замену независимой переменной в соответствующей задаче Коши. При таком подходе расчет оптимальных параметров управления осуществлен с учетом возможных отклонений расчетных траекторий на реальных режимах функционирования исследуемой системы. Приведен анализ предложенной вычислительной схемы и направления дальнейших исследований по проектированию малочувствительных ускорительно-фокусирующих систем путем совместного решения задачи траекторной оптимизации и задачи минимизации максимальной чувствительности на всем промежутке функционирования движения заряженных частиц.*

Ключевые слова: ***параметры, структурно-параметрическая оптимизация, практическая устойчивость, релейное управление, точки переключения, градиент, функции чувствительности***

OPTIMIZATION OF LINEAR ACCELTRATOR PARAMETERS TAKEN INTO ACCOUNT OF RADIAL VIBRATIONS AND REQUIREMENTS OF SENSITIVITY

L. Pantalienko

Abstract. *The problems of optimization of the motion of charged particles with consideration of radial vibrations and sensitivity requirements for the case of relay control are considered. In the case of constraints on the control function, the initial minimization optimization problem is reduced to the problems of optimal choice of switching points*

(points at which the control function changes its value). For its numerical solution, an iterative gradient descent procedure is proposed. In this case, the region of the initial conditions in the phase coordinates of the particles is pre-presented in a discrete form, and the gradient of the function of the target at the switching points is determined by the sensitivity functions that characterize the rate of change of the perturbed motion relative to the calculated value of the parameter vector. For the problem of focusing particles by energy, spatial coordinate, and their velocity at the end of the accelerator, linear constraints on the sensitivity functions are considered. The algorithms of practical stability of parametric systems in the space of sensitivity functions were applied to account for the sensitivity requirements. To this end, at each iteration of the gradient descent, the set of initial conditions for the sensitivity functions is given in structural form. To solve the dimensionality problem and reduce the computation time of the sensitivity functions, we replaced the independent variable in the corresponding Cauchy problem. In this approach, the calculation of the optimal control parameters is made taking into account the possible deviations of the calculated trajectories on the real modes of operation of the studied system. An analysis of the proposed computational scheme and directions of further research on the design of low-sensitivity acceleration-focusing systems by jointly solving the problem of trajectory optimization and the problem of minimizing the maximum sensitivity over the entire range of motion of charged particles are presented.

Key words: ***parameters, structural-parametric optimization, practical stability, relay control, switching points, gradient, sensitivity functions***