

**ДОСЛІДЖЕННЯ АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
СИСТЕМИ «КРАН-ВАНТАЖ» ІЗ ЧАСТОТНО-КЕРОВАНИМ ПРИВОДОМ**

Ю. О. Ромасевич, доктор технічних наук, професор

В. С. Ловейкін, доктор технічних наук, професор

В. В. Крушельницький, кандидат технічних наук

В. В. Макарець, аспірант

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail: walera10100@gmail.com

Анотація. У роботі проведено експериментальні дослідження для оцінки адекватності математичної моделі динаміки руху системи „кран-вантаж”. Для проведення досліджень використано лабораторну установку (візок з вантажем на гнучкому підвісі), частотний перетворювач та енкодери для вимірювання положення візка та кута відхилення канату з вантажем від вертикалі.

Загалом проведено шість експериментів при варіюванні тривалості наростання та спадання частоти напруги живлення привода візка від 0,5 до 3 с. Наростання на спадання напруги відбувалось за лінійним законом.

Отримані у ході виконання експериментів дані були порівняні з тими, що відповідають математичній моделі руху системи „кран-вантаж”. У математичній моделі використано рівняння Клосса, а також враховано зміну частоти і напруги живлення привода із умови забезпечення перевантажувальної здатності привода. Оцінку розбіжності експериментальних даних із результатами чисельного інтегрування математичної моделі руху системи „кран-вантаж” проведено на основі коефіцієнта варіації та графічних залежностей. Отримані результати показали адекватність математичної моделі руху системи „кран-вантаж” у вигляді системи нелінійних диференціальних рівнянь.

Ключові слова: математична модель, динамічна система, частотно-керований привод

Актуальність. Одне із важливих завдань, яке стоїть перед проєктувальниками складних технічних систем (наприклад, вантажопідйомних або транспортуючих машин, робототехнічних систем, безпілотних літальних апаратів тощо), полягає в побудові їх адекватних математичних моделей. З допомогою останніх можна отримати раціональні (або оптимальні) конструкції систем, алгоритми їх

функціонування, а також забезпечити їх надійність, продуктивність, зручність їх застосування тощо.

Існує декілька підходів до математичного моделювання технічних систем. Класичний підхід полягає в отриманні на основі загальних фізичних принципів та законів рівнянь, які описують динаміку системи. Іншим підходом є використання різного роду апроксиматорів фактичних (експериментальних) даних про динаміку системи. До таких апроксиматорів належать, у першу чергу, штучні нейронні мережі.

У даному дослідженні зупинимось на класичному підході в частині його застосування для прогнозування динаміки руху системи „кран-вантаж”. Розглядувана задача має певну особливість: керування рухом системи відбувається за допомогою асинхронного частотно-керованого привода. Аналіз її розв’язку дасть змогу встановити чи доцільно застосовувати математичну модель у вигляді рівнянь руху системи для моделювання руху вантажопідйомних кранів із частотно-керованим приводом.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Застосування частотно-керованого привода для сучасних вантажопідйомних кранів є досить поширеним [1-4]. Для встановлення раціональних параметрів та режимів руху таких кранів виникає необхідність побудови відповідних математичних моделей. Зазначимо, що для простих випадків (керування за допомогою приводів постійного струму із лінійними механічними характеристиками [5], привод від асинхронних двигунів за умови, що інерційні характеристики всіх елементів механізму вдається звести до валу двигуна [6] тощо) динаміка руху може бути досліджена аналітичними методами. У випадку нелінійних рівнянь руху такий аналіз, як правило, неможливо провести. Тому було розроблено широкий клас методів ідентифікації нелінійних систем. Наприклад, у роботі [7] для таких задач запропоновано метод на основі ядер Вольтерри, який заснований на виділенні парціальної складової відгуків за допомогою n -кратного диференціювання вихідних сигналів системи за амплітудою вхідних імпульсів.

У роботі [8] для ідентифікації динамічних моделей використали нейронну мережу Вінера, яку навчають за допомогою методу зворотного поширення помилки.

У роботі [9] розроблений алгоритм ідентифікації динаміки руху системи на основі рекурентної нейронної мережі Елмана і розширеного фільтра Калмана. У роботі [10] для ідентифікації моделі робота-маніпулятора була синтезована багат шарова нейронна мережа.

Ці та інші роботи показують зацікавленість наукової спільноти у розвитку підходів до побудови математичних моделей динамічних систем.

Мета дослідження – встановлення адекватності математичної моделі системи „кран-вантаж” із частотно-керованим приводом. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання: 1) провести аналіз наукових робіт у напрямку ідентифікації динамічних систем; 2) провести експериментальні дослідження динаміки руху системи „кран-вантаж” при частотному керуванні її приводом; 3) дослідити адекватність математичної моделі системи „кран-вантаж” у вигляді системи диференціальних рівнянь.

Матеріали і методи дослідження. Для досягнення поставленої мети досліджень було проведено декілька серій експериментів на лабораторній установці, яка імітує динаміку руху системи „кран-вантаж”. Установка знаходиться у лабораторії динаміка машин Національного університету біоресурсів і природокористування України (рис. 1, а). Під час проведення експериментів візок рухався по балці двотаврового перерізу. До візка на канаті підвішено вантаж. Керування швидкістю руху системи відбувалось за допомогою частотного перетворювача Mitsubishi Electric FR-E (рис. 1, б).

Для запису характеристик руху динамічної системи використано кутовий (рис. 1, в) та лінійний оптичні енкодери Autonics (рис. 1, г). Кутовий енкодер вимірював кут відхилення канату із закріпленим вантажем від вертикалі, а лінійний – переміщення візка по балці.

У опційних налаштуваннях частотного перетворювача обрано лінійний характер наростання та спадання частоти напруги живлення привода візка:

$$\begin{aligned}
 & \frac{t}{t_n} f_{ном}, 0 \leq t \leq t_n; \\
 f = & f_{ном}, t_n \leq t \leq t_n + t_{уст}; \\
 & f_{ном} \frac{t - t_n - t_{уст} + t_c}{t_c}, t_n + t_{уст} \leq t \leq t_n + t_{уст} + t_c,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де t_n та t_c – тривалість відповідно наростання та спадання частоти напруги живлення привода механізму переміщення візка ($t_n=t_c$); t_c – тривалість руху візка при живленні його привода напругою номінальної частоти; $f_{ном}$ – номінальна частота напруги живлення привода візка ($f_{ном}=50$ Гц). Для різних експериментів величини t_n та t_c варіювались відповідно до плану проведення експериментів (табл. 1).

1. План проведення експериментів

Номер експерименту	Величини t_n та t_c , с
1	0,5
2	1
3	1,5
4	2
5	2,5
6	3

У результаті проведення експериментальних досліджень отримані дискретні значення положення візка і вантажу, а також їх швидкості. Крок дискретизації обрано рівним 0,1 с, що достатньо для фіксації характеристик руху динамічної системи „кран-вантаж”.



а



б



в



г

Рис. 1. Зовнішній вигляд обладнання для проведення експериментальних досліджень:

лабораторна установка (*а*); частотний перетворювач Mitsubishi Electric FR-E (*б*);
давач кута відхилення канату з вантажем від вертикалі (*в*); давач положення візка (*г*)

Надалі експериментальні дані були використані для оцінки адекватності математичної моделі динаміки руху системи „кран-вантаж”. Сама математична модель представляється у такому вигляді:

$$m_1 \ddot{x}_1 - m_2 \ddot{x}_2 = \frac{60\lambda \frac{P_{ном}}{\pi n_{ном}} \frac{u}{\eta r} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} s_{кр}\right)}{\frac{2\pi fr}{pu} \dot{x}_1 \frac{pu}{2\pi fr} + \frac{s_{кр}}{\frac{2\pi fr}{pu} \dot{x}_1 \frac{pu}{2\pi fr}} + 2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} s_{кр}\right)} Wsign(\dot{x}_1); \quad (2)$$

$$x_1 = x_2 + \frac{l}{g} \ddot{x}_2,$$

де m_1 та m_2 – зведені маси відповідно візка та вантажу; x_1 та x_2 – положення мас візка та вантажу; l – довжина гнучкого підвісу вантажу; g – прискорення вільного падіння; u – передаточне число привода механізму переміщення візка; η – ККД привода механізму переміщення візка; r – радіус колеса візка; p – кількість пар полюсів двигуна механізму переміщення візка; $P_{ном}$ та $n_{ном}$ – номінальні потужність та швидкість обертання двигуна механізму переміщення візка; λ – перевантажувальна здатність двигуна механізму переміщення візка; R_1 та R_2 – зведені опори обмоток статора та ротора відповідно; $s_{кр}$ – критичне ковзання двигуна. Точка над символом означає диференціювання за часом.

У наведеній системі (2), а саме у частині опису механічної характеристики двигуна, було враховано пропорційну залежність напруги живлення привода від поточної частоти, що дає змогу забезпечити перевантажувальну здатність привода на всьому діапазоні регулювання (тобто $\lambda = const$).

Чисельні значення параметрів, які були використані при інтегруванні системи диференціальних рівнянь (2), які відповідали параметрам лабораторної установки: $m_1=77$ кг; $m_2=13$ кг; $l=2,1$ м; $u=20$; $\eta=0,85$; $r=0,0425$ м; $p=2$; $P_{ном}=80$ Вт; $n_{ном}=1440$ об/хв; $\lambda=2$.

Чисельне інтегрування системи диференціальних рівнянь (2) дало змогу отримати положення та швидкість візка і вантажу. Надалі було розраховано

коефіцієнти варіації відхилень вказаних характеристик від тих, що отримані експериментальним шляхом. Для цього використано таку формулу:

$$V_e = \frac{\sqrt{I^{-1} \sum_i (e_i^{теор} - e_i^{експ})^2}}{I^{-1} \sum_i e_i^{теор}} 100, \quad (3)$$

де e – умовне позначення характеристики (положення/швидкість візка або вантажу); I – довжина масиву експериментальних даних (для різних експериментів вона різна, оскільки тривалості t_n та t_c також різні). Верхній індекс „теор” показує те, що дані отримані шляхом чисельного інтегрування рівнянь (2), а індекс „експ” відповідає даним, що отримані експериментально. Крім того, для якісної оцінки відхилення теоретичних та експериментальних даних необхідно аналізувати їхні графічні залежності.

Результати досліджень та їх обговорення. Відповідно до задач дослідження було проведено запис даних із енкoderів та імпорт отриманих даних у спеціалізоване програмне середовище для їх подальшого аналізу. Це дало змогу виконати розрахунок величин коефіцієнта варіації (3). Отримані дані для різних кінематичних характеристик руху системи „кран-вантаж” занесено до табл. 2.

2. Величини коефіцієнта варіації, розраховані для положень та швидкостей візка і вантажу, %

Номер експерименту	Характеристика			
	Положення візка	Положення вантажу	Швидкість візка	Швидкість вантажу
1	6,45	12,20	7,55	5,82
2	9,74	10,07	8,38	10,31
3	9,29	10,6	8,99	5,68
4	7,97	8,66	9,01	3,35
5	12,92	12,44	2,23	10,66
6	6,34	10,69	1,80	3,81

Величини коефіцієнта варіації (табл. 2) є незначними. У даних з табл. 2 не прослідковуються які-небудь тенденції. Отже, величини тривалостей наростання та спадання частоти напруги живлення привода візка не має впливу на адекватність

математичної моделі (2). Також представимо графічні залежності (рис. 2) характеристик руху динамічної системи.

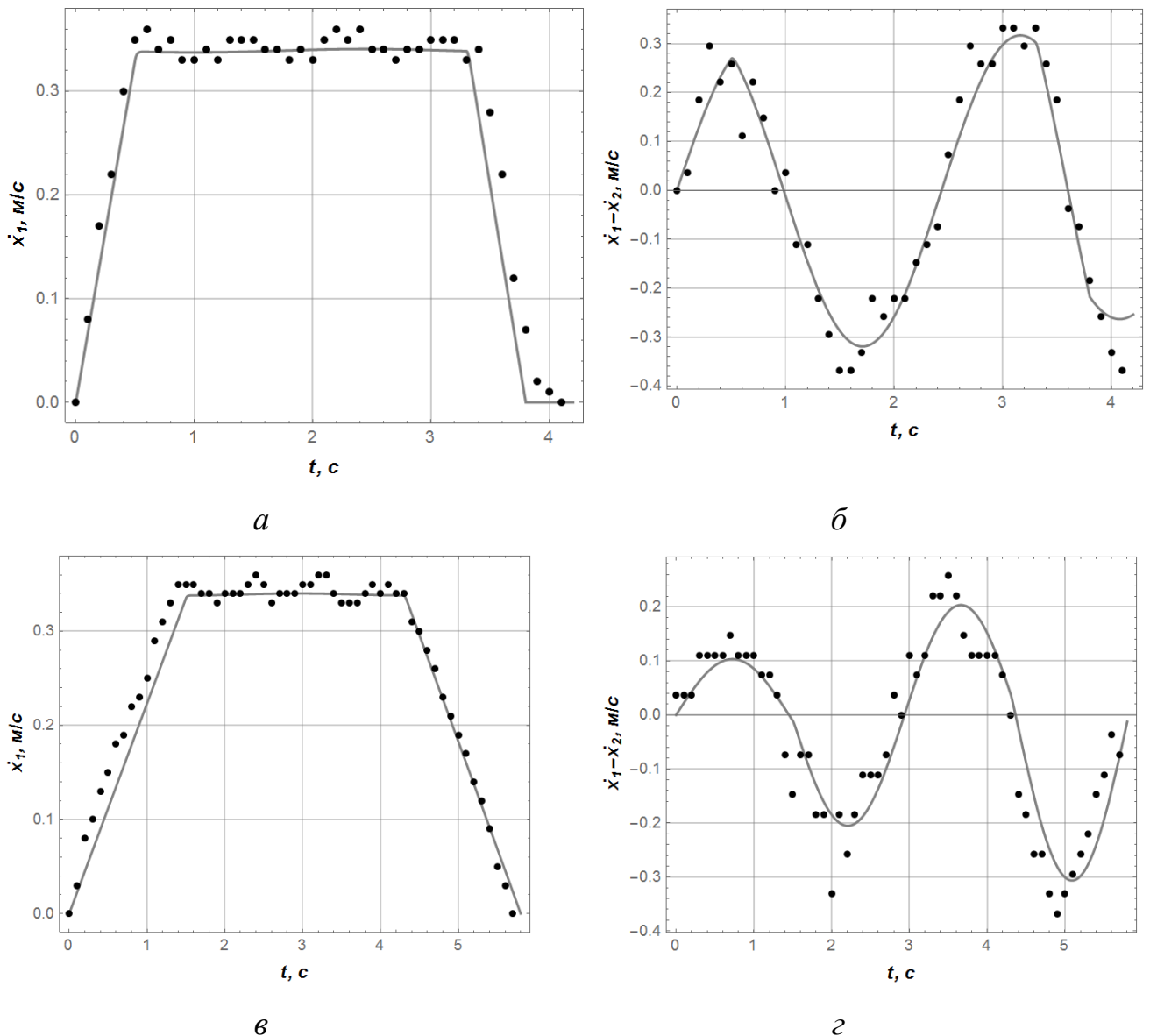


Рис. 2. Графічні залежності характеристик руху системи „візок-вантаж” при їх визначенні теоретичним (графік сірого кольору) та експериментальним (точки чорного кольору) шляхом:

швидкість візка (а) та різниця швидкостей візка і вантажу (б) для експерименту № 1; швидкість візка (в) та різниця швидкостей візка і вантажу (г) для експерименту № 3

Аналіз графіків (рис. 2) показує, що розбіжність між теоретичними розрахунками та експериментальними даними є незначною, і вона не носить якісний

характер (наприклад, частота маятникових коливань вантажу для обох випадків є однаковою).

Чисельні значення коефіцієнта варіації (табл. 2) та графіки, що наведено на рис. 2, дають підстави стверджувати, що математична модель (2) є адекватною. Це означає, що її можна у подальшому використовувати для розв'язання задач моделювання руху системи „кран-вантаж” із частотно-керованим приводом.

Висновки і перспективи. У результаті проведених експериментальних досліджень, а також аналізу отриманих даних встановлено, що математична модель динаміки руху системи „кран-вантаж” при керуванні рухом привода від частотного перетворювача є адекватною. Причому тривалість наростання та спадання частоти напруги живлення привода в діапазоні від 0,5 до 3 с не має впливу на адекватність моделі. Це підтверджують величини коефіцієнта варіації, який становить 2,23...12,92 %. Таким чином, математичну модель (2) можна використовувати для досліджень динаміки руху, а також для розв'язання задач керування рухом системою „кран-вантаж”.

Перспективи подальших досліджень у даній галузі полягають у використанні штучних нейронних мереж для синтезу математичних моделей динамічних систем. Це дасть змогу обійтися без рівнянь руху, подібних до рівнянь (2). У подальшому це дасть змогу встановити переваги та недоліки обох підходів для задач синтезу математичних моделей (зокрема, динамічних систем типу „кран-вантаж”).

Список використаних джерел

1. Техническая коллекция Schneider Electric. Выпуск № 12. Проектирование электроприводов крановых механизмов. URL: <https://profsector.com/media/catalogs/566dcd7cb36cc.pdf> (дата звернення 11.06.2021)
2. Григоров О. В., Стрижак В. В. Анализ пуско-тормозных процессов крановых механизмов с частотно-регулируемым приводом. Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету. 2012. Вип. 57. С. 249-256.
3. Мельник В., Неженцев О.Б. Параметри частотного управління при розгоні мостового крана. Інновації молоді в машинобудуванні. 2019. № 1. С. 316-319.
4. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О. Динаміка і оптимізація режимів руху мостових кранів: монографія. – К. : ЦП "Компринт", 2016. 315 с.
5. Казак С. А. Динамика мостовых кранов. М.: Машиностроение, 1968. 331 с.

6. Ловеїкін В. С., Ромасевич Ю. О. Аналіз та синтез режимів руху механізмів вантажопідійомних машин: монографія. К.: ЦП „КОМПРІНТ”. 2012. 298 с.

7. Павленко В.Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов. Математические методы и модели. 2010. Т. 32. №3. С. 3–18.

8. Peng J., Dubay R. Identification and adaptive neural network control of a DC motor system with dead-zone characteristics. ISA Transactions. 2011. P. 588-598. DOI: 10.1016/j.isatra.2011.06.005

9. Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Свитова А. М., Семенюк Е. Д., Соболев М. А. Идентификация динамики подвижного объекта с помощью нейронных сетей. Автометрия. 2018. Т.54. №6. С. 107-113.

10. Маршаков Д. В., Цветкова О. Л., Айдинян А. Р. Нейросетевая идентификация динамики манипулятора. Инженерный вестник Дона. 2011. 17 (3). С.379-384.

References

1. Tekhnicheskaya kolleksiya Schneider Electric. Vypusk № 12. Proyektirovaniye elektroprivodov kranovykh mekhanizmov [Technical collection Schneider Electric]. Issue № 12. Development of electrical drives of cranes mechanisms. Available at: <https://profsector.com/media/catalogs/566dcd7cb36cc.pdf> (date of access 11.06.2021).

2. Grogorov, O. V., Strizhak V.V. (2012). Analiz pusko-tormoznykh protsessov kranovykh mekhanizmov s chastotno-reguliruyemym privodom [Analysis of start-brake processes of crane mechanisms with frequency-controlled drive]. Bulletin of Kharkiv National Automobile and Road University, 57, 249-256.

3. Melnik V., Nezhentsev O. B. (2019). Parametry chastotnoho upravlinnia pry rozghoni mostovoho krana [Parameters of frequency control during bridge crane acceleration]. Innovations of youth in mechanical engineering, 1, 316-319.

4. Loveikin, V. S., Romasevych, Yu. O. (2016). Dynamika i optymizatsiia rezhymiv rukhu mostovykh kraniv: monohrafiia [Dynamics and optimization of bridge cranes motion. Monograph]. Kyiv: TsP „CONMRINT”, 315.

5. Kazak, S. A. (1968). Dinamika mostovykh kranov [Dynamics of bridge cranes] Moskow: Mashinostroenie, 331.

6. Loveikin, V. S., Romasevych, Yu. O. (2012). Analiz ta syntezy rezhymiv rukhu mekhanizmov vantazhopididomnykh mashyn: monohrafiia [Analysis and synthesis of regimes of motion of hoisting cranes mechanisms. Monograph].– Kyiv: TsP „CONMRINT”, 298.

7. Pavlenko, V. D. (2010). Identifikatsiya nelineynykh dinamicheskikh sistem v vide yader Vol'terry na osnove dannykh izmereniy impul'snykh otklikov [Identification of nonlinear dynamical systems in the form of Volterra nuclei on the basis of pulse response measurement data]. Mathematical methods and models, 32 (3), 3-18.

8. Peng, J., Dubay, R. (2011). Identification and adaptive neural network control of a DC motor system with dead-zone characteristics. ISA Transactions, 588-598. DOI: 10.1016/j.isatra.2011.06.005

9. Zolotukhin, Yu. N., Kotov, Yu. K., Svitova, A. M., Semenyuk, E. D., Sobolev, M. A. (2018). Identifikatsiya dinamiki podvizhnogo ob'yekta s pomoshch'yu neyronnykh

setey [Identification of the dynamics of a moving object using neural networks]. Autometry, 54 (6), 107-113.

10. Marshakov, D. V., Tsvetkova, O. L., Aidinyan, A. R. (2011). Neyrosetevaya identifikatsiya dinamiki manipulyatora [Neural network identification of manipulator dynamics]. Engineering Bulletin of the Don, 17 (3), 379-384.

ИССЛЕДОВАНИЕ АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ «КРАН-ГРУЗ» С ЧАСТОТНО-УПРАВЛЯЕМЫМ ПРИВОДОМ

Ю. А. Ромасевич, В. С. Ловейкин, В. В. Крушельницкий, В. В. Макарец

Аннотация. В работе проведены экспериментальные исследования для оценки адекватности модели динамики движения системы „кран-груз”. Для проведения исследований использована лабораторная установка (тележка с грузом на гибком подвесе), частотный преобразователь и энкодеры для измерения положения тележки и угла отклонения каната с грузом от вертикали. Всего проведено шесть экспериментов при варьировании длительности нарастания и убывания частоты напряжения питания привода тележки от 0,5 до 3 с. Нарастание и падение напряжения происходило по линейному закону.

Полученные в ходе выполнения экспериментов данные были сравнены с теми, которые соответствуют математической модели движения системы „кран-груз”. В математической модели использовано уравнение Клосса, а также учтено изменение частоты и напряжения питания привода из условия обеспечения перегрузочной способности привода. Оценка расхождения экспериментальных данных с результатами численного интегрирования математической модели движения системы „кран-груз” проведена на основе коэффициента вариации (количественный анализ) и графических зависимостей (качественный анализ). Полученные результаты показали адекватность математической модели движения системы „кран-груз” в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: математическая модель, динамическая система, частотно-управляемый привод

INVESTIGATION OF ADEQUACY OF MATHEMATICAL MODEL OF THE „CRANE-LOAD” SYSTEM WITH FREQUENCY-CONTROLLED DRIVE

Yu. Romasevych, V. Loveikin, V. Krushelnitsky, V. Makarets

Abstract. In this work, experimental studies were conducted to evaluate the adequacy of the model of the „crane-load” system movement. For research, a laboratory installation (trolley with a load on a flexible suspension), a frequency converter, and encoders were used to measure the position of the trolley and the angle of deviation of the rope with the load from the vertical. Six experiments were performed by varying the duration of the increase and decrease of the frequency of the supply voltage of the trolley drive from 0.5 to 3 s. The increase and decrease of frequency voltage occurred according to a linear law.

The data obtained during the experiments were compared with those that correspond to the mathematical model of the „crane-load” system. The mathematical model uses the

Kloss equation, and also takes into account the change of frequency of the supply voltage of the drive from the condition of ensuring the overload capacity of the drive. Estimation of deviation of experimental data with results of numerical integration of mathematical model of the movement of the „crane-load” system was carried out based on the coefficient of variation (quantitative analysis) and graphic dependences (qualitative analysis). The obtained results showed the adequacy of the mathematical model of the motion of the „crane-load” system in the form of a system of nonlinear differential equations.

Key words: *mathematical model, dynamic system, frequency-controlled drive*