"Енергетика і автоматика", №2, 2021 р.

УДК 681.5.07 DOI 10.31548/energiya2021.02.107

РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ КОРЕКТУВАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ІНДУКЦІЙНИХ СИСТЕМАХ ПРИСКОРЕННЯ

Л. А. Панталієнко, ***кандидат фізико-математичних наук, доцент***

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail: nubip.ea@gmail.com

Анотація. *Розглянуто постановки ряду оптимізаційних задач для лінійної індукційної системи прискорення відносно параметрів коректування. Досліджено динаміку поперечного руху електронів у горизонтальній площині за наявності заданих значень енергії для кожного періоду резонатора: частинки в початковий момент часу дещо зміщені відносно осі прискорювача (зміщеннями торців соленоїдів і центрів прискорювальних зазорів відносно осі прискорювача нехтуємо). Встановлено зв'язок між початковими і кінцевими координатами та компонентами імпульсу. Враховано наявність паразитних електричних та магнітних полів, що виникають внаслідок зміщення частинок відносно осі прискорювача та змінюють поперечні компоненти імпульсів. Для математичного формулювання задач, з метою застосування алгоритмів практичної стійкості, здійснено перетворення вихідної різницевої моделі індукційної системи до лінійного вигляду. Шляхом введення до розгляду вектора параметрів, розкиду фазових координат, допусків на параметри сформульовано задачу розрахунку допусків при заданих лінійних обмеженнях на розкид фазових координат для відповідної неоднорідної системи. Для випадку нелінійних динамічних обмежень на розкид вектора фазових координат опуклу замкнену множину запропоновано апроксимувати дотичними гіперплощинами. Чисельне оцінювання області допусків на параметри коректувальних елементів зведено до задач практичної стійкості дискретних параметричних систем. При цьому область початкових умов на вектор станів, допусків на параметри задано структурно у формі еліпсоїда, що надає можливість чисельно розв'язувати вихідну задачу як екстремальну. З позицій практичної стійкості у відповідному просторі функцій розглянуто задачу оцінки області допусків на параметри коректувальних елементів за наявності заданих обмежень на розкид критерію якості. Акцентовано увагу на важливому класі задач чисельного моделювання лінійної індукційної системи прискорення − задачах практичної стійкості. Здійснено чисельне оцінювання області початкових зміщень поперечних координат лінійної індукційної системи прискорення в заданих структурах за наявності лінійних обмежень на вектор фазових координат у динаміці.*

Ключові слова: ***моделювання, індукційна система прискорення, соленоїд, параметри, елементи коректування, оптимізація, стійкість***

Актуальність. До ключових моментів аналізу динамічної моделі на етапі проектування відносять вирішення питання її працездатності на реальних режимах [1, 2]. Останнє зв'язане з неминучим впливом різного роду факторів зовнішнього середовища, умов експлуатації, що викликають відхилення значень
параметрів реального об'єкта від розрахункових значень. Навіть незначні розкиди визначальних параметрів можуть призвести до значних відхилень векторів фазових координат від розрахункових, а значить фактично за такою ситуацією порушується працездатність реальної системи. У зв'язку з цим виникає необхідність ще на етапі проектування динамічної моделі враховувати вимоги щодо чутливості її визначальних параметрів та визначати оптимальні режими у фізично реалізованих структурах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. При дослідженні індукційної системи прискорення [3] виникає низка нагальних оптимізаційних задач відносно параметрів коректування, що слугують важливою складовою комплексу задач конструювання оптимальних систем формування заряджених частинок [1, 2, 4]. До ефективних методів розв'язання задач оптимального проектування малочутливих (нечутливих) систем, розрахунку гарантованої чутливості, допусків на параметри відносять методи практичної стійкості та структурно-параметричної оптимізації стосовно оптимального формування полів прискорювачів заряджених частинок [4–6]. Останнє дозволяє проводити всебічний аналіз досліджуваної параметричної моделі та здійснювати чисельне оцінювання відповідних областей (стійкості, допусків на параметри) за заданими критеріями.

Мета дослідження – розробка чисельних методів розв'язання оптимізаційних задач для лінійної індукційної системи прискорення з урахуванням вимог до чутливості.

Матеріали та методика дослідження. У роботі застосовуються методи практичної стійкості, теорії чутливості, структурно-параметричної та недиференційованої траєкторної оптимізації.

Результати досліджень та їх обговорення. Розглянемо модель лінійної індукційної системи прискорення [1, 3].

Нехай частинки рухаються в однорідному стаціонарному магнітному полі. Вісь Oz співпадає з напрямом поширення пучка. Моделюється поперечний рух електронів у площині xOy за наявності заданих значень енергії γ_n $(n = 1,2,...,M)$ для кожного періоду резонатора. Припускається, що частинки в початковий момент часу дещо зміщені відносно осі прискорювача (зміщенням торців соленоїдів і центрів прискорювальних зазорів відносно осі Oz нехтуємо).

Соленоїд є системою фокусування в однорідному магнітному полі [3]. Частинки, що рухаються в центральній області соленоїда паралельно до поля, не зазнають його дії. За наявності поперечної компоненти швидкості виникає сила, під дією якої електрони описують у просторі станів спіральну траєкторію (якщо дивитись з торця соленоїда, то ця траєкторія проектується у коло). На кінцях соленоїда силові лінії утворюють розбіжний пучок, внаслідок чого виникає азимутальне прискорення.

Зв'язок між початковими і кінцевими координатами та компонентами імпульсу встановлюється за допомогою лінійної системи рівнянь вигляду:

$$\begin{pmatrix} x_{n+1}^{(i)} \\ p_{x_{n+1}}^{(i)} \\ y_{n+1}^{(i)} \\ p_{y_{n+1}}^{(i)} \end{pmatrix} = M_c^{(n)} \begin{pmatrix} x_n^{(i)} \\ p_{x_n}^{(i)} \\ y_n^{(i)} \\ p_{y_n}^{(i)} \end{pmatrix}, \; i = 1,2,...,N, \; n = 1,2,...,M. \qquad (1)$$

Тут $p_{x_n}^{(i)}$, $p_{y_n}^{(i)}$ – поперечні компоненти зведеного імпульсу i-тої частинки при проходженні n -го періоду, причому $p_{x_n}^{(i)} = \frac{\dot{x}_n^{(i)}\gamma_n}{c}$, $p_{y_n}^{(i)} = \frac{\dot{y}_n^{(i)}\gamma_n}{c}$ $(n = 1,2,...,M, i = 1,2,...,N)$, $\dot{x}_n^{(i)}$, $\dot{y}_n^{(i)}$ – поперечні проекції вектора швидкості, c – швидкість світла. Матриця переходу $M_c^{(n)}$ має вигляд [3]:

$$M_c^{(n)} = \begin{pmatrix} \frac{3-\cos\theta}{2} & \frac{l\sin\theta}{\theta\sqrt{\gamma_n^2-1}} & -\frac{\sin\theta}{2} & l(1-\cos\theta) \\ \frac{3\theta\sqrt{\gamma_n^2-1}\sin\theta}{4l} & -\frac{1-3\cos\theta}{2} & \frac{3\theta(1-\cos\theta)\sqrt{\gamma_n^2-1}}{4l} & \frac{3\sin\theta}{2} \\ \frac{\sin\theta}{2} & \frac{l(\cos\theta-1)}{\theta\sqrt{\gamma_n^2-1}} & \frac{3-\cos\theta}{2} & \frac{l\sin\theta}{\theta\sqrt{\gamma_n^2-1}} \\ \frac{3\theta\sqrt{\gamma_n^2-1}(\cos\theta-1)}{4l} & -\frac{3\sin\theta}{2} & \frac{3\theta\sqrt{\gamma_n^2-1}\sin\theta}{4l} & \frac{3\cos\theta-1}{2} \end{pmatrix},$$

де θ − кут повороту за круговою орбітою радіуса r на виході центральної однорідної області соленоїда, що обчислюється за формулою:

$$\theta = \frac{V_T l}{V_z r}, \tag{2}$$

де l − довжина соленоїда; V_T, V_z − поперечна та поздовжня компоненти швидкості частинки; $r = \frac{mV_T}{H \cdot \bar{e}}$, де $\bar{e}$ − заряд частинки, $m = m_0\gamma_n$ − її маса (m_0 − маса спокою), H − напруга магнітного поля.

Визначаючи величину V_z за формулою $V_z = \beta c = \frac{c\sqrt{\gamma_n^2 - 1}}{\gamma_n}$ після підстановки у співвідношення (2) разом з *m*, *r* остаточно отримаємо, що

$$\theta = \frac{lH \cdot \bar{e}}{\sqrt{\gamma_n^2 - 1} \cdot m_0 \cdot c} \tag{3}$$

Під час руху у прискорювальному зазорі внаслідок зміщення частинок відносно осі прискорювача виникають паразитні електричні та магнітні поля, що змінюють поперечні компоненти імпульсів за таким законом:

$$p_{x_n}^{(i)} = p_{x_n}^{(i)} + H_{x_n}^{(i)},$$

$$p_{y_n}^{(i)} = p_{y_n}^{(i)} + H_{y_n}^{(i)},\ i = 1,2,\dots,N,\ n = 1,2,\dots,M. \tag{4}$$

Тут $H_{x_n}^{(i)}$, $H_{y_n}^{(i)}$ − поперечні компоненти напруги магнітного поля, що діють на i-ту частинку при проходженні *n*-го прискорювального зазору. Величини $H_{x_n}^{(i)}$, $i = 1,2,\dots,N$ для фіксованого *n* обчислюються за рекурентними співвідношеннями вигляду

$$E_{x_n}^{(1)} = H_{x_n}^{(1)} = 0,$$

$$E_{x_n}^{(i)} = e^{-\alpha\Delta t}\left[\cos(w\Delta t)E_{x_n}^{(i)} - \sin(w\Delta t)H_{x_n}^{(i)}\right] + const \cdot I_n^{(i)} \cdot x_n^{(i)},$$

$$H_{x_n}^{(i+1)} = e^{-\alpha\Delta t}\left[\cos(w\Delta t)H_{x_n}^{(i)} + \sin(w\Delta t)E_{x_n}^{(i)}\right]. \tag{5}$$

Тут $E_{x_n}^{(i)}$, $i = 1,2,\dots,N$, $n = 1,2,\dots,M$ − проекції напруги електричного поля на вісь x; $\alpha\Delta t = \frac{w\tilde{l}}{2cQ}$; $const = \left(\frac{w}{c}\right)^2 \cdot \frac{z1 \cdot \tilde{l}}{w_0 Q}$, де *Q* − добротність, *w* − частота поперечної паразитної моди, що збурюється пучком частинок у прискорювальному зазорі; $\tilde{l} = c\Delta t$ −

«відстань» між частинками, c − швидкість світла, $w_0 = \frac{m_0 c^2}{\bar{e}}$ − зведена енергія спокою, m_0 − маса спокою електрона, $\bar{e}$ − його заряд, z_1− опір.

Величину сили струму $I_n(t)$ ($n = 1,2,...,M$) для кожного прискорювального зазору задають графічно. Надалі, за графічним завданням складають аналітичний вираз для обчислення величини сили струму за конкретною структурою лінійної індукційної системи прискорення. Так само обчислюють величини $H_{y_n}^{(i)}$, $i = 1,2,...,N$, $n = 1,2,...,M$.

Під час проходження частинок через коректувальні елементи відбувається зміна величини імпульсу за лінійним законом

$$p_{x_k}^{(i)} = p_{x_k}^{(i)} + \alpha_k ,$$

$$p_{y_k}^{(i)} = p_{y_k}^{(i)} + \beta_k ,\ i = 1,2,...,N ,\ k = 1,2,...,M_1 , \tag{6}$$

де α_k, β_k, $k = 1,2,...,M_1$ − невідомі параметри коректувальних елементів.

Для згаданої структури індукційної системи прискорення виникає низка нагальних оптимізаційних задач відносно параметрів коректування. Однією з таких постановок є така: за відомими початковими зміщеннями частинок відносно осі прискорювача визначити параметри α_k, β_k, $k = 1,2,...,M_1$ так, щоб досягався мінімальний радіус пучка частинок у кінці інтервалу функціонування системи:

$$\min_{\alpha_k, \beta_k} \max_i \left[x_M^{(i)^2}(\alpha_k, \beta_k) + y_M^{(i)^2}(\alpha_k, \beta_k) \right]. \tag{7}$$

Розв’язання задачі (7) можна здійснювати на підставі алгоритмів гарантованої чутливості для дискретних параметричних систем [2, 7, 8] та методів мінімаксної параметричної оптимізації [5]. Слід зазначити, що важливим моментом при розв’язанні оптимізаційної задачі є саме вибір початкового наближення параметрів коректувальних елементів. З цією метою визначають середні значення поперечних імпульсів для кожного періоду резонатора в процесі моделювання динаміки пучка.

Інша категорія задач, що розглядається з позицій практичної стійкості, − це задачі розрахунку допусків параметрів коректувальних елементів.

Для математичного формулювання задач, з метою застосування розроблених алгоритмів [7, 8], подамо модель індукційної системи в термінах вектора

$z_n^* = \left(x_n^{(1)}, p_{x_n}^{(1)}, y_n^{(1)}, p_{y_n}^{(1)}, ..., x_n^{(N)}, p_{x_n}^{(N)}, y_n^{(N)}, p_{y_n}^{(N)}\right)$ вимірності $4N$ ($n = 1,2,...,M$). За таким перетворенням рівняння, що описують рух частинок в прискорювальному зазорі (ПЗ), будуть вже лінійного вигляду:

$$z_{n+1} = A_{ПЗ}\, z_n,\ n = 1,2,...,M-1. \tag{8}$$

Тут $A_{ПЗ}$ – нижня трикутна матриця, елементи якої складені із коефіцієнтів доданків при $x_n^{(i)}$, $y_n^{(i)}$ у виразах для $H_{x_n}^{(i)}$, $H_{y_n}^{(i)}$ ($i = 1,2,...,N$, $n = 1,2,...,M$), а на головній діагоналі стоять одиниці. При цьому коефіцієнти матриці є сталими величинами для даної кількості частинок та не залежать від номера періоду резонатора.

Динаміка частинок при проходженні соленоїда описується рівняннями

$$z_{n+1} = S_n\, z_n,\ n = 1,2,...,M-1, \tag{9}$$

де матриця S_n має блочну структуру з блоками $M_c^{(n)}$ на головній діагоналі (решта елементів нулі).

Якщо тепер ввести до розгляду вектори $f_{(k)}^* = \left(0, \alpha_k, 0, \beta_k, ..., 0, \alpha_k, 0, \beta_k\right)$, $k = 1,2,...,M_1$, то рух пучка частинок у k-тому коректувальному елементі можна подати у вигляді

$$z_{n+1} = z_n + f_{(k)},\ n = 1,2,...,M-1. \tag{10}$$

Для формулювання задачі розрахунку допусків введемо вектори розкиду фазових координат $\tilde{z}_n = z_n - \bar{z}_n$, $n = 1,2,...,M$ та допусків на параметри $\tilde{f}_{(k)} = f_{(k)} - \bar{f}_{(k)}$, $k = 1,2,...,M_1$, де $\bar{z}_n$, $\bar{f}_{(k)}$ – розрахункові значення відповідних векторів ($n = 1,2,...,M$, $k = 1,2,...,M_1$). Необхідно при заданих обмеженнях на розкид вектора фазових координат вигляду

$$\tilde{G}_n = \left\{\tilde{z}_n :\ \left|l_{sn}^* \tilde{z}_n\right| \le 1,\ s = 1,2,..., N\right\},\ n = 1,2,...,M \tag{10}$$

визначити оцінку області допусків на параметри коректувальних елементів. При цьому початкові зміщення поперечних координат відносно осі прискорювача – відомі сталі величини.

Для чисельного розв’язання сформульованої задачі множину допусків на параметри коректування задають у структурованому вигляді:

$$G^{(\tilde{f})} = \left\{\tilde{f}_{(1)}, \tilde{f}_{(2)}, ..., \tilde{f}_{(M_1)} :\ \sum_{k=1}^{M_1} \tilde{f}_{(k)}^* B_k\, f_{(k)} \le c^2\right\},\ n = 1,2,...,M\ , \tag{11}$$

де B_k, $k = 1,2,...,M_1$ − відомі симетричні матриці вимірності $4N \times 4N$. Далі знаходять максимум лінійної форми (10) на еліпсоїді (11) з використанням алгоритмів практичної стійкості [7, 8].

Якщо ж обмеження на розкид вектора фазових координат задано за допомогою опуклої замкненої множини

$$\tilde{G}_n = \left\{\tilde{z}_n :\ \psi_{sn}(\tilde{z}_n) \le 1,\ s = 1,2,...,\overline{N}\right\},\ n = 1,2,...,M,$$

то її попередньо апроксимують дотичними гіперплощинами.

З позицій практичної стійкості у відповідному просторі функцій можна оцінювати також області допусків на параметри коректувальних елементів при заданих обмеженнях на розкид критерію якості вигляду:

$$\left|\Phi(z_M) - \Phi(\bar{z}_M)\right| < \varepsilon .$$

До важливого класу задач чисельного моделювання лінійної індукційної системи прискорення відносять безпосередньо самі задачі практичної стійкості. Тут необхідно при заданих значеннях величин параметрів коректування визначити оцінку області початкових зміщень поперечних координат z_1 так, щоб виконувались динамічні обмеження на вектор фазових координат, наприклад, вигляду

$$G_n = \left\{z_n :\ \left|l_{sn}^* z_n\right| \le 1,\ s = 1,2,...,\overline{N}\right\},\ n = 1,2,...,M . \qquad (12)$$

Для чисельних розрахунків необхідно область початкових умов задати в структурованій формі $G_0 = \left\{z_1 :\ z_1^* B z_1 \le c^2\right\}$ та скористатися алгоритмами практичної стійкості для лінійних дискретних систем [7, 8]. У результаті дістанемо таку оцінку початкової області G_0:

$$c^2 \le \min_{s=1,2,...,\overline{N}}\ \min_{n=1,2,...,M} \left[1 - \left|l_{sn}^* A_{ПЗ} S_{n-1} A_{ПЗ} S_{n-2} ... A_{ПЗ} S_1 f_{(1)} + ... + l_{sn}^* A_{ПЗ} S_{n-1} A_{ПЗ} S_{n-2} ... A_{ПЗ} S_1 f_{(M_1)}\right|\right]^2 \times$$

$$\times \left[l_{sn}^* A_{ПЗ} S_{n-1} A_{ПЗ} S_{n-2} ... A_{ПЗ} S_1 B^{-1} (A_{ПЗ} S_{n-1} A_{ПЗ} S_{n-2} ... A_{ПЗ} S_1)^* l_{sn}\right]^{-1} .$$

Аналогічні оцінки можна одержати для випадку, коли обмеження на вектор фазових координат задано у вигляді опуклої замкненої множини [7].

Висновки і перспективи. Досліджено параметричну модель лінійної індукційної системи прискорення. Розглянуто постановки задач оптимізації відносно параметрів коректувальних елементів з урахуванням вимог до чутливості.

Як загальний підхід запропоновано алгоритми чисельного розв'язання цього класу задач за допомогою методів практичної стійкості дискретних систем. Наведено оцінку області початкових умов за наявності динамічних обмежень на вектор фазових координат.

Список використаних джерел

1. Бублик Б. Н., Гаращенко Ф. Г., Кириченко Н. Ф. Структурно-параметрическая оптимизация и устойчивость динамики пучков. К.: Наук. думка, 1985. 304 с.

2. Гаращенко Ф. Г., Панталієнко Л. А. Аналіз та оцінка параметричних систем. К.: ІСДО, 1995. 140 с.

3. Бенфорд А. Транспортировка пучков заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1969. 240 с.

4. Башняков О. М., Гаращенко Ф. Г., Пічкур В. В. Практична стійкість, оцінки та оптимізація: Монографія. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. 384 с.

5. Панталієнко Л. А. Недиференційовні задачі оптимізації чутливості динамічних систем. Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». 2015. Вип. 224. С. 239−243.

6. Панталієнко Л. А. Дослідження задач обмеженої чутливості методами практичної стійкості. Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». 2014. Вип. 194. Ч.2. С. 243−248.

7. Панталієнко Л. А. Алгоритми побудови областей стійкості для лінійних різницевих систем, залежних від параметрів. Електрифікація та автоматизація сільського господарства. 2006. №3-4. С.61−65.

8. Панталієнко Л. А. Оптимальні оцінки в задачах практичної стійкості для лінійних дискретних параметричних систем зі збуреннями. Електрифікація та автоматизація сільського господарства. 2008. №1(22). С.45−50.

References

1. Bublyk, B. N., Harashchenko, F. H., Kyrychenko, N. F. (1985). Strukturno-parametrycheskaia optymyzatsyia y ustoichyvost dynamyky puchkov [Structural-parametric optimization and stability of beam dynamics]. Kyiv: Scientific thought, 304.

2. Harashchenko, F. H., Pantalienko, L. A. (1995). Analiz ta otsinka parametrychnykh system: Navch. posibnyk [Analysis and evaluation of parametric systems: Teach. Manual]. Kyiv: ISSE, 140.

3. Benford, A. (1969). Transportyrovka puchkov zaryazhennыkh chastyts [Transportation of charged particle beams]. Moscow: Atomizdat, 240.

4. Bashnyakov, O. M., Harashchenko, F. H., Pichkur, V. V. (2008). Praktychna stiykist', otsinky ta optymizatsiya: Monohrafiya [Practical stability, evaluation and optimization]: Monograph. Kyiv: Kyiv University Publishing and Printing Center, 384.

5. Pantaliienko, L. A. (2015). Nedyferentsiiovni zadachi optymizatsii chutlyvosti dynamichnykh system [Undifferentiated problems of optimization the sensitivity of

dynamical systems]. Scientific Journal NUBaN Ukraine. A series of «Technology and Energy AIC», 224, 239−243.

6. Pantaliienko, L. A. (2014). Doslidzhennya zadach obmezhenoyi chutlyvosti metodamy praktychnoyi stiykosti [Investigation of the problems of limited sensitivity by methods of practical stability]. Scientific Journal NUBaN Ukraine. A series of «Technology and Energy AIC», 194(2), 243−248.

7. Pantaliienko, L. A. (2006). Alhorytmy pobudovy oblastey stiykosti dlya liniynykh riznytsevykh system, zalezhnykh vid parametriv [Algorithms for constructing regions of stability for linear difference systems dependent on parameters]. Electrification and automation of agriculture, 3-4, 61−65.

8. Pantaliienko, L. A. (2008). Optymal'ni otsinky v zadachakh praktychnoyi stiykosti dlya liniynykh dyskretnykh parametrychnykh system zi zburennyamy [Optimal estimates in practical stability problems for linear discrete parametric systems with perturbations]. Electrification and automation of agriculture, 1(22), 45−50.

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ИНДУКЦИОННЫХ СИСТЕМАХ УСКОРЕНИЯ

Л. А. Панталиенко

Аннотация. *Рассмотрены постановки ряда оптимизационных задач для линейной индукционной системы ускорения относительно параметров корректировки. Исследована динамика поперечного движения электронов в горизонтальной плоскости при наличии заданных значений энергии для каждого периода резонатора: частицы в начальный момент времени несколько смещены относительно оси ускорителя (смещениями торцов соленоидов и центров ускоряющих зазоров относительно оси ускорителя пренебрегаем). Установлена связь между начальными и конечными координатами и компонентами импульса. Учтено наличие паразитных электрических и магнитных полей, возникающих в результате смещения частиц относительно оси ускорителя, которые изменяют поперечные компоненты импульсов. Для математической формулировки задач с целью применения алгоритмов практической устойчивости осуществлено преобразование исходной разностной модели индукционной системы к линейному виду. Путем введения к рассмотрению вектора параметров, разброса фазовых координат, допусков на параметры сформулирована задача расчета допусков при заданных линейных ограничениях на разброс фазовых координат для соответствующей неоднородной системы. Для случая нелинейных динамических ограничений на разброс вектора фазовых координат выпуклое замкнутое множество предложено аппроксимировать касательными гиперплоскостями. Численное оценивание области допусков на параметры корректирующих элементов сведено к задачам практической устойчивости дискретных параметрических систем. При этом область начальных условий на вектор состояний, допусков на параметры заданы структурно в форме эллипсоида, что позволяет численно решать исходную задачу как экстремальную. С позиций практической устойчивости в соответствующем пространстве функций рассмотрена задача* *оценки области допусков на параметры корректирующих элементов при наличии заданных ограничений на разброс критерия качества. Акцентировано внимание на важном классе задач численного моделирования линейной индукционной системы ускорения − задачах практической устойчивости. Осуществлено численное оценивание области начальных смещений поперечных координат линейной индукционной системы ускорения в заданных структурах при наличии линейных ограничений на вектор фазовых координат в динамике.*

Ключевые слова: ***моделирование, индукционная система ускорения, соленоид, параметры, элементы корректировки, оптимизация, устойчивость***

CALCULATION OF THE OPTIMAL PARAMETERS OF CORRECTIVE ELEMENTS IN INDUCTION ACCELERATION SYSTEMS

L. Pantalienko

Abstract. *The formulations of a number of optimization problems for a linear induction acceleration system with respect to the adjustment parameters are considered. The dynamics of the transverse motion of electrons in the horizontal plane is investigated in the presence of given energy values for each resonator period: the particles at the initial moment of time are somewhat displaced relative to the accelerator axis (we neglect the displacements of the ends of the solenoids and the centers of the accelerating gaps relative to the accelerator axis). A connection is established between the initial and final coordinates and the components of the momentum. The presence of parasitic electric and magnetic fields arising as a result of the displacement of particles relative to the axis of the accelerator, which change the transverse components of the pulses, is taken into account. For the mathematical formulation of problems, in order to apply algorithms of practical stability, the original difference model of the induction system was converted to a linear form. By introducing into consideration the vector of parameters, the scatter of phase coordinates, and tolerances on the parameters, the problem of calculating the tolerances for given linear constraints on the scatter of phase coordinates for the corresponding inhomogeneous system is formulated. For the case of nonlinear dynamic constraints on the spread of the vector of phase coordinates, it is proposed to approximate a convex closed set by tangent hyperplanes. Numerical estimation of the range of tolerances for the parameters of correcting elements is reduced to the problems of practical stability of discrete parametric systems. In this case, the region of the initial conditions on the state vector, the tolerances on the parameters, are given structurally in the form of an ellipsoid, which makes it possible to numerically solve the original problem as an extremal one. From the standpoint of practical stability in the corresponding space of functions, the problem of assessing the range of tolerances for the parameters of correcting elements in the presence of specified restrictions on the spread of the quality criterion is considered. Attention is focused on an important class of problems of numerical modelling of a linear induction acceleration system − problems of practical stability. Numerical estimation of the region of initial displacements of the transverse coordinates of the linear induction acceleration system in the given structures in the*

presence of linear constraints on the vector of phase coordinates in dynamics is carried out.

Key words: ***modeling, induction system of acceleration, solenoid, parameters, elements of correction, optimization, stability***