

UDC 514.18

## ERGONOMIC ASPECTS OF MATERIAL SEPARATION PROCESS MODELING ON STATIONARY SCREW SURFACES

*S. Pylypaka, Doctor of Technical Sciences, Professor*

*A. Nesvidomin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor*

*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*

*E-mail: [a.nesvidomin@gmail.com](mailto:a.nesvidomin@gmail.com)*

**Abstract.** *The motion of material particles on gravitational surfaces, ie the motion of particles on surfaces under the action of its own weight, is used in special devices for their separation by physical and mechanical properties. For this purpose stationary screw surfaces of a steady step are applied.*

*A number of papers have now considered the relationship between the kinematic parameters of motion, the coefficient of friction and the design parameters of the separator, when its surface is a deployable helicoid.*

*The purpose of the study is to investigate helical surfaces with different design parameters in order to improve their separation ability through mathematical and geometric modeling of the process without making surface models.*

*The problem of finding the trajectory of a material particle on the surface under the action of its own weight is preceded by the problem of finding the trajectory on an inclined plane. If a material particle with a certain initial velocity  $v_0$  and a certain angle of inclination to the horizon falls on an inclined plane, it will move along a certain curve (in the absence of friction and air resistance, the trajectory will be a parabola).*

*A system of equations is obtained, which describes the motion of a material point on the gravitational surface in the general case. If it is created for a specific surface, nonlinear and numerical methods must be used to integrate it. Modern software products allow not only to find the trajectory of the particle, but also to show it on the surface and even make an animation that essentially replaces high-speed shooting. This approach makes it possible to study the kinematic parameters of motion on different helical surfaces without full-scale samples of these surfaces, which significantly reduces the cost of finding the right surfaces.*

*The motion of particles along a helical conoid and a deployable helicoid is considered. Simulation of the motion of a material particle on helical surfaces and its study by modern means of numerical integration and visualization have shown that for different surfaces the nature of the motion of the particle will also be different. When moving on the surface of the helical conoid, the particle in the presence of friction first accelerates, and then stops at a considerable distance from its axis. To prevent this, you need to take a limited compartment of the conoid both in height and on its periphery. When a particle moves on the surface of a deployed helicoid, its velocity becomes constant over time, and the trajectory after that will be a helical line.*

**Key words:** *particle motion, helical surfaces, helical conoid, deployable helicoid, simulation*

**Introduction.** The motion of material particles on gravitational surfaces, ie the motion of particles on surfaces under the action of its own weight, is used in special devices for their separation by physical and mechanical properties. For this purpose stationary screw surfaces of a steady step are applied. In the mining industry for the enrichment of ores used screw separators with different shapes of axial cross-section (gutter) [1]. Separation of grain is carried out on linear helical surfaces, which are the compartments of the oblique helicoid. Seeds with different coefficients of friction move after stabilization of the process at constant speeds along helical lines at different distances from the helical axis. Despite the fact that such separators are passive working bodies and do not require energy costs to drive them, they also have disadvantages. This is a relatively low productivity and low separation ability (small difference in the trajectories of particles with different physical and mechanical properties) [2].

**Analysis of recent research and publications.** The calculation of the relationship between the kinematic parameters of motion, the coefficient of friction and the design parameters of the separator was carried out in [3, 4]. In [4] the calculations for the separator in the case when its surface is a deployable helicoid are considered and made. The transition process to stabilize the motion of a particle on such a surface is considered in detail in [5].

**The purpose of the article.** Investigate helical surfaces with different design parameters in order to improve their separation ability with the help of mathematical and geometric modeling of the process without making surface models.

**Materials and methods.** The problem of finding the trajectory of a material particle on the surface under the action of its own weight is preceded by the problem of finding the trajectory on an inclined plane. If a material particle with a certain initial velocity  $v_0$  and a certain angle of inclination to the horizon falls on an inclined plane, it will move along a certain curve (in the absence of friction and air resistance, the trajectory will be a parabola). The centrifugal force due to the curvature of the trajectory  $k$ , always acts along the main normal of the curve in the opposite direction and is determined from the

expression  $mv^2k$ , where  $m$  – is the mass of the particle,  $v$  – is its velocity. Since the trajectory on the plane is a flat curve, the vector of action of the centrifugal force is in the plane of the curve. The vector of this force is included in the basic equation of dynamics of a point  $m\bar{a} = \bar{F}$ , where  $m$  – is the mass of a point (particle),  $\bar{a}$  – the acceleration that gives it the equivalent of forces applied to a point  $\bar{F}$ . If we take the surface, the centrifugal force vector must be decomposed into two mutually perpendicular components: one component  $mv^2k \cdot \sin \varepsilon$  acts in the plane tangent to the surface perpendicular to the direction of motion, the other  $mv^2k \cdot \cos \varepsilon$  – along the normal to the surface, increasing or decreasing the pressure on surface, where  $\varepsilon$  – is the angle between the normal to the surface and the main normal of the trajectory. The expressions  $k \cos \varepsilon = k_n$  and  $k \sin \varepsilon = k_g$  in differential geometry are called respectively normal and geodetic curvature of the curve on the surface. Normal curvature is determined by the coefficients of the first and second quadratic shapes, and geodetic – by the coefficients of only the first quadratic shape of the surface. If we write down the main equation of the dynamics of a point  $m\bar{a} = \bar{F}$  in the projections on the orts of the accompanying Darboux triendrone, it will be reduced to a system of differential equations (detailed derivation of these equations is shown in [5]):

$$\begin{cases} v \frac{dv}{ds} = g \cos \psi - f(g \cos \omega + v^2 k_n); \\ v^2 k_g = g \cos \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

where  $f$  – is the coefficient of friction;

$s$  – is the length of the trajectory arc;

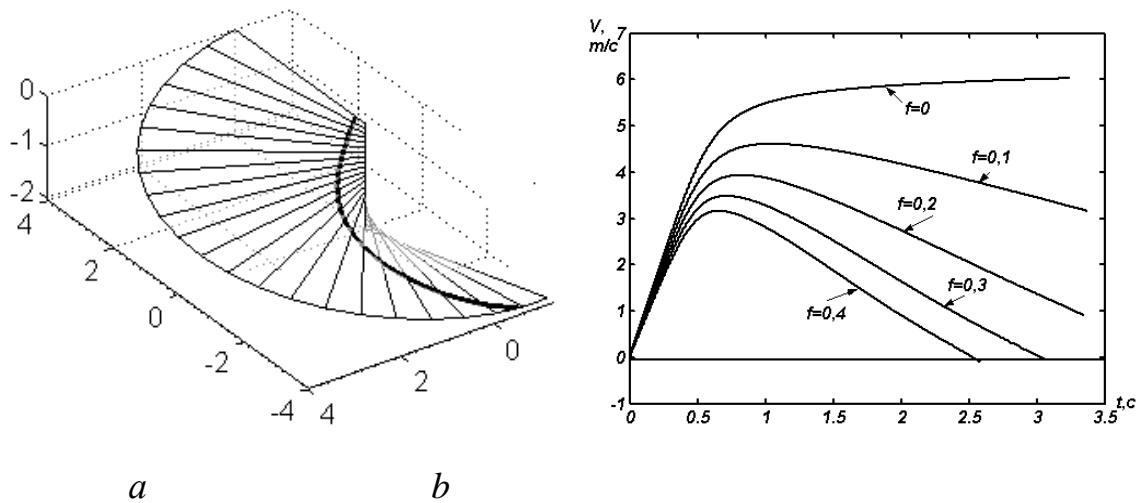
$g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – acceleration of free fall;

$\psi, \varphi, \omega$  – are the angles between the particle weight vector and each of the orts of triendrone.

System (1) does not include the mass of the particle  $m$ , because the equations were reduced to it (this is possible in the absence of other applied forces than the force of gravity  $mg$ , acting on the particle). System (1) describes the motion of a material point on a gravitational surface in the general case, where the angles  $\psi, \varphi, \omega$ , velocity  $v$ , geodesic  $k_g$  and normal  $k_n$  curvature of the trajectory are functions of its arc  $s$  or other parameter that defines the curve on the surface. If the surface is given by the parametric equations

$X=X(\alpha, u)$ ;  $Y=Y(\alpha, u)$ ;  $Z=Z(\alpha, u)$ , where  $\alpha$  and  $u$  – are independent variables, then to solve the system (1) means to find such a dependence between the variables  $\alpha$  and  $u$ , that at each point of the curve formed on the surface when the dependence is found, conditions of this system.

**Results and discussion.** If the system (1) is created for a specific surface, it will be nonlinear and numerical methods must be used to integrate it. Modern software products allow not only to find the trajectory of the particle, but also to show it on the surface and even make an animation that essentially replaces high-speed shooting. This approach makes it possible to study the kinematic parameters of motion on different helical surfaces without full-scale samples of these surfaces, which significantly reduces the cost of finding the right surfaces. Take for example some helical surfaces.



**Fig.1. Graphic illustrations of the motion of a material particle on the surface of a helical conoid (helical parameter  $b = 0.6$ ):**

$a$  – the trajectory of the particle from the beginning of motion to the moment of stopping;  
 $b$  – the dependence of the change in the velocity of particles with different coefficients of friction

For a helical conoid given by parametric equations:

$$X = u \cos \alpha; \quad Y = u \sin \alpha; \quad Z = b\alpha, \quad (2)$$

where  $b$  - screw parameter (constant value) system (1) takes the form [6]:

$$\begin{cases} v^2 \sin \beta \left( \text{th} w + \frac{d\beta}{d\alpha} \right) = b g \cos \beta; \\ \frac{v \sin \beta}{b} \frac{dv}{d\alpha} = g \sin \beta - f \left( v^2 \frac{\sin 2\beta}{b \text{ch} w} + g \text{sh} w \right), \end{cases} \quad \text{де } w = \int \text{ctg} \beta d\alpha. \quad (3)$$

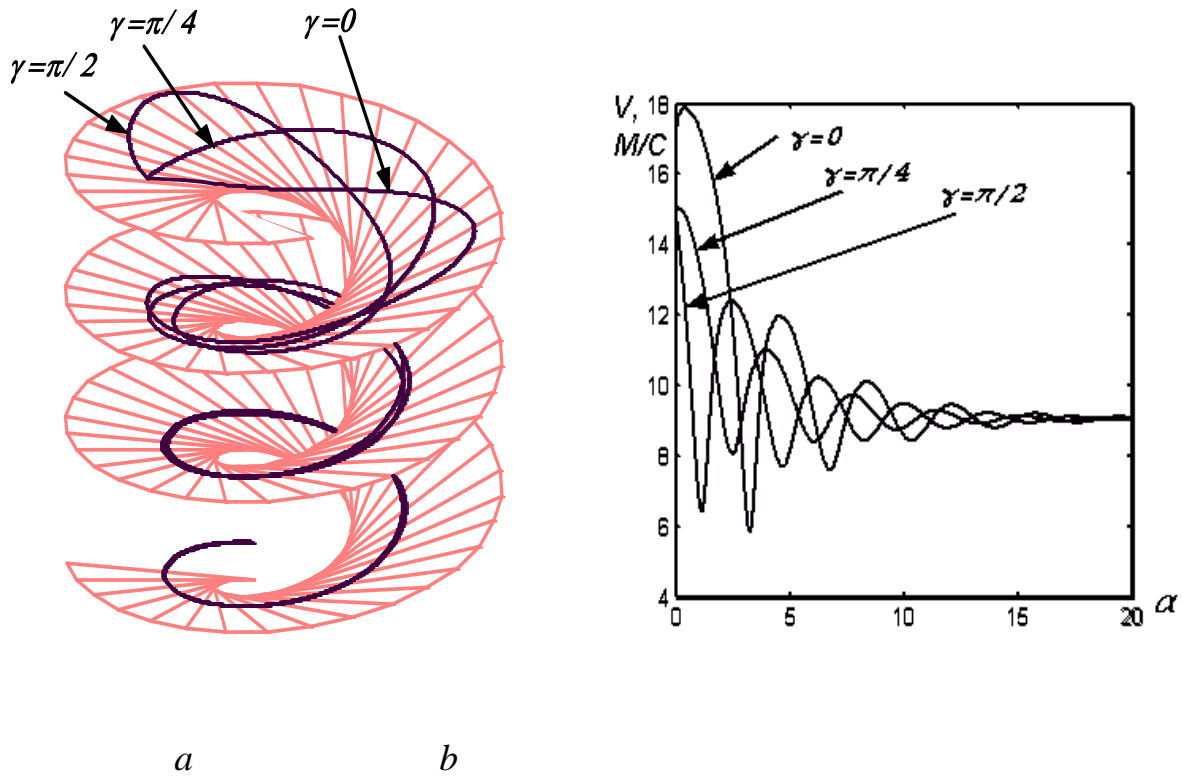
The solution of system (3) is two dependences: the velocity of the particle  $v=v(\alpha)$  and the angle  $\beta=\beta(\alpha)$  between the conoid generators and the trajectory. The integration of the system showed that the particle, starting its motion at an initial velocity close to zero, first accelerates, moves away from the conoid axis and stops (Fig. 1, a). This is explained by the fact that as we move away from the conoid axis, the angle of inclination of the trajectory to the horizontal plane decreases and there comes a time when the particle can no longer overcome the force of friction. The graph of the change in the velocity of the particle as a function of time (Fig. 1, b) shows that the particles with the highest coefficient of friction stop the fastest. In the absence of friction and air resistance, the particle will not stop: its velocity eventually approaches a constant value.

For the deployable helicoid given by parametric equations:

$$\begin{aligned} X &= R \cos \alpha + (R\alpha - u \cos \beta) \sin \alpha; \\ Y &= R \sin \alpha - (R\alpha - u \cos \beta) \cos \alpha; \\ Z &= u \sin \beta, \end{aligned} \quad (4)$$

where  $R$  – the radius of the cylinder on which the helix is located - the edge of the return surface (4),  $\beta$  - the angle of elevation of the helix system (1) takes the form [5]:

$$\begin{cases} v' = \frac{g}{v} u' \sin \beta - f \left[ \frac{g}{v} \cos \beta \sqrt{u'^2 + (R\alpha - u \cos \beta)^2} + \frac{v \sin \beta (R\alpha - u \cos \beta)}{\sqrt{u'^2 + (R\alpha - u \cos \beta)^2}} \right]; \\ u'' = \frac{g}{v^2} \sin \beta [u'^2 + (R\alpha - u \cos \beta)^2] + u' \frac{R - 2u' \cos \beta}{R\alpha - u \cos \beta} - (R\alpha - u \cos \beta) \cos \beta. \end{cases} \quad (5)$$



**Fig.2. The trajectories of the material particle and the corresponding velocity graphs under the same initial conditions ( $\alpha_0=0$ ,  $u_0=20$  m,  $v_0=15$  m/s,  $f=0,3$ ) and different directions at the beginning of the motion ( $\gamma$  - is the angle between the direction of the initial vector velocity and rectilinear generating surface)**

The solution of system (5) is the dependences  $v=v(\alpha)$  and  $u=u(\alpha)$ . The first characterizes the change in velocity, and the second establishes the relationship between the independent variables of the surface (4) and thus sets the trajectory of the particle. In fig. 2, and shows the compartment of the unfolding helicoid surface and the trajectory of the particles obtained by integrating the system (5). From fig. 2, and it is seen that after several rotations of the particles, which began their movement in different directions on the surface, move further along a common trajectory, which is a helix. Their speed also stabilizes and becomes constant after about three revolutions ( $\alpha \approx 20$  rad. According to Fig. 2, b). After motion stabilization, ie at  $v=const$  and  $\rho=const$ , where  $\rho$  - is the distance from the helical axis to the particle on the surface, system (5) can be solved in elementary functions and determine the velocity  $v$  of the particle and the distance  $\rho$  depending on the design surface parameters  $R$  and  $\beta$ , and the coefficient of friction  $f$  [5].

**Conclusions and prospects for further research.** Simulation of the motion of a material particle on helical surfaces and its study by modern means of numerical integration and visualization have shown that for different surfaces the nature of the motion of the particle will also be different. When moving on the surface of the helical conoid, the particle in the presence of friction first accelerates, and then stops at a considerable distance from its axis. To prevent this, you need to take a limited compartment of the conoid both in height and on its periphery. When a particle moves on the surface of a deployed helicoid, its velocity becomes constant over time, and the trajectory after that will be a helical line.

Prospects for further research are to use the developed approaches to identify the possibility of separation of the material not only after stabilization of movement, but also during the transition process, as it became possible to visualize it. This will allow you to choose the surface compartment of the optimal size, which will provide the desired separation performance by dispersing particles with different coefficients of friction on its surface. The developed approach will allow to model the motion of the particle on other helical surfaces (oblique closed helicoid, oblique open helicoid), as well as on helical surfaces with variable pitch without making models of these surfaces.

#### **List or references**

1. Аникин М. Ф., Иванов В. Д., Певзнер М. Л. Винтовые сепараторы для обогащения руд. М.: Недра, 1970. 184 с.
2. Заика П. М., Мазнев Г. Е. Сепарация семян по комплексу физико-механических свойств. М.: Колос, 1978. 287 с.
3. Заика П. М. Избранные задачи земледельческой механики. К.: Изд-во УСХА, 1992. 507 с.
4. Сысоев Н. И. Теоретические основы и расчет сортировки "Змейка". Сельхозмашины. 1949. № 8. С. 5 – 8.
5. Войтюк Д. Г., Пилипака С. Ф. Знаходження траєкторії руху матеріальної точки по гравітаційній розгортній поверхні на прикладі розгортного гелікоїда. Механізація і енергетика сільського господарства. IV міжнародна науково-технічна конференція MOTROL-2003. К.: НАУ, 2003. Т. 6. С. 113-126.
6. Войтюк Д. Г., Пилипака С. Ф. Знаходження траєкторії руху матеріальної частинки по гравітаційних лінійчатих поверхнях із горизонтальними твірними. Збірник наукових праць НАУ "Механізація сільськогосподарського виробництва". 2002. Т.12. К.: НАУ, 2002. С.58-69.

### References

1. Anikin, M. F., Ivanov, V. D., Pevzner, M. L. (1970). Vintovyye separatory dlya obogashcheniya rud [Screw separators for ore beneficiation]. Moscow: Nedra, 184.
2. Zaika, P. M., Maznev, G. E. (1978). Separatsiya semyan po kompleksu fiziko-mekhanicheskikh svoystv [Separation of seeds by a complex of physical and mechanical properties]. Moscow: Kolos, 287.
3. Zaika, P. M. (1992). Izbrannyye zadachi zemledel'cheskoy mekhaniki [Selected tasks of agricultural mechanics]. Kyiv: Izd-vo USKHA, 507.
4. Sysoyev, N. I. (1949). Teoreticheskiye osnovy i raschet sortirovki "Zmeyka" [Theoretical foundations and calculation of the "Zmeyka" sorting]. Sel'khoz mashiny, 8, 5 – 8.
5. Voitiuk, D. H., Pylypaka, S. F. (2003). Znakhodzhennia traiektorii rukhu materialnoi tochky po hravitatsiinii rozghortnii poverkhni na prykladi rozghortnoho helikoida [Finding the trajectory of a material point on a gravitational unfolding surface on the example of an unfolding helicoid]. Mekhanizatsiia i enerhetyka silskoho hospodarstva. IV mizhnarodna naukovo-tekhnichna konferentsiia MOTROL-2003. Kyiv: NAU, 6, 113-126.
6. Voitiuk, D. H., Pylypaka, S. F. (2002). Znakhodzhennia traiektorii rukhu materialnoi chastynky po hravitatsiinykh liniichatykh poverkhniakh iz horyzontalnymy tvirnymy [Finding the trajectory of a material particle on gravitational linear surfaces with horizontal generators]. Zbirnyk naukovykh prats NAU "Mekhanizatsiia silskohospodarskoho vyrobnytstva", 12, 58-69.

## ЕРГОНОМІЧНІ АСПЕКТИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СЕПАРАЦІЇ МАТЕРІАЛУ НА СТАЦІОНАРНИХ ГВИНТОВИХ ПОВЕРХНЯХ

*С. Ф. Пилипака, А. В. Несвідомін*

**Анотація.** *Рух матеріальних частинок по гравітаційних поверхнях, тобто рух частинок по поверхнях під дією сили власної ваги, використовується у спеціальних пристроях для їх сепарації за фізико-механічними властивостями. Для цього застосовуються стаціонарні гвинтові поверхні сталого кроку.*

*Нині в цілому ряді праць розглянутий розрахунок взаємозв'язку між кінематичними параметрами руху, коефіцієнтом тертя і конструктивними параметрами сепаратора, коли його поверхня є розгортним гелікоїдом.*

*Мета дослідження – дослідити гвинтові поверхні із різними конструктивними параметрами на предмет покращення їх роздільної здатності за допомогою математичного і геометричного моделювання процесу без виготовлення моделей поверхонь.*

*Розв'язанню задачі побудови траєкторії руху матеріальної частинки по поверхні під дією сили власної ваги передуює задача знаходження траєкторії на похилій площині. Якщо на похилу площину попадає матеріальна частинка з певною початковою швидкістю  $v_0$  і певним кутом нахилу до горизонту, то вона буде рухатися по певній кривій (у випадку відсутності тертя і опору повітря траєкторією буде парабола).*



*Отримано систему рівнянь, яка описує рух матеріальної точки по гравітаційній поверхні в загальному випадку. Якщо її розписати для конкретної поверхні, то вона буде нелінійною і для її інтегрування потрібно застосовувати чисельні методи. Сучасні програмні продукти дають можливість не тільки знаходити траєкторію руху частинки, а і показати її на поверхні і навіть зробити анімацію, яка по суті заміняє швидкісну зйомку. Такий підхід дає змогу досліджувати кінематичні параметри руху по різних гвинтових поверхнях без натурних зразків цих поверхонь, що значно здешевлює пошук потрібних поверхонь.*

*Розглянуто рух частинок по гвинтовому коноїду та розгортному гелікоїду. Моделювання руху матеріальної частинки по гвинтових поверхнях і його дослідження сучасними засобами чисельного інтегрування і візуалізації показали, що для різних поверхонь характер руху частинки теж буде різний. При русі по поверхні гвинтового коноїда частинка за наявності тертя спочатку розганяється, а потім зупиняється на значній відстані від його осі. Щоб запобігти цьому, потрібно брати обмежений відсік коноїда як по висоті, так і по його периферії. При русі частинки по поверхні розгортного гелікоїда її швидкість з часом стає постійною, а траєкторією після цього буде гвинтова лінія.*

**Ключові слова:** *рух частинок, гвинтові поверхні, гвинтовий коноїд, розгортний гелікоїд, моделювання*

## **ЭРГОНОМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА СЕПАРАЦИИ МАТЕРИАЛА НА СТАЦИОНАРНЫХ ВИНТОВЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ**

**С. Ф. Пилипака, А. В. Несвидомин**

**Аннотация.** *Движение материальных частиц по гравитационным поверхностям, то есть движение частиц по поверхностям под действием силы собственного веса, используется в специальных устройствах для их сепарации по физико-механическим свойствам. Для этого используются стационарные винтовые поверхности постоянного шага.*

*В настоящее время в целом ряде работ рассмотрен расчет взаимосвязи между кинематическими параметрами движения, коэффициентом трения и конструктивными параметрами сепаратора, когда его поверхность является развертывающимся геликоидом.*

*Цель исследования – исследовать винтовые поверхности с разными конструктивными параметрами на предмет улучшения их разрешающей способности с помощью математического и геометрического моделирования процесса без изготовления моделей поверхностей.*

*Решению задачи построения траектории движения материальной частицы по поверхности под действием силы собственного веса предшествует задача нахождения траектории на наклонной плоскости. Если на наклонную плоскость попадает материальная частица с определенной начальной скоростью  $v_0$  и определенным углом наклона к горизонту, то она будет двигаться по определенной кривой (в случае отсутствия трения и сопротивления воздуху траекторией будет парабола).*

*Получена система уравнений, описывающая движение материальной точки по гравитационной поверхности в общем случае. Если ее расписать для конкретной поверхности, то она будет нелинейна и для ее интегрирования нужно применять численные методы. Современные программные продукты позволяют не только находить траекторию движения частицы, но и показать ее на поверхности и даже сделать анимацию, по сути заменяющую скоростную съемку. Такой подход позволяет исследовать кинематические параметры движения по разным винтовым поверхностям без натурных образцов этих поверхностей, что значительно удешевляет поиск нужных поверхностей.*

*Рассмотрено движение частиц по винтовому коноиду и разворачивающемуся геликоиду.*

*Моделирование движения материальной частицы по винтовым поверхностям и его исследование современными средствами численного интегрирования и визуализации показали, что для разных поверхностей характер движения частицы тоже будет разным. При движении по поверхности винтового коноида частица при наличии трения сначала разгоняется, а затем останавливается на значительном расстоянии от оси. Чтобы предотвратить это, нужно брать ограниченный отсек коноида как по высоте, так и по его периферии. При движении частицы по поверхности разворачивающегося геликоида ее скорость со временем становится постоянной, а траекторией после этого будет винтовая линия.*

**Ключевые слова:** *движение частиц, винтовые поверхности, винтовой коноид, разворачивающийся геликоид, моделирование*