

УДК 532 (075.8):529.5

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ

Б.Х. Драганов, доктор технических наук

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Р.А. Алмаев, кандидат технических наук

Башкирский сельскохозяйственный университет

Сформулирована математическая модель динамики пузырьков в газожидкостной среде, указаны принимаемые допущения; приведены уравнения пульсации однокомпонентного пузырька; исследуется конвективный теплообмен и теплопроводность пузырька; число Нуссельта, число Пекле.

Математическая модель, пульсации, теплообмен, теплопроводность, интегральные преобразования, число Нуссельта, число Пекле, ансамбль пузырьков.

Цель исследования – формулировка метода исследования гидродинамики процессов тепломассообмена в гетерогенных средах. При этом анализируется динамика как одиночного, так и ансамбля пузырьков. Это позволит увеличить эффективность технологических процессов, относящихся к динамике гетерогенных сред, сопровождающихся образованием пузырьков.

Материалы и методы исследований. В парожидкостных средах на поверхностях разделов возникает массовое и энергетическое взаимодействие между фазами. Эти взаимодействия существенно влияют на поля скоростей, давлений, температур. Для обоснованного решения задачи межфазного тепломассообмена необходимо изучение взаимодействия одиночных включений с несущей фазой. Имеется глубокая связь между динамикой пузырька и структурой волны возмущения жидкости.

Возрастающий интерес к проблемам волновой динамики пузырьков жидкостей обусловлен важностью приложений результатов исследований к многоотраслевым задачам энергетики [1, 2, 3, 4].

При формулировке математической модели принимаются следующие допущения [5]. Обтекание пузырьков незначительно и мало влияет на тепломассообмен. В этом случае правомочна сферически-симметричная постановка задачи. Предполагается однородность давления (гомобаричность) внутри пузырька. Условие гомобаричности может быть записано в виде соотношения $(w_0/C_2)^2 \gg 1$, де w_0 – характерная скорость поверхности пузырька; C_2 – скорость звука в газе (паре). Одновременно принимается, что плотность газа в каждой точке соответствует своей температуре согласно уравнению состояния. Подобная постановка задачи правомерна в широком диапазоне размеров пузырька. При этом характерное время выравнивания температуры в пузырьке значительно превышает время выравнивания давления.

Значение теплофизического параметра φ смеси может быть выражено зависимостью:

$$\varphi = k_n \varphi_n + k_{\bar{a}} \varphi_{\bar{a}};$$

$$k_n = \rho_n / \rho, k_{\bar{a}} = \rho_{\bar{a}} / \rho, \rho = \rho_n / \rho_{\bar{a}}, k_n + k_{\bar{a}} = 1,$$

где $k_n, k_{\bar{a}}$ – массовая концентрация, соответственно, пара жидкости и нейтрального газа в парогазовой смеси; ρ – плотность; нижние индексы $n, \bar{a}, ж$ – относятся к параметрам пара, газа и жидкости.

В рамках принятых выше допущений уравнения неразрывности, состояния и теплообмена в сферических эйлеровых координатах (r, t) имеют вид:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_n w_n) = 0, \quad \frac{\partial \rho_{\bar{a}}}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{\bar{a}} w_{\bar{a}}) = 0;$$

$$\rho_n w_i + \rho_{\bar{a}} w_{\bar{a}} = \rho w, \quad \rho_{\bar{a}} (w_{\bar{a}} - w) = -\rho_i (w_i - w) = \rho D \frac{\partial k}{\partial r},$$

$$u_{\bar{a}} = c_{\bar{a}} T, u_i = c_i T, T_i = T_{\bar{a}} = T, \rho = \rho_i + \rho_{\bar{a}} = \rho RT, \quad (1)$$

$$\rho_{\bar{a}} \frac{du_{\bar{a}}}{dt} + \rho_i \frac{du_n}{dt} = \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho D \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial (u_i - u_{\bar{a}})}{\partial r},$$

$$r^2 w_{\infty} = \alpha^2 w_{\infty \bar{a}}, u_{\infty} = c_{\infty} T_{\infty}, \rho_{\infty} = const,$$

$$\rho_{\infty} \left(\frac{\partial u_{\infty}}{\partial t} + w_{\infty} \frac{\partial u_{\infty}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_{\infty} r^2 \frac{\partial T_{\infty}}{\partial r} \right) + 12 \mu_{\infty} \frac{w_{\infty}^2}{r^2}.$$

Здесь u – удельная внутренняя энергия; T – температура; w – радиальная скорость; ρ – плотность; r – радиус пузырька; D – коэффициент взаимной диффузии; λ, μ – коэффициенты теплопроводности и вязкости; R – газовая постоянная, c – теплоемкость при постоянном объеме; $w_{жс\bar{a}}$ – массовая скорость жидкости на поверхности пузырька; $k = k_n, k_{\bar{a}} = 1 - k$; нижние индексы $n, \bar{a}, ж$ – относятся к параметрам пара, газа и жидкости.

Граничные условия для системы (1) на подвижной границе $a(t)$, в центре и на бесконечности следующие:

$$r = a(t), \quad T_{\infty} = T_n = T_a, \quad \lambda_{\infty} \frac{\partial T_{\infty}}{\partial r} - \lambda \frac{\partial T}{\partial r} = r_n w_{\bar{a}},$$

$$\rho_i (\alpha - w_n) = \rho_{\bar{a}} w_{\bar{a}} = \rho_{\infty} (\alpha - w_{\infty}) = r_n, \rho_{\bar{a}} (\alpha - w_{\bar{a}}) = 0, \quad (2)$$

$$r = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = 0, \quad w = 0; \quad T_{\infty}(\infty) = T_0,$$

где r_n – удельная теплота парообразования, w_ϕ – скорость фазовых переходов с единицы поверхности.

Кинетика фазовых переходов описывается уравнением Герца – Кнудсена

$$w = \frac{\beta [p_s(T_a) - p_{na}]}{\sqrt{2\pi R_n T_a}}. \quad (3)$$

Здесь β – коэффициент аккомодации. Индексы a и s относятся соответственно к параметрам на поверхности пузырька и на линии насыщения.

Уравнение пульсаций пузырька в вязкой несжимаемой жидкости при наличии фазовых превращений имеет вид:

$$\alpha w_{\dot{a}} + \frac{3}{2} w_{\dot{a}}^2 = \frac{p - p_\infty - 2\Sigma/\alpha}{\rho_\infty} - 4 \frac{\mu_\infty}{\rho_\infty \dot{a}} w_{\dot{a}}, \quad (4)$$

где p_∞ – давление жидкости вдали от пузырька, Σ – коэффициент поверхностного натяжения.

В уравнении радиальных пульсаций (4) могут быть учтены поправки за счет неоднородности пузырька. Для регулярного и хаотического расположения пузырьков эти поправки приведены в монографии Р.И. Нигматулина [7] (случай хаотического распределения) [8].

Для однокомпонентного пузырька при выполнении условия однородности давления (гомобаричности) внутри пузырька выше записанная система уравнений упрощается:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{3(\gamma - 1)}{a} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_a - \frac{3\gamma p w_a}{a},$$

$$w(r, t) = \frac{r}{a} w_a + \frac{\gamma - 1}{\gamma p} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial R} - \frac{r}{a} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial R} \right)_a \right], \quad (5)$$

где ν – показатель адиабаты.

При испарении или конденсации пара на поверхности пузырька скрытая теплота фазового перехода подводится или отводится в основном жидкостью, коэффициент теплопроводности которой многократно больше, чем пара.

Существенное значение в формировании структуры волны в жидкости с пузырьками газа.

Расчет двухфазных течений, особенно нестационарных, с учетом неоднородностей распределения температуры в газах представляет сложную задачу. Поэтому при расчете пузырьковых течений обращаются к ряду упрощающих допущений. Основной путь решения заключается в правильном задании коэффициента межфазового взаимодействия. Кроме того,

эффективный коэффициент теплообмена необходимо определить из условия, чтобы была обеспечена та же тепловая диссипация, что и в точном решении.

В работе [7] предложены следующие формулы для эффективного коэффициента теплообмена радиально пульсирующего парового пузырька с жидкостью:

$$Nu_n = \sqrt{Pe_n} - 2 \quad \text{при} \quad Pe_n \ll 1. \quad (6)$$

В уравнении (6) Nu – число Нуссельта, Pe – число Пекле.

В случае, когда $Pe_{ж} \ll 1$, влияние динамики колебаний мало и из формулы (3) следует $Nu_{ж} = 2$ – известное решение для сферы в условиях стационарности процесса.

При отсутствии фазовых переходов выражение для эффективного коэффициента теплообмена пульсирующего газового пузырька с жидкостью имеет вид:

$$Nu = \sqrt{Pe_a} - 2 \quad \text{при} \quad Pe_n \gg 1. \quad (7)$$

Формула (7) предполагает колебания пузырька с частотой, близкой к собственной частоте адиабатического газового пузырька.

Исследованию динамики пузырьков уделяется особое внимание [17, 27, 28].

Решение задачи роста или схлопывания пузырьков обычно получают в предположении, что изменение размера пузырька происходит монотонно [29, 30]. Это предположение допустимо при анализе процесса кипения, но не оправдано при исследовании кавитационного схлопывания.

Для оценки теплообмена между жидкостью и пузырьком необходимо знать температуру жидкости $T_{ж}$ непосредственно на межфазной поверхности. Обычно используемое допущение $T_{ж} = T_{nvз}$, оправданное для случая квазистационарного кипения, неприемлемо для динамики пузырьков. Поэтому необходимо включить в систему независимое уравнение для определения температуры $T_{ж}$.

Уравнение теплопроводности в сферических координатах для несжимаемой жидкости, окружающей единичный пузырек, имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho_a \tilde{n}_a \dot{O}_a)}{\partial \tau} + w(r) \frac{\partial(\rho_a \tilde{n}_a \dot{O}_a)}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_a r^2 \frac{\partial \dot{O}_a}{\partial r} \right). \quad (8)$$

Здесь $\rho_{ж}$ – плотность жидкости; $c_{ж}$ – теплоемкость жидкости; w – скорость; r – координата по радиусу R , λ_a – теплопроводность жидкости.

Из условия неразрывности для жидкости следует, что уравнение (8) может быть записано следующим образом:

$$\frac{\partial \dot{O}_e}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(a_e r^2 \frac{\partial \dot{O}_e}{\partial r} - w R^2 \dot{O}_e \right), \quad (9)$$

где $a = \lambda_{жс} / \rho_{жс} c_{жс}$ – температуропроводность жидкости.

Решение уравнения (8) можно выполнить методом интегральных преобразований.

Допуская, что нагревание или охлаждение жидкости обусловлено как теплообменом с газовой фазой, так и передачей скрытой теплоты L при конденсации или испарении, можно определить температуру межфазной поверхности $T_{жс}(\tau)$:

$$(\dot{O}_i - \dot{O}_e) \lambda_e \left(\frac{2}{\delta} + \frac{1}{R} \right) = -jL(\dot{O}_e) - q, \quad (10)$$

где T_0 – начальное значение температуры; δ – толщина слоя жидкости на поверхности пузырька; $q = f(T_{жс})$ – удельный тепловой поток.

При описании поведения ансамбля пузырьков на микроуровне и моделировании полей скоростей и давлений в межпузырьковом пространстве необходимо учитывать особенности протекания гидродинамических и тепломассообменных процессов в межпузырьковом пространстве при интенсивном расширении или сжатии пузырьков, а также другие факторы, определяющие отличие поведения пузырьков в ансамбле от поведения единичного пузырька. Во-первых, это неодинаковость пузырьков ансамбля по геометрическим размерам, форме, скорости и ускорению радиального движения поверхности. Во-вторых, это силовое взаимодействие динамически развивающихся пузырьков [5].

Поэтому детальный анализ поведения даже двух взаимодействующих пузырьков оказывается достаточно сложной и трудоемкой задачей [12]. Для оценки ситуации в межпузырьковом пространстве объема ансамбля с большим числом пузырьков приходится вводить упрощающие допущения:

- жидкость является несжимаемой, а влияние вязкости проявляется только на межфазной поверхности, как в модели единичного пузырька.

- ансамбль пузырьков в виде компактного пузырькового облака с конечным числом элементов занимает только часть бесконечного пространства жидкости, причем количество пузырьков остается постоянным.

- в процессе эволюции ансамбля пузырьки сохраняют сферическую форму и не деформируются. Это справедливо для пузырьков сравнительно небольшого размера, когда капиллярное давление компенсирует силовое воздействие со стороны других пузырьков при условии, что расстояние между пузырьками существенно превышает их размер.

- принимается во внимание силовое взаимодействие соседних пузырьков, обусловленное радиальным движением их поверхностей, что приводит к взаимному перемещению пузырьков внутри ансамбля.

- течение жидкости в межпузырьковом пространстве потенциальное.

Рассмотрим ансамбль паровых пузырьков, содержащих N элементов. Поместим начало декартовых координат в некоторой точке в центре ансамбля.

Если в определенный момент времени известны координаты центра каждого из N пузырьков (x_i, y_i, z_i) , их радиусы R_i и скорость расширения их поверхности w_{Ri} , то суммарный потенциал поля в произвольной точке жидкости с координатами (x_0, y_0, z_0) , в соответствии с правилом суперпозиции потенциалов, находится по формуле:

$$\varphi(x_0, y_0, z_0) = \sum_{i=1}^N -\frac{w_{Ri} R_i^2}{d_i}, \quad (11)$$

где $d_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}$.

Проекции вектора скорости результирующего потока в точке (x_0, y_0, z_0) определяются выражениями:

$$w_x = \sum_{i=1}^N \frac{w_{Ri} R_i^2 (x_i - x_0)}{d_i^3}, \quad w_y = \sum_{i=1}^N \frac{w_{Ri} R_i^2 (y_i - y_0)}{d_i^3}, \quad w_z = \sum_{i=1}^N \frac{w_{Ri} R_i^2 (z_i - z_0)}{d_i^3}.$$

Модуль вектора скорости в точке (x_0, y_0, z_0) равен:

$$\bar{w} = \sqrt{(w_x^2 + w_y^2 + w_z^2)}, \quad (12)$$

а направление вектора в пространстве определяется формулами аналитической геометрии по известным значениям вектора \bar{w} и его компонентов w_x, w_y и w_z .

Скорость изменения суммарного потенциала в точке (x_0, y_0, z_0) можно найти так:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial \varphi_i}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^N -\left(\frac{dw_{Ri}}{d\tau} \frac{R_i^2}{d_i} + \frac{2R_i w_{Ri}^2}{d_i} \right), \quad (13)$$

где $\frac{dw_{Ri}}{d\tau}$ – ускорение радиального движения поверхности отдельного пузырька.

Локальное давление в межпузырьковом пространстве внутри облака определяется из уравнения:

$$p_l(x_0, y_0, z_0) = p_\infty - p_l \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\bar{w}^2}{2} \right) \quad (14)$$

после подстановки в его правую часть значений \bar{w} и из (13) и $\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}$ (16).

Поскольку точка (x_0, y_0, z_0) выбрана произвольно, по указанной схеме можно оценить скорость и давление в любой точке межпузырькового пространства, а, следовательно, можно найти мгновенное распределение скоростей и давлений в рассматриваемой двухфазной системе.

Представленные здесь уравнения для неограниченной и ограниченной совокупности паровых пузырьков совместно с уравнениями динамики единичного пузырька дают возможность прогнозировать поведение пузырьков в ансамбле и поведение ансамбля в целом при изменении внешнего давления. С помощью этих уравнений можно также определить поля скоростей и давлений в межпузырьковом пространстве и характер изменения этих полей во времени при любых режимных параметрах [5].

Заключение

Рассмотренная модель динамики единичного пузырька способна адекватно описывать поведение паровых пузырьков в любой жидкости, в предположении, что известны зависимости соответствующих теплофизических параметров от температуры.

В межпузырьковом пространстве ансамбля даже при монотонном расширении пузырьков существуют заметные изменения давлений и скоростей, характерные для турбулентного течения.

По любому направлению внутри ансамбля пузырьков вектор скорости испытывает резкие перемены не только по величине, но и по направлению.

Список литературы

1. Рахматуллин Х.А. Основы газовой динамики взаимопроникающих движений сплошных сред // ПММ. – 1956. – Т.20. – №2.
2. Драганов Б.Х. К вопросу движения многокомпонентной среды// Гидродинамика и теория упругости. – 1965. – Вып.2. – С. 3 - 10.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газов. – М.: Наука, 1979. – 736 с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц И.Н. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 793 с.
5. Долинский А.А. Тепломассообмен и гидродинамика в парожидкостных дисперсных средах. Теплофизические основы дискретно-импульсного ввода энергии / А.А. Долинский, Г.К. Иваницкий// К.: Наукова думка, 2008. – 381 с.
6. Нигматулин Р.И. Динамика и тепломассообмен парогазовых пузырьков с жидкостью / Р.И. Нигматулин, Н.С. Хабеев// М.: Институт механики МГУ, 1978. – С. 229 - 243.
7. Драганов Б.Х. Динамика единичного пузырька в газожидкостных пузырьковых средах/ Б.Х. Драганов, Е.В. Шелиманова, В.Ю. Волейкин// Возобновляемая энергетика, 2012. – №1. – С. 4 - 7.
8. Liu Chao, Zeng Danliny. Bubble growth in a superheated liquid during decompression // Engineering Thermophysics. – 1998. – Vol.19. – №1. – P. 1 - 4.
9. Nigmatulin R.I. Dynamics heat and mass transfer of gas-vapor bubbles in liquid / R.I. Nigmatulin, N.S. Khabeev, F.B. Nagier // Int. Heat and Mass Transfer. – 1981. – Vol.24. – №6. – P.1033 - 1044.
10. Авдеев А.А. Тепловая энергетическая схема роста парового пузыря (универсальное, приближенное решение) // А.А. Авдеев, Ю.Б. Зудин // ТВТ. – 2002. – №2. – С. 292 - 299.
11. Fujikawa Sh., Takahira H. Dynamics of two non-spherical cavitations bubbles in liquids // Fluid Dyn. Res. - 1989. – Vol.4. – №3. – P. 179 - 194.

Сформульована математична модель динаміки бульбашок в газорідному середовищі, вказані прийняті допущення; наведено рівняння пульсації однокомпонентної бульбашки; досліджується конвективний теплообмін і теплопровідність бульбашки; число Нуссельта, число Пекле.

Математична модель, пульсації, теплообмін, теплопровідність, інтегральні перетворення, число Нуссельта, число Пекле, ансамбль бульбашок.

Formulated mathematical model of the dynamics of bubbles in gas-liquid environment, these assumptions adopted; are one-component bubble pulsation equation; investigate the convective heat transfer and thermal conductivity bubbles; Nusselt number, the number of Hell.

Mathematical model of pulsation, heat transfer, thermal conductivity, integral transformation, Nusselt number, the number of Hell, the ensemble of bubbles.