УДК 681.5.07 DOI 10.31548/energiya1(77).2025.099

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ ЗА НАЯВНОСТІ ЧАСТКОВО ФІКСОВАНИХ КРАЙОВИХ УМОВ

Л. А. Панталієнко, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Національний університет біоресурсів і природокористування України

E-mail: [*nubip.ea@gmail.com*](mailto:nubip.ea@gmail.com)

Анотація. *Сформульовано загальні постановки задач практичної стійкості для нелінійних систем диференціальних рівнянь, залежних від параметрів, за наявності додаткових крайових умов, що виникають при проектуванні лінійних резонансних прискорювачів, зокрема при узгодженні різних секцій прискорювача. Наведено поширені типи крайових умов у вигляді додаткових умов для вектора станів у початковий та кінцевий моменти часу, їх лінійної комбінації.*

У рамках сформульованих задач досліджено лінійну неоднорідну систему зі збуреннями за наявності крайових умов на частину координат вектора станів. За допомогою методів практичної стійкості параметричних систем одержано критерії перевірки відповідних якостей стійкості при часткових обмеженнях на вектор початкових умов та постійно діючі збурення.

Розглянуто лінійні та нелінійні динамічні обмеження на фазові координати досліджуваної системи; додаткові умови задано у конкретних структурах типу еліпсоїдів. Для запису досяжних оцінок загальний розв'язок параметричної системи представлено у формі Коші та розв'язано відповідну екстремальну задачу. Для випадку нелінійних обмежень на вектор станів у динаміці здійснено попередню апроксимацію замкненої опуклої множини дотичними гіперплощинами.

Як окремий випадок здійснено оцінювання області стійкості лінійної параметричної системи за наявності частково фіксованих початкових умов та динамічних фазових обмежень лінійного та нелінійного типу. Зазначено, що такого роду задачі виникають, наприклад, якщо відомо, що частинки мають невеликий розкид за радіальними швидкостями.

Досліджено задачі оцінювання області стійкості для лінійних параметричних систем з додатковими збуреннями за наявності крайових умов на частину вектора станів та частково фіксованих початкових умов, що характеризують взаємозв'язок руху жмутка частинок у лінійному резонансному прискорювачі у певні моменти часу. При цьому частину вектора початкових умов та постійно діючі збурення підпорядковано конкретним обмеженням. Оціночні критерії стійкості параметричної системи одержано для випадку лінійних та нелінійних динамічних обмежень на вектор фазових координат.

Ключові слова: ***параметрична система, крайові умови, практична стійкість, збурення, досяжні оцінки, лінійний прискорювач***

Актуальність. У багатьох прикладних задачах керування часто виникає необхідність дослідити на стійкість системи при фіксованих координатах у деякі моменти часу на інтервалах функціонування об'єкта [1-3]. Так, наприклад, для чисельного розрахунку областей захоплення частинок у процес прискорення за радіальними координатами в несиметричних випадках зазвичай приймають у початковий момент проекції швидкостей на осі Ox, Oy нульовими. Важливим моментом тут є не тільки одержати оптимальний режим функціонування системи, але і з'ясувати питання її стійкості при додаткових крайових умовах до змінювання визначальних параметрів. Актуальною є і обернена задача: при заданих обмеженнях на відхилення траєкторій або критерії якості оцінити допуски на параметри технічної системи [4, 5].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сучасні напрями проектування малочутливих систем в основному ґрунтуються на методах оптимального та робастного синтезу [5,6]. При цьому забезпечення працездатності об'єкта на реальних режимах здійснюється за рахунок введення в алгоритм керування додаткового нелінійного зворотного зв'язку або застосування апарату функцій чутливості. На відміну від цих методів, у рамках постановок задач практичної стійкості можна проводити аналіз стійкості системи за наявності додаткових крайових умов по відношенню до збурень параметрів та оцінювати відповідні відхилення реальної траєкторії від розрахункової [1, 3, 4].

Мета досліджень − розробка чисельних методів розв'язання задач практичної стійкості для систем диференціальних рівнянь, залежних від параметрів, за наявності частково фіксованих крайових умов.

Матеріали та методика досліджень. У роботі застосовуються методи практичної стійкості, теорії диференціальних рівнянь та алгоритми оптимізації.

Результати дослідження та їх обговорення. Розглянемо питання стійкості незбуреного розв'язку $x(t,0) \equiv 0$ системи диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t,\alpha), \quad f(0,t,0) \equiv 0, \quad t \in [t_0, T] \tag{1}$$

за наявності додаткових умов

$$Qx(t,\alpha) = q. \qquad (2)$$

Тут $x = x(t,\alpha)$, α – вектори фазових координат і параметрів вимірності n, m відповідно; $f(x,t,\alpha)$ – n - вимірна вектор-функція, яка відповідає умовам існування та єдиності розв’язку для будь-яких $\alpha \in G_\alpha$; Q – деякий оператор, що визначає початкові умови для системи (1); q – n – вимірний сталий вектор.

Припустимо, що система (1) з додатковими умовами (2), наприклад, вигляду

$$Q_0 x(t_0,\alpha) + Q_T x(T,\alpha) = q$$

або

$$\sum_{i=1}^{M} Q_i x(t_i,\alpha) = q, \; t_i \in [t_0, T]$$

має єдиний розв’язок для будь-яких $\alpha \in G_\alpha$.

Означення. Розв’язок $x(t,0) \equiv 0$ системи (1) назвемо $\{c, B, G_0^\alpha, \Phi_t, t_0, T\}$ – стійким за правою частиною додаткових умов (2), якщо $x(t,\alpha) \in \Phi_t$, $t \in [t_0, T]$ для усіх векторів, що задовольняють співвідношенню $q \in \{q : q * Bq < c^2\}$ та довільних $\alpha \in G_0^\alpha \subset G_\alpha$.

Тоді для випадку лінійних систем

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + G(t)\alpha + f(t), \; t \in [t_0, T] \qquad (3)$$

можна чисельно оцінити множину додаткових умов $G_q = \{q : q * Bq < c^2\}$, якщо $G_0^\alpha = \{\alpha : \alpha^* B_\alpha \alpha \le c_\alpha^2\}$, а фазові обмеження Φ_t, $t \in [t_0, T]$ – заданого типу [3]:

$$\Phi_t = \Gamma_t = \{x : |l_s^*(t)x| \le 1, s = 1,2,...N\}, \; t \in [t_0, T],$$

$$\Phi_t = \Psi_t = \{x : \psi(x,t) \le 1\}, \; t \in [t_0, T].$$

Дослідимо лінійну систему (3) з початковими умовами

$$Q_0 x(t_0,\alpha) = q, \qquad (4)$$

де q – відомий r вимірний вектор; Q_0 – задана квадратна матриця вимірності $r \times n$ з рангом r. Припустимо, що матрицю Q_0 можна подати у вигляді $Q_0 = (Q_0^{(1)}, Q_0^{(2)})$, причому $Q_0^{(1)}$ − неособлива матриця вимірності $r \times r$, $Q_0^{(2)}$ − матриця вимірності $r \times (n-r)$. Тоді $x(t,\alpha) = \begin{pmatrix} x^{(1)}(t,\alpha) \\ x^{(2)}(t,\alpha) \end{pmatrix}$; $x^{(1)}(t,\alpha)$, $x^{(2)}(t,\alpha)$ – вектори вимірності r та $(n-r)$ відповідно; $\mathrm{X}(t,t_0) = (\mathrm{X}_1(t,t_0),\ \mathrm{X}_2(t,t_0))$, тобто $\mathrm{X}_1(t,t_0)$ та $\mathrm{X}_2(t,t_0)$ – матриці відповідно складені з r та $(n-r)$ стовпців фундаментальної матриці $\mathrm{X}(t,t_0)$ однорідної системи (3) при $\alpha = 0$.

Нехай вектор початкових умов $x^{(2)}(t_0,\alpha)$ вимірності $(n-r)$ та постійно діючі збурення $f(t)$ довільні, але підпорядковані умові

$$x^{(2)}(t_0,\alpha),\ f(t) \in S_c(t,\alpha) = \left\{ x^{(2)}(t_0,\alpha), f(t):\ x^{(2)^*}(t_0,\alpha) G_0 x^{(2)}(t_0,\alpha) + \int_{t_0}^{t} f^*(\tau)\tilde{G}(\tau) f(\tau) d\tau \le c^2 \right\}, \quad (5)$$

де G_0, $\tilde{G}(\tau)$ − додатно визначені матриці вимірності $(n-r) \times (n-r)$ та $n \times n$ відповідно.

Будемо казати, що система (3) має якість $\{S_c(t,\alpha), \Phi_t, t_0, T\}$–стійкості за наявності умов (5), якщо $x(t,\alpha) \in \Phi_t$, $t \in [t_0, T]$ для будь-яких початкових умов та збурень з множини $S_c(t,\alpha)$.

Для чисельного оцінювання області $\{S_c(t,\alpha), \Gamma_t, t_0, T\}$стійкості подамо загальний розв’язок системи (3) у вигляді

$$x(t,\alpha) = \mathrm{X}_1(t,t_0) Q_0^{(1)^{-1}} \left(q - Q_0^{(2)} x^{(2)}(t_0,\alpha) \right) + \mathrm{X}_2(t,t_0) x^{(2)}(t_0,\alpha) + G_1(t)\alpha + a(t) =$$

$$= \mathrm{X}_1(t,t_0) Q_0^{(1)^{-1}} q + G_1(t)\alpha + a(t) + \left(\mathrm{X}_2(t,t_0) - \mathrm{X}_1(t,t_0) Q_0^{(1)^{-1}} Q_0^{(2)} \right) x^{(2)}(t_0,\alpha),$$

де $G_1(t) = \int_{t_0}^{t} \mathrm{X}(t,\tau) G(\tau) d\tau$; $a(t) = \int_{t_0}^{t} \mathrm{X}(t,\tau) f(\tau) d\tau$.

Далі запишемо досяжні оцінки для лінійних комбінацій $l_s^*(t) x(t,\alpha)$, $s = 1,2,...,N$:

$$\left| l_s^{\bullet}(t) x(t,\alpha) \right|^2 \le c^2 l_s^*(t) \left\{ \left[\mathrm{X}_2(t,t_0) - \mathrm{X}_1(t,t_0) Q_0^{(1)^{-1}} Q_0^{(2)} \right] G_0^{-1} \left[\mathrm{X}_2(t,t_0) - \mathrm{X}_1(t,t_0) Q_0^{(1)^{-1}} Q_0^{(2)} \right]^* + \right.$$

$$\left. + \int_{t_0}^{t} \mathrm{X}(t,\tau) \tilde{G}^{-1}(\tau) \mathrm{X}^*(t,\tau) d\tau \right\} l_s(t) \le \left[1 - \left| l_s^*(t) \left(\mathrm{X}_1(t,t_0) Q_0^{(1)-1} q + G_1(t)\alpha \right) \right| \right]^2.$$

Тоді критерій $\{S_c(t,\alpha), \Gamma_t, t_0, T\}$ – стійкості лінійної системи (3) за наявності частково фіксованих початкових умов (4) матиме вигляд:

$$c^2 \le \min_{t\in[t_0,T]} \min_{s=1,2,\ldots N} \min_{\alpha\in G_0^\alpha} \frac{\left(1-\left|l_s^*(t)\left(G_1(t)\alpha + \mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}}q\right)\right|\right)^2}{l_s^*(t)W(t)l_s(t)},$$

$$\left|l_s^*(t)\left(G_1(t)\alpha + \mathrm{X}_1(t,t_0)Q^{(1)-1}q\right)\right| < 1,\ t\in[t_0,T],\ s=1,2,\ldots N,\ \alpha\in G_0^\alpha. \qquad (6)$$

Тут $W(t)$ – симетрична матриця, що обчислюється шляхом розв’язання матричної задачі Коші

$$\frac{dW(t)}{dt} = \mathrm{A}(t)W(t) + W(t)A^*(t) + \tilde{G}^{-1}(t),$$

$$W(t_0) = \begin{pmatrix} Q_0^{(1)^{-1}} & Q_0^{(2)} \\ & E \end{pmatrix} G_0^{-1} \begin{pmatrix} Q_0^{(1)^{-1}} & Q_0^{(2)} \\ & E \end{pmatrix}^*.$$

Якщо перші r координат вектора станів x є фіксованими в момент $t = t_0$, формула (6) набуває більш простого вигляду:

$$c^2 \le \min_{t\in[t_0,T]} \min_{s=1,2,\ldots N} \min_{\alpha\in G_0^\alpha} \frac{\left(1-\left|l_s^*(t)\left(G_1(t)\alpha + \mathrm{X}_1(t,t_0)x^{(1)^0}\right)\right|\right)^2}{l_s^*(t)W(t)l_s(t)},$$

$$\left|l_s^*(t)\left(G_1(t)\alpha + \mathrm{X}_1(t,t_0)x^{(1)^0}\right)\right| < 1,\ t\in[t_0,T],\ s=1,2,\ldots N,\ \alpha\in G_0^\alpha. \qquad (7)$$

Для випадку нелінійних динамічних обмежень опуклу замкнену множину Ψ_t , $t\in[t_0,T]$ необхідно подати у вигляді

$$\Psi_t = \left\{x : g^*(\bar{x},t)x \le g^*(\bar{x},t)\bar{x}, \bar{x}\in\Psi_t'\right\},\quad t\in[t_0,T],$$

де $g^*(x,t) = grad_x^*\psi(\bar{x},t)$, $\Psi_t^{'}$ – межа замкненої опуклої множини Ψ_t, $t\in[t_0,T]$.

Враховуючи, що $grad_x^*\psi(\bar{x},t)\bar{x} > 0$, умова належності траєкторії системи (3) множині

$$\Psi_t = \left\{x : g^*(\bar{x},t)\left|(\mathrm{X}_2(t,t_0) - \mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}}Q_0^{(2)})x^{(2)}(t_0,\alpha) + a(t)\right| \le \le g^*(\bar{x},t)\left|\bar{x} - \mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}}q - G_1(t)\alpha\right|\right\},$$
$$t\in[t_0,T]$$

матиме вигляд

$$\max_{x^{(2)}(t_0,\alpha),\, f(t)\in S_c(t,\alpha)} g^*(\bar{x},t)\left|\left(\mathrm{X}_2(t,t_0) - \mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}}Q_0^{(2)}\right)x^{(2)}(t_0,\alpha) + a(t)\right| \le g^*(\bar{x},t)\left(\bar{x} - \mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}} - G_1(t)\alpha\right).$$

Визначаючи максимум лівої частини останньої нерівності, приходимо до оцінок $\{S_c(t,\alpha),\Psi_t,t_0,T\}$– стійкості типу (6), (7) відповідно вигляду

$$c^2 \le \min_{t\in[t_0,T]} \min_{\bar{x}\in\Psi_t^{'}} \min_{\alpha\in G_0^\alpha} \frac{[g^*(\bar{x},t)(\bar{x} - G_1(t)\alpha - \mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)-1}q)]^2}{g^*(\bar{x},t)W(t)g(\bar{x},t)},$$

$$g^*(\bar{x},t)\left(\bar{x}-G_1(t)\alpha+\mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}}q\right)>0\,,\ \bar{x}\in\Psi_t'\ ,\quad t\in[t_0,T],\ \alpha\in G_0^{\alpha};\tag{8}$$

$$c^2\le\min_{t\in[t_0,T]}\min_{\bar{x}\in\Psi_t'}\min_{\alpha\in G_0^{\alpha}}\frac{[g^*(\bar{x},t)(\bar{x}-G_1(t)\alpha-\mathrm{X}_1(t,t_0)x^{(1)^0})]^2}{g^*(\bar{x},t)W(t)g(\bar{x},t)},$$

$$g^*(\bar{x},t)\left(\bar{x}-G_1(t)\alpha+\mathrm{X}_1(t,t_0)x^{(1)^0}\right)>0\,,\ \bar{x}\in\Psi_t'\ ,\quad t\in[t_0,T],\ \alpha\in G_0^{\alpha}.\tag{9}$$

Якщо динаміка процесу описується системою

$$\frac{dx}{dt}=A(t)(x(t)+f_2(t))+G(t)\alpha+f_1(t),\ t\in[t_0,T]\tag{10}$$

за наявності початкових умов та збурень, що задовольняють умові

$$x^{(2)}(t_0,\alpha),\ f_1(t),\ f_2(t)\in S_c(t,\alpha)=$$

$$=\left\{x^{(2)}(t_0,\alpha),\,f_1(t),\,f_2(t):\ x^{(2)^*}(t_0,\alpha)G_0x^{(2)}(t_0,\alpha)+\int_{t_0}^{t}(f_1^*(\tau)\tilde{G}_1(\tau)f_1(\tau)+f_2^*(\tau)\tilde{G}_2(\tau)f_2(\tau))d\tau\le c^2\right\},$$

критерії стійкості, наприклад типу (6), (8) можна подати у вигляді

$$c^2\le\min_{t\in[t_0,T]}\min_{s=1,2,\dots N}\min_{\alpha\in G_0^{\alpha}}\frac{\left(1-\left|l_s^*(t)\left(G_1(t)\alpha+\mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)-1}q\right)\right|\right)^2}{l_s^*(t)W_1(t)l_s(t)},$$

$$\left|l_s^*(t)\left(G_1(t)\alpha+\mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)-1}q\right)\right|<1,\ t\in[t_0,T],\ s=1,2,\dots N\,,\ \alpha\in G_0^{\alpha};$$

$$c^2\le\min_{t\in[t_0,T]}\min_{x\in\Psi_t'}\min_{\alpha\in G_0^{\alpha}}\frac{[g^*(\bar{x},t)(\bar{x}-G_1(t)\alpha-\mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}}q)]^2}{g^*(\bar{x},t)W_1(t)g(\bar{x},t)},$$

$$g^*(\bar{x},t)\left(\bar{x}-G_1(t)\alpha+\mathrm{X}_1(t,t_0)Q_0^{(1)^{-1}}q\right)>0\,,\ \bar{x}\in\Psi_t'\ ,\quad t\in[t_0,T],\ \alpha\in G_0^{\alpha}.$$

При цьому симетрична матриця $W_1(t)$ задовольняє матричному диференціальному рівнянню

$$\frac{dW_1(t)}{dt}=\mathrm{A}(t)W_1(t)+W(t)A^*(t)+\tilde{G}_1^{-1}(t)+A(t)\tilde{G}_2^{-1}(t)A^*(t),$$

$$W_1(t_0)=\begin{pmatrix}Q_0^{(1)^{-1}} & Q_0^{(2)}\\ & E\end{pmatrix}G_0^{-1}\begin{pmatrix}Q_0^{(1)^{-1}} & Q_0^{(2)}\\ & E\end{pmatrix}^*.$$

Наведені критерії стійкості стосуються задач оцінки області захоплення частинок у процес прискорення за наявності деяких фіксованих радіальних координат. Так, наприклад, заздалегідь відомо, що частинки мають невеликий розкид за радіальними швидкостями. Це означатиме, що r координати системи (проекції швидкостей на осі Ox, Oy) є фіксованими.

Висновки і перспективи.

На підставі методів практичної стійкості параметричних систем розроблені алгоритми оцінювання областей стійкості за наявності частково фіксованих крайових умов, безпосередньо зв’язаних з проектуванням працездатних систем керування. За допомогою лінеаризації та введення постійно діючих збурень в якості похибки апроксимації оціночні критерії стійкості можна поширити й на інші, більш складні системи.

Список використаних джерел

1. Гаращенко Ф. Г., Сопронюк О. Л. Аналіз практичної стійкості та чутливості лінійних динамічних систем зі зміною вимірності фазового простору. Системні дослідження та інформаційні технології. 2016. № 3. С. 76-90.

2. Гаращенко Ф. Г., Пічкур В. В. Прикладні задачі теорії стійкості. К.: ВПЦ «Київський університет», 2014. 142 с.

3. Панталієнко Л. А. Оцінка області стійкості параметричних систем за наявності крайових умов інтегральної форми. Науковий Вісник НУБіП. Серія: «Техніка та енергетика АПК». 2017. Вип. 261. С. 257−263.

4. Панталієнко Л. А. Про проектування малочутливих прискорювально-фокусуючих систем методами практичної стійкості. Енергетика і автоматика. 2018. №4. С. 144−152.

5. Луцька Н. М., Ладанюк А. П. Оптимальні та робастні системи керування технологічними об’єктами: монографія. К.: Видавництво Ліра-К, 2015. 288 с.

6. Абрамович О. О., Білак Н. В., Кліпа А.М. Робастна оптимізація високонадійних систем автоматичного управління. Зв'язок. 2024. №4(170). С. 58−64.

References

1. Garashchenko, F. G., Sopronyuk, O. L. (2016). Analiz praktychnoyi stiykosti ta chutlyvosti liniynykh dynamichnykh system zi zminoyu vymirnosti fazovoho prostoru [Analysis of the practical stability and sensitivity of linear dynamical systems with changing the dimensionality of the phase space]. Systems research and information technology, 3, 76 −90.

2. Garashchenko, F. H., Pichkur, V. V. (2014). Prykladni zadachi teorii stiikosti [Applied problems of the theory of stability]. Kyiv: Kyiv University, 142.

3. Pantaliienko, L. A. (2017). Otsinka oblasti stiikosti parametrychnykh system za naiavnosti kraiovykh umov intehralnoi formy [Estimation of the stability region of parametric systems in the presence of integral form boundary conditions]. Scientific Bulletin of NUBiP. Series: «Technology and Energy of the Agricultural Complex», 261, 257−263.

4. Pantaliienko, L. A. (2018). Pro proektuvannya malochutlyvykh pryskoryuval'no-fokusuyuchykh system metodamy praktychnoyi stiykosti [About the design of low-

sensitivity accelerating-focusing systems by methods of practical stability]. Energy and automation, 4, 144 −152.

5. Lutska, N. M., Ladaniuk, A. P. (2015). Optymalni ta robastni systemy keruvannia tekhnolohichnymy obiektamy: monohrafiia [Optimal and robust control systems for technological objects]. Kyiv: Lira-K,, 288.

6. Abramovych, O. O., Bilak, N. V., Klipa, A. M. (2024). Robastna optymizatsiia vysokonadiinykh system avtomatychnoho upravlinnia [Robust optimization of high-pressure automatic control systems]. Communication, 4(170), 58−64.

STABILITY RESEARCH OF PARAMETRIC SYSTEMS WITH PARTIALLY FIXED BOUNDARY CONDITIONS

L. Pantalienko

Abstract. *General formulations of practical stability problems for nonlinear systems of differential equations dependent on parameters are formulated in the presence of additional boundary conditions that arise during the design of linear resonance accelerators, in particular, when coordinating different sections of the accelerator. Common types of boundary conditions are given in the form of additional conditions for the state vector at the initial and final moments of time, and their linear combination.*

Within the framework of the formulated problems, a linear inhomogeneous system with disturbances in the presence of boundary conditions on part of the coordinates of the state vector was investigated. Using the methods of practical stability of parametric systems, criteria for checking the corresponding stability qualities under partial restrictions on the vector of initial conditions and constantly acting disturbances were obtained.

Linear and nonlinear dynamic constraints on the phase coordinates of the system under study are considered; additional conditions are given in specific structures such as ellipsoids. To record the achievable estimates, the general solution of the parametric system is presented in Cauchy form and the corresponding extremal problem is solved. For the case of nonlinear constraints on the state vector in dynamics, a preliminary approximation of a closed convex set by tangent hyperplanes is performed.

As a special case, the stability region of a linear parametric system is estimated in the presence of partially fixed initial conditions and dynamic phase constraints of linear and nonlinear type. It is noted that such problems arise, for example, if it is known that the particles have a small spread in radial velocities.

The problems of estimating the stability region for linear parametric systems with additional perturbations in the presence of boundary conditions on part of the state vector and partially fixed initial conditions characterizing the relationship of the particle bunch motion in a linear resonant accelerator at certain moments of time are investigated. In this case, part of the initial conditions vector and constantly acting perturbations are subject to specific constraints. The evaluation criteria for the stability of a parametric system are obtained for the case of linear and nonlinear dynamic constraints on the phase coordinate vector.

Key words: ***parametric system, boundary conditions, practical stability, perturbations, achievable estimates, linear accelerator***