

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ
ЕЛЕКТРОАКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ ЗСУВУ В ШАРУВАТО ПЕРІОДИЧНОМУ
СЕРЕДОВИЩІ «П'ЄЗОЕЛЕКТРИК - ЩІЛИНА»**

***В. В. Левченко. кандидат фізико-математичних наук, доцент
Національний університет біоресурсів і природокористування***

E-mail: ylvv@ukr.net

Анотація. Розроблено метод побудови дисперсійних співвідношень для об'ємних, поверхневих і нормальних електропружних хвиль зсуву, що розповсюджуються у шарувато-періодичних середовищах, утворених повторенням «породжуючого» пакету, що складається з шару п'єзоелектрика і шару вакууму, який не має електричних властивостей. У результаті проведених аналітичних розрахунків отримано дисперсійні співвідношення для поверхневих, нормальних і об'ємних електропружних хвиль зсуву. Як п'єзоелектричний матеріал розглядався CdS. Було чисельно проаналізовано отриманні дисперсійні співвідношення для різної геометрії шарів і фізичних властивостей матеріалів, що утворюють «породжуючий» пакет. Чисельний аналіз показав, що особливістю отриманого спектра об'ємних хвиль є те, що в діапазоні зміни хвильового числа і кругової частоти межі зон не перетинаються. Спектр нормальних хвиль утворюється набором дисперсійних кривих, який локалізований в зонах пропускання об'ємних хвиль крім однієї дисперсійної кривої з набору. Ця крива є дисперсійною кривою для поверхневих мод. набір дисперсійних кривих нормальних мод складається з n кривих (n – кількість електропружних «породжуючих» пакетів в структурі). Вивчено вплив фізико-механічних та геометричних параметрів шарів на структуру зон запирання та пропускання, а також досліджено вплив п'єзо ефекту.

На основі підходів, запропонованих в попередніх роботах, задачі про об'ємні, поверхневі і нормальні електропружні хвилі зведені до дослідження властивостей передавальних матриць «породжуючого» пакету шарів, через елементи яких виражаються шукані дисперсійні співвідношення. У роботі вдалося, використовуючи умову металізації на зовнішніх поверхнях пакета, записати дисперсійні співвідношення через елементи матриць другого порядку замість четвертого, що дозволило спростити аналіз дисперсійних рівнянь.

Ключові слова: об'ємні, поверхневі і нормальні хвилі зсуву, періодично-шарувата структура, п'єзоелектрик, шар з властивостями вакуума, зони пропускання, зони запирання об'ємних хвиль

Актуальність. Вивчення особливостей розповсюдження електропружних хвиль різної фізичної природи в шаруватих середовищах і створення приладів сучасної електроніки в значній мірі пов'язані зі створенням нових матеріалів, що

володіють новими властивостями в порівняно з однорідними структурами. Одними з таких матеріалів є регулярно шаруваті структури, які утворені періодичним повторенням «породжувального» пакету вздовж однієї з осей координат. Следствием цих вимог є тенденція до створення багатошарових і періодично шаруватих матеріалів з п'єзоелектричними властивостями, які володіють рядом принципово нових характеристик. Однією з цікавих нових особливостей є зонний характер розповсюдження хвиль в цих матеріалах для дослідження недостатньо фундаментальних параметрів однорідних середовищ. Виникає необхідність використання ряду додаткових величин: геометричні розміри шарів, орієнтація структури відносно напрямків розповсюдження електропружних хвиль, класу симетрії п'єзоелектриків тощо. Варіація цими параметрами розширює можливість управління спектром електропружних хвиль в широкому діапазоні зміни частоти і хвильового числа.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У рамках концепцій електродинаміки суцільного середовища для побудови та аналізу дисперсійних рівнянь, які описують поширення об'ємних, поверхневих та нормальних мод різної поляризації в шарувато-періодичних середовищах різних класів анізотропії, було запропоновано цілу низку математичних підходів [1,2,6-10,12-15].

У роботах [3,7,8] був запропонований математичний метод для розв'язку відповідних задач і детально вивчені окремі випадки, отримані дисперсійні рівняння для об'ємних, поверхневих та нормальних хвиль зсуву в регулярно-шаруватих середовищах, утворених чергуванням пружних шарів. У цих же роботах і [4,10,13] в розвиток попередніх досліджень представлені результати чисельного моделювання для дисперсійних співвідношень, що описують поширення електроакустичних об'ємних, поверхневих і нормальних зсувних хвиль в шарувато-періодичних середовищах, утворених повторенням "породжувального" пакета, що складається з двох різних шарів: п'єзоелектричного і вакууму. У цій роботі на основі підходу [2-4] вивчаються об'ємні електроакустичні хвилі зсуву, що поширюються в регулярно-шаруватій структурі «п'єзоелектрик-вакуумний зазор». Дисперсія таких хвиль

визначається зв'язком п'єзоелектричних шарів електричними полями через проміжок [4].

Мета дослідження – встановлення можливості зонного характеру розповсюдження електропружних хвиль в періодичній структурі «п'єзоелектрик вакуум».

Матеріали та методи дослідження. Нехай в декартовій системі координат $Oxuz$ структура моделюється періодичним повторенням вздовж осі ox пакету шарів, що породжує структуру. Структура складається з двох шарів: п'єзоелектричного шару товщини h_p і шару вакууму товщини h_v . Фізико-механічні властивості п'єзоелектричних шарів описуються матеріальними співвідношеннями для кристалів гексагонального класу $6mm$ з віссю симетрії Oz шостого порядку. Поширення зсувних електроакустичних хвиль уздовж напрямку сталості властивостей середовища описуватиметься в п'єзоелектричному шарі системою рівнянь виду [3-5]:

$$\rho_p \partial_t^2 u_p = c_{44,p}^* \Delta u_p, \quad \Delta \psi_p = 0, \quad (\psi_p = \varphi_p - \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} u_p), \quad (1)$$

а в шарі вакууму рівнянням

$$\Delta \varphi_0 = 0, \quad (2)$$

де введені позначення $c_{44,p}$, ρ_p , $\varepsilon_{11,p}$, $e_{15,p}$ – фізико-механічні параметри п'єзоелектричного шару, $c_{44,p}^* = c_{44,p} + e_{15,p}^2 / \varepsilon_{11,p}$, $\psi_p = \varphi_p - \left(\frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} \right) u_p$, а φ_p і φ_0 – електростатичні потенціали відповідно в п'єзоелектриці та вакуумі.

Розв'язання системи рівнянь (1)–(2) у кожному з шарів шукатимемо у вигляді:

$$\begin{aligned} u_p &= B_{2n-1}^{(1)} \sin \Omega_p (x - x_{n,p}^*) + B_{2n-1}^{(2)} \cos \Omega_p (x - x_{n,p}^*), \\ \psi_p &= D_{2n-1}^{(1)} \operatorname{sh} k (x - x_{n,p}^*) + D_{2n-1}^{(2)} \operatorname{ch} k (x - x_{n,p}^*), \\ & x_{n-1,v}^* < x < x_{n,p}^*; \\ \varphi_0 &= D_{2n}^{(1)} \operatorname{sh} k (x - x_{n,v}^*) + D_{2n}^{(2)} \operatorname{ch} k (x - x_{n,v}^*), \\ & x_{n,p}^* < x < x_{n,v}^*; \end{aligned} \quad (3)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

де $x_{n,p}^* = nh + h_p$, $x_{n,v}^* = nh + h$, $h = h_v + h_p$, $\Omega_p = (k_p^2 - k^2)^{1/2}$, $k_p^2 = \omega^2 / \tilde{c}_p^2$, $\tilde{c}_p^2 = c_{44,p}^* / \rho_p$, k – хвильове число, ω – кругова частота. У формулах (3) множник $\exp(iky - i\omega t)$ опущений.

На межах розділу властивостей аналізованого середовища $x = x_{n,p}^*$ і $x = x_{n,v}^*$ повинні виконуватися умови [5]:

$$c_{44,p}^* \partial_x u_p + e_{15,p} \partial_x \psi_p = 0, \quad \partial_x \psi_p = \partial_x \varphi_0, \quad \psi_p - \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} u_p = \varphi_0. \quad (4)$$

Ці умови виражають відсутність зсувних напруг, безперервність електричних потенціалів та нормальних компонентів електричної індукції.

Підставляючи рішення (3) у граничні умови (4), вихідне завдання зведемо до нескінченної системи рівнянь щодо невідомих \bar{B}_j та \bar{D}_i

$$\begin{aligned} N(\varepsilon_{11,p}; k_p^*) \bar{D}_{2n-1} + N_u(e_{15,p}; \theta_p) \bar{B}_{2n-1} &= N(\varepsilon_0; 0) \bar{D}_{2n}, \\ N(\varepsilon_0; k_v^*) \bar{D}_{2n} &= N_u(e_{15,p}; 0) \bar{B}_{2n+1} + N(\varepsilon_{11,p}; 0) \bar{D}_{2n+1}, \\ \bar{M}(a_p; \theta_p) \bar{B}_{2n-1} + \bar{M}_u(e_{15,p}; k_p^*) \bar{D}_{2n-1} &= 0, \\ \bar{M}(a_p; 0) \bar{B}_{2n+1} + \bar{M}_u(e_{15,p}; 0) \bar{D}_{2n+1} &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

У системі (5) введено матриці

$$N(\varepsilon_{11,p}, k_p^*) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11,p} k \operatorname{ch} k_p^* & -\varepsilon_{11,p} k \operatorname{sh} k_p^* \\ -\operatorname{sh} k_p^* & \operatorname{ch} k_p^* \end{bmatrix},$$

$$N(\varepsilon_0, k_v^*) = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 k \operatorname{ch} k_v^* & -\varepsilon_0 k \operatorname{sh} k_v^* \\ -\operatorname{sh} k_v^* & \operatorname{ch} k_v^* \end{bmatrix},$$

$$N(e_{15,p}, \theta_p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -e_{15,p} k \sin \theta_p & e_{15,p} k \cos \theta_p \end{bmatrix},$$

вектор-рядки $\bar{M}(a_p; \theta_p) = [a_p \cos \theta_p; a_p \sin \theta_p]$, $\bar{M}_u(e_{15,p}; k_p^*) = [e_{15,p} k \operatorname{ch} k_p^*; -e_{15,p} k \operatorname{sh} k_p^*]$,

вектор-стовпці $\bar{B}_i = \operatorname{col}(B_i^{(1)}, B_i^{(2)})$, $\bar{D}_i = \operatorname{col}(D_i^{(1)}, D_i^{(2)})$ та позначення $k_p^* = kh_p$,

$$\theta_p = \Omega_p h_p, \quad a_p = c_{44,p}^* \Omega_p, \quad k_v^* = kh_v.$$

Виконавши ряд перетворень, систему рівнянь (5) можна звести до системи щодо невідомих \vec{D}_i

$$\begin{aligned} \bar{N}(\varepsilon_{11,p}; k_p^*; \theta_p) \vec{D}_{2n-1} &= N(\varepsilon_0; 0) \vec{D}_{2n}, \\ N(\varepsilon_0; k_v^*) \vec{D}_{2n} &= \bar{N}(\varepsilon_{11,p}; 0; 0) \vec{D}_{2n+1}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

де елементи матриці $\bar{N}(\varepsilon_{11,p}; k_p^*; \theta_p)$ мають вигляд

$$\begin{aligned} \bar{N}^{11} &= \varepsilon_{11,p} k \operatorname{ch} k_p^*, \quad \bar{N}^{12} = -\varepsilon_{11,p} k \operatorname{sh} k_p^*, \\ \bar{N}^{21} &= -\operatorname{sh} k_p^* - \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} R^{11} \sin \theta_p + \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} R^{21} \cos \theta_p, \quad \bar{N}^{22} = \operatorname{ch} k_p^* + \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} R^{22} \cos \theta_p; \\ R^{11} &= -\frac{ke_{15,p}}{a_p}, \quad R^{21} = \frac{-ke_{15,p} \operatorname{ch} k_p^* - a_p R^{11} \cos \theta_p}{a_p \sin \theta_p}, \quad R^{22} = \frac{ke_{15,p} \operatorname{sh} k_p^*}{a_p \sin \theta_p}. \end{aligned}$$

Використовуючи запропонований у [1] підхід, загальне рішення системи рівнянь (6) представимо у вигляді

$$\begin{aligned} \vec{D}_{2n-1} &= \sum_{j=1}^2 \chi_j^n \bar{N}^{-1}(\varepsilon_{11,p}; 0; 0) N(\varepsilon_0; k_v^*) N^{-1}(\varepsilon_0; 0) \vec{Y}_j, \\ \vec{D}_{2n} &= \sum_{j=1}^2 \chi_j^n N^{-1}(\varepsilon_0; 0) \vec{Y}_j, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

де χ_j^n і \vec{Y}_j ($j=1,2$) – характеристичні числа та відповідні їм власні вектори передавальної матриці

$$N = \bar{N}(\varepsilon_{11,p}; k_p^*; \theta_p) \bar{N}^{-1}(\varepsilon_{11,p}; 0; 0) N(\varepsilon_0; k_v^*) N^{-1}(\varepsilon_0; 0). \quad (8)$$

На основі системи рівнянь (5) отримаємо рішення для \vec{B}_{2n-1} у вигляді

$$\vec{B}_{2n-1} = \sum_{j=1}^2 (\vec{R}_1 + \vec{R}_2) \chi_j^n \bar{N}^{-1}(\varepsilon_{11,p}; 0; 0) N(\varepsilon_0; k_v^*) N^{-1}(\varepsilon_0; 0) \vec{Y}_j,$$

де введені вектор $\vec{R}_1 = \operatorname{col}(R^{11}; R^{22})$ і стовпці $\vec{R}_2 = \operatorname{col}(R^{21}; 0)$

Безпосередні обчислення показали, що $\det N = 1$. Тоді згідно [2-5], умова існування об'ємних електропружних хвиль зсуву має вигляд

$$|b_{pv}| = |(N^{11} + N^{22})/2| \leq 1, \quad b_{pv} = \operatorname{spur} N/2, \quad (8)$$

а рівняння

$$b_{pv} = \pm 1 \quad (9)$$

задають межі зон пропускання.

У граничному випадку, коли товщина щілини $h_v = 0$, дисперсійне рівняння (9) для меж зон пропускання набуде вигляду

$$a_p \sin \theta_p (\operatorname{ch} k_p^* \mp 1) + \frac{k(e_{15,p})^2}{\varepsilon_{11,p}} (\cos \theta_p \mp 1) = 0. \quad (10)$$

Знак «мінус» в (10) відповідає межам, де $b_{pv} = 1$. Неважко побачити, що $\cos \theta_p = \pm 1$ визначатиме коріння останнього рівняння.

Результати досліджень та їх обговорення.

Нормальні хвилі. Щоб отримати дисперсійні співвідношення для нормальних хвиль у загальному випадку припустимо, що новий пакет, який породжує структуру складається з M початкових «породжуючи» пакетів, а на зовнішніх границях x_0 і x_{MQ} відсутні зовнішні механічні напруги Виконавши перетворення, аналогічні проведеним вище, отримаємо характеристичне рівняння для передавальної матриці

$$\chi^2 - 2b_{MQ}\chi + 1 = 0, \quad (11)$$

де $b_{MQ} = (N_{MQ}^{11} + N_{MQ}^{22})/2$, $N_{MQ} = (N_Q)^M$, $M = 1, 2, \dots$. Виходячи з виду характеристичного рівняння, дисперсійне рівняння для нормальних хвиль у цьому випадку можна записати у вигляді

$$(b_{MQ} - 1)(b_{MQ} + 1) = 0 \quad (12)$$

Використовуючи формулу Абелеса [1,2]

$$(N_Q)^m = \begin{Bmatrix} N_Q^{11}U_{m-1}(b_Q) - U_{m-2}(b_Q) & N_Q^{12}U_{m-1}(b_Q) \\ N_Q^{21}U_{m-1}(b_Q) & N_Q^{22}U_{m-1}(b_Q) - U_{m-2}(b_Q) \end{Bmatrix},$$

дисперсійне рівняння (12) можна подати у вигляді

$$(b_Q U_{M-1}(b_Q) - U_{M-2}(b_Q) - 1)(b_Q U_{M-1}(b_Q) - U_{M-2}(b_Q) - 1) = 0. \quad (13)$$

Дисперсійне рівняння в цьому випадку для нормальних хвиль буде мати вигляд:

$$N_Q^{12}(b_Q)U_{M-1}(b_{MQ}) = 0, \quad (14)$$

де $U_{M-1}(b_{NQ})$ поліноми Чебишева. Аналіз рівняння (14) дозволяє вивчити особливості поширення нормальних хвиль в періодично-шаруватій структурі.

Поверхневі хвилі. Щоб отримати дисперсійні співвідношення для поверхневих хвиль припустимо, що маємо напівобмежену шарувату структуру $x > 0$, вільна поверхня якої $x = 0$ металізована і вільна від зовнішніх напруг. Виконавши перетворення запропоновані в [1], отримаємо дисперсійні співвідношення для поверхневих хвиль

$$N^{12} = 0, \quad |N^{11}| < 1 \quad (15)$$

Аналіз чисельних результатів. Нижче наведено результати чисельного аналізу отриманих дисперсійних рівнянь для меж зон пропускання об'ємних хвиль у разі,

коли шар п'єзоелектрика має параметри CdS. На рис.1 по осі абсцис відкладено безрозмірне хвильове число $\bar{k} = kh_p$, а по осі ординат – безрозмірна частота $\bar{\omega} = \omega h_p / c_p$ ($c_p^2 = c_{44,p} / \rho_p$).

В силу того, що межі зон лежать досить близько один до одного, на рисунку представлений лише фрагмент другої зони пропускання, який відображає основну закономірність зміни положення меж зон за різних товщій вакуумного зазору. При чисельному аналізі товщина шару CdS залишалася постійною

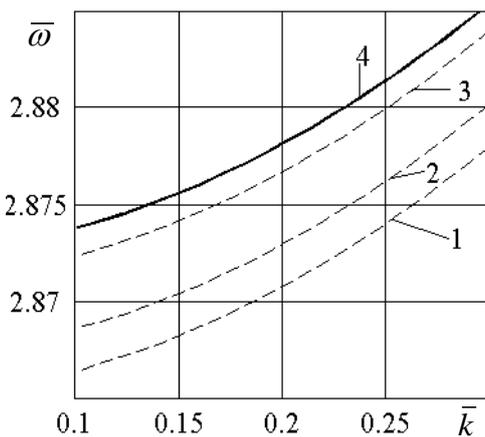


Рис. 1
Границі зон пропускання при різних h_v

$\bar{h}_p = h_p / h_p = 1$, а товщина щілини $\bar{h}_v = h_v / h_p$ була такою: $\bar{h}_v = 0$ (крива 1), $\bar{h}_v = 0,05$ (крива 2), $\bar{h}_v = 0,5$ (крива 3). Зазначені криві відповідають тим межам зон, де $b_{pv} = 1$. У межах масштабу малюнка межі зон, які визначаються рівнянням $b_{pv} = -1$ та відповідають різним значенням \bar{h}_v , практично збігаються і тому позначені однією кривою 4. Як очевидно з малюнка, кордон $b_{pv} = 1$ зі збільшенням \bar{h}_v наближається до кордону $b_{pv} = -1$.

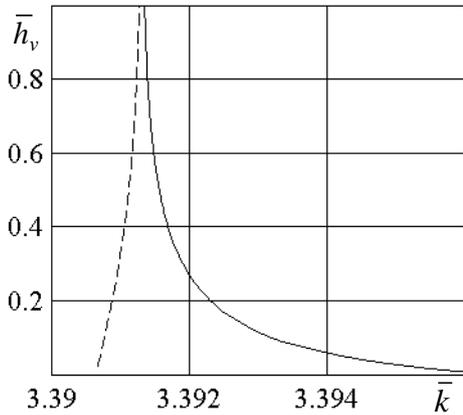


Рис. 2
Границі зон пропускання

На рис.2 в координатах (\bar{k}, \bar{h}_v) для другої зони пропускання $\bar{\omega} = 3,1$ нанесена суцільна крива, відповідна $b_{pv} = -1$, і штрихова крива, відповідна $b_{pv} = 1$. Наведені результати дозволяють простежити зміну ширини зони пропускання зі зростанням товщини вакуумного зазору.

Висновки і перспективи. Таким чином, в результаті чисельних експериментів встановлено існування зон пропускання для об'ємних електроакустичних хвиль у регулярно-шарових середовищах типу «п'єзоелектрик – щілина». Ці зони дуже вузькі порівняно з зонами замикання і локалізовані в околиці кривих $\cos\theta_p = \pm 1$. Зі збільшенням товщини вакуумного зазору \bar{h}_v ширина зони пропускання стає дедалі меншою, а межі зливаються і вироджується в лінію. Встановлено, що зі зростанням \bar{k} та $\bar{\omega}$ ширина зон незначно збільшується. При збільшенні ширини вакуумної щілини дисперсійні криві для нормальних хвиль зливаються в одну лінію.

Список використаних джерел.

1. Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Високочастотні властивості напівпровідників із надгратками. Москва: Наука, 1989. 287 с.
2. Богорощ О. Т., Воронов С. О., Котовський В. Й. Нові речовини. Ч. 2. П'єзоелектричні та сегнетоелектричні матеріали: Навч. посіб. Київ: НТУУ «КПІ», 2015. 252с.
3. Дьелесан Е., Руайє Д. Упругие волны в твердых телах. Перек. з франц.: Москва: Наука, 1982. 424 с.
4. Зінчук Л.П., Левченко В.В., Шульга М.О. Поширення об'ємних електропружних хвиль зсуву в регулярно-шаруватому середовищі типу метал - п'єзоелектрик. Мат. методи та фіз. - мат. поля. 1989. Вип. 30. С. 4-8.
5. Мэзон У. Физическая акустика: в 8 т. Перек. с англ. 1966. Т. 1. 585 с.
6. Поплавко Ю.М., Якименко Ю.І. П'єзоелектрики. Навч. посіб., Київ: НТУУ «КПІ», 2013. 328 с.
7. Шульга М.О. Основи механіки шаруватих середовищ періодичної структури. Київ: Наукова думка, 1981. 200 с.
8. Шульга М.О., Подліпенець О.М. Об'ємні хвилі в шаруватих композитах. Динаміка та стійкість матеріалів, Т.2 Київ: Наук. думка, 1993. С. 35–83.

9. Шульга М.О. Поширення зв'язаних хвиль у періодично-неоднорідних середовищах при взаємодії з електромагнітним полем. Прикл. механіка. 2003. Т.39, №10. С. 38 - 68.
10. Levchenko V.V. Localization of shear waves near layers separating two regularly laminated half-spaces *Int. Appl. Mech.* 2005. Vol.41, No 1. P. 98-103.
11. Sapriel J., Djafari-Rouhani D. Vibrations in superlattices // *Surf. SCI. Repts.* 1989. Vol.10. No 5. P.189-227.
12. H. van de Vaart. Magnetoelastic Love Wave propagation в metal-coated layered substrates . *Journal of Applied physics.* 1971. Vol. 48, No. 3. P. 5305 -5312.
13. Shul'ga N.A. Spatial Modes in Periodically Inhomogeneous Media. *Int. Appl. Mech.* 2005. Vol. 41, No 5. P. 463-468.
14. Shul'ga N.A. Effective magnetoelastic properties of laminated composites. *Int. Appl. Mech.* 2006. Vol.42, No 8. P. 879-885

References

1. Bass F.G., Bulgakov A.A., Tetervov A.P. (1989). High-frequency properties of semiconductors with superlattices. Moscow: Science, 287.
2. Bogorosh O. T., & Voronov S. O. Kotovsky V. Y. (2015). *New substances. Part 2. Piezoelectric and ferroelectric materials.* Kyiv: NTYY «KPI», 252.
3. Dielesan E., & Royer D. (1982). *Elastic waves in solids.* Translated from French. Moscow: Nauka, 424.
4. Zinchuk L.P., & Levchenko V.V., Shulga N.A. (1989). Propagation of bulk electroelastic shear waves in a regularly layered medium of the metal-piezoelectric type. *Mat. methods and phys. - mat. Fields*, 1989, 30, 4 - 8.
5. Maison U. (1966), *Physical acoustics: in 8 volumes*, Vol.1. Trans. with English. Moscow: Nauka, 585.
6. Poplavko Yu.M., & Yakymenko Yu I. (2013). *Piezoelectrics.* Teaching manual. Kyiv: NTUU "KPI", 328.
7. Shulga N.A. (1981). *Fundamentals of Mechanics of Layered Media of Periodic Structure.* Kyiv: Naukova Dumka, 200.
8. Shulga N.A., & Podlipenets O.M. (1993) *Volume Waves in Layered Composites. Dynamics and Stability of Materials.* Kyiv: Naukova Dumka, 35 - 83.
9. Shulga N.A. (2003). Propagation of coupled waves in periodically inhomogeneous media when interacting with an electromagnetic field. *Applied Mechanics.* 39(10), 38 - 68.
10. Levchenko V.V. (2005). Localization of shear waves near layers separating two regularly laminated half-spaces. *Int. Appl. Mech.*, 41(1), 98-103.
11. Sapriel J. & Djafari-Rouhani D. (1989). *Vibrations in superlattices.* *Surf. SCI. Repts.*, 10(5), 189-227.
12. H. van de Vaart. (1971). Magnetoelastic Love-Wave propagation в metal-coated layered substrates. *Journal of Applied physics*, 48(3), 5305 -5312.
13. Shulga N.A. (2005). Spatial Modes in Periodically Inhomogeneous Media. *Int. Appl. Mech.*, 41(5), 463-468.
14. Shulga N.A (2006). Effective magnetoelastic properties of laminated composites *Int. Appl. Mech.*, 42(8),. 879-885.

**MATHEMATICAL MODELING OF THE PROPAGATION OF
ELECTROACOUSTIC SHEAR WAVES IN A LAYERED PERIODIC MEDIUM
"PIEZOELECTRIC - GAP"**

V. Levchenko

Abstract. *The paper developed a method for constructing dispersion relations for bulk, surface and normal electroelastic shear waves propagating in layered-periodic media formed by repeating a "generating" package consisting of a piezoelectric layer and a vacuum layer that does not have electrical properties. As a result of the analytical calculations, dispersion relations for surface, normal and bulk electroelastic shear waves were obtained. CdS was considered as a piezoelectric material. The obtained dispersion relations were numerically analyzed for different layer geometries and physical properties of materials forming the "generating" package. . Numerical analysis showed that a feature of the obtained bulk wave spectrum is that in the range of changes in the wave number and circular frequency, the zone boundaries do not intersect. The spectrum of normal waves is formed by a set of dispersion curves, which is localized in the zones of transmission of bulk waves except for one dispersion curve from the set. This curve is a dispersion curve for surface modes. The set of dispersion curves of normal modes consists of n curves (n is the number of electroelastic "generating" packages in the structure). The influence of the physical-mechanical and geometric parameters of the layers on the structure of the blocking and transmission zones has been studied, and the influence of the piezoelectric effect has also been investigated.*

Based on the approaches proposed in previous works, the problems of bulk, surface and normal electroelastic waves are reduced to the study of the properties of the transmission matrices of the "generating" package of layers, through the elements of which the desired dispersion relations are expressed. In the work, it was possible, using the condition of metallization on the outer surfaces of the package, to write the dispersion relations through the elements of the second-order matrices instead of the fourth, which made it possible to simplify the analysis of the dispersion equations.

Key words: *bulk, surface and normal shear waves, periodic layered structure, piezoelectric, layer with vacuum properties, transmission zones, blocking zones of bulk waves*