

УДК 631.362

DOI 10.31548/energiya1(83).2026.038

**ОСОБЛИВОСТІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ТЕРМООБРОБКИ ЗЕРНА**

*Р. А. Калініченко., кандидат технічних наук, доцент  
ВП НУБіП України «Ніжинський агротехнічний інститут»*

<https://orcid.org/0000-0001-9325-1551>

[E-mail: rkalinichenko@ukr.net](mailto:rkalinichenko@ukr.net)

**Анотація.** Розглянуто процеси тепло- та масопереносу під час конвективного сушіння зернового матеріалу. Метою роботи є розроблення та ідентифікація математичної моделі кінетики нагрівання і сушіння зерна з урахуванням змінних теплофізичних властивостей матеріалу. Як базову модель використано систему диференціальних рівнянь О.В. Ликова, для тонкого шару зерна з урахуванням нестационарності процесу та залежності коефіцієнту вологості від температури і вологовмісту зернівки.

Запропоновано спрощену аналітичну залежність для коефіцієнта сушіння, що дозволяє зменшити обчислювальну складність для аналітичного розв'язку моделі без втрати точності. Проведено ідентифікацію параметрів моделі на основі експериментальних даних із застосуванням методу зворотних задач на основі аналітичного розв'язку запропонованої математичної моделі. Отримано емпіричні залежності коефіцієнтів моделі від початкової вологості зерна та основних режимних параметрів процесу сушіння.

Результати чисельного моделювання на моделі з ідентифікованими змінними коефіцієнтами добре узгоджуються з експериментальними даними, що підтверджується високим значенням коефіцієнта множинної кореляції ( $R=0,96-0,99$ ). Запропонована математична модель із змінними ідентифікованими коефіцієнтами може бути використана для прогнозування кінетики сушіння зерна при визначенні раціональних режимів роботи зерносушарок та розроблення інтелектуальних систем керування з метою підвищення енергоефективності процесу при збереженні якості зернового матеріалу.

**Ключові слова:** тепло- і масоперенос, сушіння, нагрівання, зерновий матеріал

**Вступ.** Зернові культури відіграють ключову роль у забезпеченні продовольчої безпеки людства. За даними FAO, у 2024/25 маркетинговому році світове виробництво зернових становило близько 2,8 млрд т [1]. Значна частка зібраного врожаю потребує післязбиральної термічної обробки, передусім сушіння, для забезпечення якісного тривалого зберігання.

В Україні понад 50 % зернового вроху характеризується підвищеною вологістю, що зумовлює необхідність його обов'язкового сушіння. Водночас теплове сушіння є складним нестационарним та енергоємним процесом, частка енергетичних втрат у якому може досягати до 55% від загального енергоспоживання [2], це визначає актуальність розроблення енергоефективних технологій сушіння за умови збереження якості зерна [3].

Підвищені енерговитрати в сучасних зерносушарках обумовлені нерівномірністю сушіння, низькою інформативністю систем поточного контролю та недостатнім рівнем автоматизації. Фізично процес фільтраційного сушіння в товстому шарі зерна характеризується складним взаємопов'язаним тепло- та масообміном у колоїдному капілярно-пористому матеріалі та зміною параметрів сушильного агента за товщиною шару.

Незважаючи на значну кількість досліджень, більшість розроблених математичних моделей процесу сушіння ґрунтуються на спрощених припущеннях, які не враховують зміну теплофізичних параметрів зерна за процес, нестационарність параметрів сушильного агента при його фільтрації через шар.

У зв'язку з цим розроблення адекватної математичної моделі тепло- та масообміну в шарі зерна є необхідною передумовою для оптимізації режимів сушіння за критеріями енергоефективності, продуктивності та якості, а також для створення інтелектуальних систем керування процесом.

**Огляд літературних джерел.** Розрахунок кінетики сушіння, як правило, здійснюється з використанням емпіричних рівнянь, отриманих шляхом обробки експериментальних даних

[4,5,6] та напівемпіричних, зокрема, рівняння О. В. Ликова [7]. Такі підходи широко застосовуються завдяки відносно простій реалізації та можливості швидкого отримання інженерних обґрунтувань режимних параметрів сушіння [8,9].

Водночас результати, отримані з використанням напівемпіричних і емпіричних моделей, мають низку суттєвих обмежень. Оскільки, вони, як правило, не враховують в математичних моделях зміну в процесі сушіння теплофізичних коефіцієнтів – теплопровідності, вологопровідності, теплообміну і масообміну [10,11]. Крім того, напівемпіричні та емпіричні розрахункові залежності є справедливими лише в межах вузького діапазону режимних параметрів (температури і вологовмісту агента сушіння, швидкості повітряного потоку, початкової вологості зерна), за яких проводилися відповідні експерименти [12]. Це обмежує можливості їх застосування для аналізу та підвищення ефективності роботи зерносушарок в умовах різноманітних початкових параметрів зернового матеріалу та відповідних технологічних режимів.

**Мета дослідження** – формулювання математичної моделі процесу тепло- та масопереносу в зерновому шарі у вигляді системи взаємопов'язаних диференціальних рівнянь, які описують зміну в часі середньооб'ємних значень температури та вологовмісту зернівки за умов конвективного теплопідведення та ідентифікація коефіцієнтів моделі, що залежать від температури і вологовмісту зерна.

**Матеріали і методи дослідження.** Для визначення раціональних режимів сушіння зернового матеріалу та оптимізації технологічних і конструкційних параметрів зерносушарок необхідним є дослідження кінетики сушіння і нагріву як окремих зернівок, так і шару зерна в процесі їх взаємодії із сушильним агентом.

Кінетика сушіння окремих зернівок визначається взаємопов'язаними процесами внутрішнього тепло- та масопереносу, тоді як процес сушіння шару зерна суттєво залежить від гідродинамічного режиму фільтрації сушильного агента в міжзерновому просторі матеріалу.

З огляду на це, в основу досліджень покладено аналітично-експериментальний підхід, що базується на математичній моделі коефіцієнти якої ідентифіковані за експериментальними даними, що дає можливість врахування внутрішнього тепломасопереносу у зерні та зовнішнього тепло- і вологообміну із сушильним агентом.

**Результати досліджень та їх обговорення.** Концепція аналітичного моделювання кінетики конвективного сушіння зернового та насінневого матеріалу передбачає використання в якості базової моделі систему диференціальних рівнянь О.В.Ликова, які за відсутності молярного і термоградієнтного масопереносу та з урахуванням внутрішніх фазових перетворень при вираженні рухомих сил тепломасопереносу через градієнти температури і вологовмісту для тіла у вигляді кулі мають вигляд [13]:

$$c_z \rho \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \lambda \nabla^2 \theta + \varepsilon r_0 \rho \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 U + \varepsilon \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad (2)$$

або:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_T \nabla^2 \theta + \frac{\varepsilon r_0}{c_z} \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_{mef} \nabla^2 U; \quad (4)$$

де  $\theta, U$  – температура і вологовміст матеріалу;  $a_T = \frac{\lambda}{c_z \rho}$ , – коефіцієнт теплопровідності;

$a_{mef} = \frac{\lambda_m}{c_m^* \rho_0} (1 - \varepsilon) = a_m (1 - \varepsilon)$  – ефективний коефіцієнт вологопровідності;  $\varepsilon$  – критерій фазового перетворення;  $\rho$  – густина матеріалу, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  – питома об'ємна теплоємність матеріалу,  $c = c_z \rho$ ;  $c_z$  – питома теплоємність матеріалу, на одиницю маси кг;  $r_0$  – питома теплота пароутворення;  $\nabla \theta, \nabla U$  – градієнти поля температури і вологовмісту в тілі.

Приймемо такі припущення: поля температури  $\theta(r, \tau)$  і вологості  $U(r, \tau)$  однорідні за об'ємом зернини:  $\theta(r, \tau) \approx \theta(\tau)$ ,  $U(r, \tau) \approx U(\tau)$ , тобто внутрішні градієнти температури і

вологості малі, відповідно, температуру і вологість зернівки приймаємо рівною за радіусом; потоки через поверхню описуються законом Ньютона для тепла і аналогічною залежністю для масопереносу; зернівку розглядаємо у вигляді кулі з еквівалентним радіусом:

$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (5)$$

За таких припущень усереднимо температуру в рівнянні (1) за об'ємом кулі:

$$c_p V \frac{d\theta}{d\tau} = \lambda \iiint \nabla^2 \theta dV + V \varepsilon r_0 \frac{dU}{d\tau}; \quad (6)$$

Застосуємо до рівняння (6) перетворення Гауса:

$$\iiint \nabla^2 \theta dV = \iint \frac{\partial \theta}{\partial n} dS; \quad (7)$$

і врахувавши, що тепловий потік  $q = -\lambda \left( \frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_s \approx \alpha (\theta - t_c)$ , де  $\alpha$  – коефіцієнт конвективного теплообміну,  $t_c$  – температура зовнішнього середовища, матимемо:

$$\lambda \iint \frac{\partial \theta}{\partial n} dS = -\alpha F (\theta - t_c); \quad (8)$$

де,  $F$  – поверхня сфери (зернівки).

Тоді рівняння (6) матиме вигляд:

$$c_z \rho V \frac{d\theta}{d\tau} = -\alpha F (\theta - t_c) + V \varepsilon \rho r_0 \frac{dU}{d\tau}. \quad (9)$$

Поділимо ліву і праву частину (9) на  $c_z \rho V$ :

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\alpha F}{c_z \rho V} (t_c - \theta) + \frac{\varepsilon r_0}{c_z} \frac{dU}{d\tau}. \quad (10)$$

Зробимо позначення:

$$k_\theta = \frac{\alpha F}{c_z \rho V}. \quad (11)$$

Враховуючи, що площа поверхні сфери  $F = 4\pi R^2$  і об'єм  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , рівняння (11) переписеться у вигляді:

$$k_\theta = \frac{3\alpha}{c_z \rho R}. \quad (12)$$

Коефіцієнт теплообміну  $\alpha$  виразимо з теплообмінного критерію Біо [14]:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot R}{\lambda}. \quad (13)$$

Тоді:

$$k_\theta = 3a_T \frac{Bi}{R^2}. \quad (14)$$

Підставимо (14) в (10) отримаємо:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = k_\theta (t_c - \theta) + \frac{\varepsilon r_0}{c_z}. \quad (15)$$

Аналогічні припущення і перетворення застосуємо до рівняння (4), отримаємо:

$$\frac{dU}{d\tau} = 3 \frac{\beta}{R} (U - U_p). \quad (16)$$

Коефіцієнт вологообміну  $\beta$  визначимо з масообмінного критерію Біо [15]:

$$Bi_m = \frac{\beta \cdot R}{a_{mef}}. \quad (17)$$

Матимемо:

$$k_c = 3a_{mef} \frac{Bi_m}{R^2}. \quad (18)$$

Враховувавши (17) і (18) рівняння (16) запишемо у вигляді:

$$\frac{dU}{d\tau} = k_c (U - U_p). \quad (19)$$

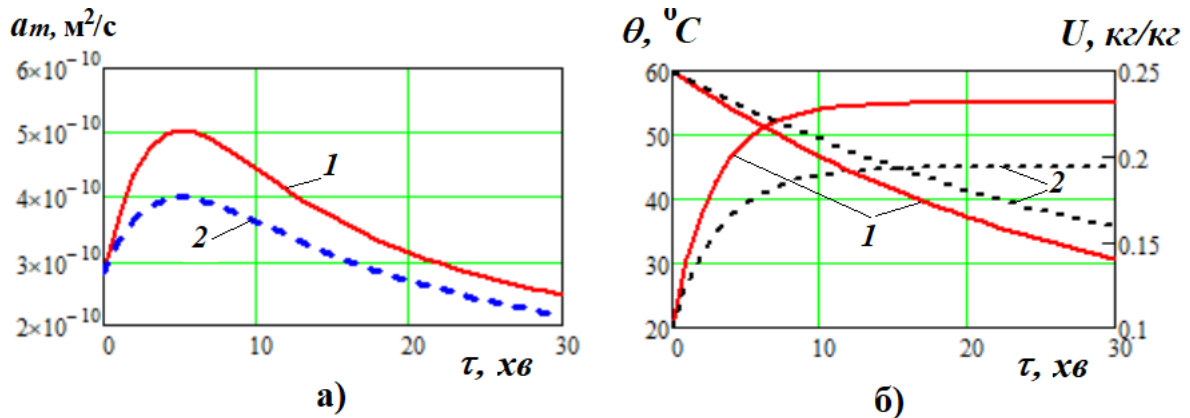
Рівняння (15) і (19) представляють замкнуту систему диференціальних рівнянь, їх сумісний розв'язок дозволяє визначати кінетики конвективного сушіння і нагрівання зерна.

Коефіцієнт ефективної вологопровідності  $a_{mef}$ , за дослідженнями Гінзбурга А.С., суттєво залежить від вологовмісту і температури матеріалу [16]:

$$a_m = \frac{1}{AU^2 + BU + C} \left[ \frac{T}{293} \right]^M \cdot 10^{-9} \quad (20)$$

де, А,В,С,М – емпіричні коефіцієнти, U – вологовміст зерна, кг/кг; Т – температура зерна, К.

Залежність (20) має складний характер зміни, ілюстрація – (рис.1.а) в залежності від зміни температури і вологовмісту зерна в процесі сушіння – рис.1.б.



**Рис.1. Залежність коефіцієнта вологопровідності:**

*a* – від зміни температури, *б* – вологовмісту зерна в процесі сушіння

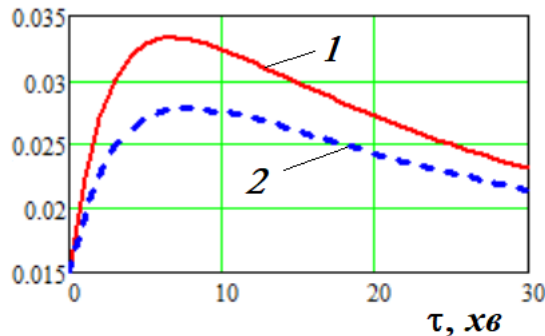
Характер зміни коефіцієнта сушіння (18), визначатиметься в першу чергу, зміною коефіцієнта вологопровідності  $a_{mef}(U, \theta)$ . Використання існуючих громіздких емпіричних залежностей коефіцієнту вологопровідності матеріалу для коефіцієнта сушіння  $k_c(U, \theta)$  в системі рівнянь (15), (19) призводить до значного ускладнення їх розв’язку.

Припустивши, що  $k_c(U, \theta)$  змінюється прямопропорційно добутку температури на вологовміст матеріалу, отримали залежність:

$$k_c(U, \theta) = k \cdot U(\tau) \cdot \theta(\tau). \tag{21}$$

Для типових кінетик конвективного нагрівання і сушіння, представлених на рис.1.б. характер зміни коефіцієнта сушіння  $k_c(U, \theta)$  на рис.2 відповідає характеру зміни коефіцієнта вологопровідності  $a_{mef}(U, \theta)$ , що представлені на рис.1.а.

$k_c, 1/xв$



**Рис.2. Характер зміни  $k_c(U, \theta)$  за рівнянням (21)**

Коефіцієнт нагріву  $k_\theta$  приймали незмінним за процес, оскільки залежність нагріву від зміни вологовмісту зерна визначається другим доданком рівняння (15).

Підставимо (21) в систему (15),(19), отримаємо систему рівнянь:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = k_\theta(t_c - \theta(\tau)) + \varepsilon \frac{r_0}{c_z} \frac{dU}{d\tau}; \tag{22}$$

$$\frac{dU}{d\tau} = -k \cdot U(\tau) \cdot \theta(\tau)(U(\tau) - U_p); \tag{23}$$

Система нелінійних диференціальних рівнянь, (22)-(23) аналітично не вирішується, для її використання при чисельних розрахунках потрібно ідентифікувати коефіцієнт пропорційності –  $k$ . Для ідентифікації  $k$  робили такі дії.

Кінетику сушіння матеріалу, визначали з розв’язку рівняння Ликова, для постійного коефіцієнта сушіння:

$$U(\tau) = U_p + (U_0 - U_p)e^{-K\tau}, \tag{24}$$

де,  $K$  – коефіцієнт сушіння, незмінний за весь процес;  $U_0$  – початковий вологовміст.

З рівняння (24) за відомою експериментальною експозицією сушіння  $\tau_k$  до кінцевого вологовмісту  $U_k$ , коефіцієнт сушіння –  $K$  визначали із залежності:

$$K = \frac{1}{\tau_k} \ln \frac{U_0 - U_p}{U_k - U_p}. \tag{25}$$

Продиференціювавши рівняння (24) і підставивши в (22), отримали, систему рівнянь:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = k_\theta(t_c - \theta(\tau)) - \varepsilon \frac{r_0}{c_z} K(U_0 - U_p)e^{-K\tau}; \tag{26}$$

$$\frac{dU}{d\tau} = -k \cdot U(\tau) \cdot \theta(\tau)(U(\tau) - U_p). \tag{27}$$

Аналітичним рішенням системи (26)-(27), за початкових умов:  $U(0) = U_0$  ;  $\theta(0) = \theta_0$  є такі залежності:

$$\theta(\tau) = \frac{e^{-K\tau}}{K - k_\theta} \left[ e^{k_\theta\tau}(K - k_\theta)t_c + K \frac{\varepsilon r_0}{c_z}(U_0 - U_p) + e^{(K - k_\theta)\tau} \left[ k_\theta(t_c - \theta_0) + K \left( \theta_0 - t_c + \frac{\varepsilon r_0}{c_z} U_p - \frac{\varepsilon r_0}{c_z} U_0 \right) \right] \right]; \tag{28}$$

$$U(\tau) = U_0 U_p \left[ U_0 + (U_p - U_0) e^{\frac{k U_p}{k_\theta} \left[ t_c + \frac{\varepsilon r_0}{c_z} U_0 - \frac{\varepsilon r_0}{c_z} U_p - \theta_0 + A \right]} \right]^{-1}. \tag{29}$$

де,  $A$  – комплекс:

$$A = \frac{1}{K - k_\theta} \left[ e^{-K\tau}(U_0 - U_p) \frac{\varepsilon r_0}{c_z} k_\theta + e^{-k_\theta\tau} \left[ k_\theta(t_c - \theta_0) + K \left( \theta_0 + \frac{\varepsilon r_0}{c_z} U_p - t_c - \frac{\varepsilon r_0}{c_z} U_0 \right) + t_c k_\theta(k_\theta - K) \right] \right]^{-1}. \tag{30}$$

За експериментальними даними дослідження [17] і відпрацьованою методикою ідентифікації, що реалізує метод зворотних задач [14, 15], на першому етапі знаходили  $k_\theta$  для залежності (28), а потім  $k$  – для залежності (29) разом з (30).

Рівноважну вологість зерна визначали за залежністю [18]:

$$U_p(t_c, d) = b_0 \cdot t_c^{b_1} \cdot d^{b_2}; \tag{31}$$

де,  $t_c$  – температура сушильного агента,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $d$  – вологовміст сушильного агента,  $\text{г}/\text{м}^3$ ;  $b_0 = 0.725$  ;  $b_1 = -1.2133$ ;  $b_2 = 0.8826$  – емпіричні коефіцієнти.

На рис.3 і рис.4 наведені екранні фрагменти ідентифікації коефіцієнтів нагрівання і сушіння.

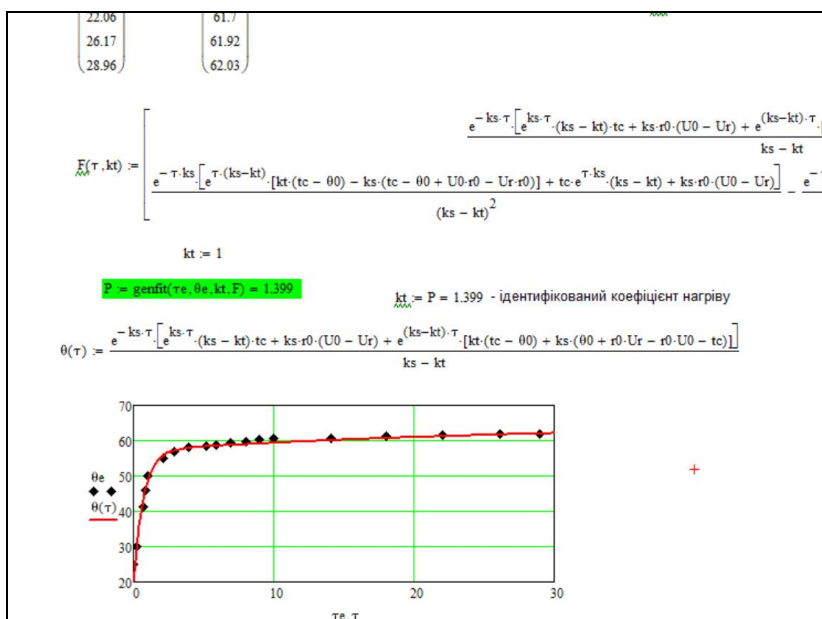


Рис. 3. Екранний фрагмент ідентифікації нагрівання (на графіку відображені експериментальні точки та аналітична крива за формулою (28) з ідентифікованим коефіцієнтом  $k_\theta$ )

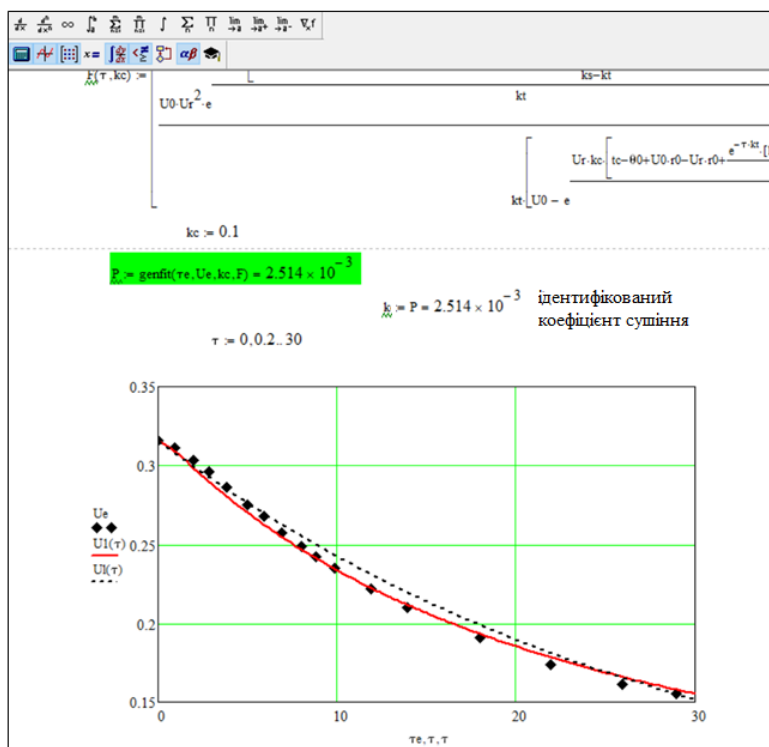


Рис. 4. Екранний фрагмент ідентифікації сушіння (на графіку експериментальні точки і крива за формулою (29); пунктирна крива за (24) для постійного К)

Значення ідентифікованих коефіцієнти  $k_\theta$  і  $k$  для різного початкового вологовмісту зерна ( $U_0$ ) і визначальних параметрів проведення процесу сушіння ( $V$  – швидкість фільтрації сушильного агента, м/с;  $t_c$  – температура сушильного агента) апроксимували в пакеті Statistica і отримали такі емпіричні залежності:

$$k_\theta = 0,657U_0^{-0.41}V^{0.653}; \tag{32}$$

$$k = 0.008U_0^{-0.5}V^{0.312}t_c^{1.192} \cdot 10^{-3}; \tag{33}$$

Коефіцієнти множинної кореляції  $R=0.9$ ,  $R=0.985$  для (32) і (33), відповідно.

Підставивши ідентифіковані залежності (32)-(33) в систему (22)-(23) отримали уточнену математичну модель для чисельного розрахунку кінетик сушіння і нагрівання:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = 0,657U_0^{-0.41}V^{0.653}(t_c - \theta(\tau)) + \varepsilon \frac{r_0}{c_z} \frac{dU}{d\tau}; \tag{34}$$

$$\frac{dU}{d\tau} = -[0.008U_0^{-0.5}V^{0.312}t_c^{1.192} \cdot 10^{-3}] \cdot U(\tau) \cdot \theta(\tau)(U(\tau) - U_p); \tag{35}$$

Приклад розрахунку кінетик сушіння і нагріву за моделлю (34)-(35) і експериментальні точки, представлені на рис.5.

Порівняння результатів чисельного моделювання за моделлю (34)-(35) із експериментальними даними показало високий рівень адекватності запропонованої моделі, що підтверджується значеннями коефіцієнтів множинної кореляції в межах  $R = 0,96-0,99$ . Це свідчить про можливість її практичного застосування для моделювання кінетики нагрівання та сушіння зерна в розрахунках сушильного обладнання.

**Висновки.** У роботі сформульовано та обґрунтовано математичну модель процесу тепло- та масопереносу в тонкому шарі зерна за умов конвективного сушіння, яка базується на системі диференціальних рівнянь О.В. Ликова із теплофізичними коефіцієнтами, що враховують змінні параметри матеріалу і умови проведення процесу. Змінні коефіцієнти описані емпіричними залежностями ідентифікованими за експериментальними даними. Запропонований аналітично-експериментальний підхід дозволяє з високою точністю описувати нестационарний характер процесів нагрівання та зневоднення зерна з урахуванням залежності коефіцієнта сушіння від температури та вологовмісту матеріалу.

Вперше запропоновано спрощену аналітичну залежність для коефіцієнта сушіння у вигляді пропорційності добутку температури та вологовмісту зерна, що суттєво зменшує

складність чисельної реалізації моделі без втрати точності. За результатами ідентифікації параметрів моделі на основі експериментальних даних отримано емпіричні залежності коефіцієнтів моделі, які враховують початкову вологість зерна та основні режимні параметри сушильного агента.



$v = 0.5$  - швидкість сушильного агента, м/с       $t_c = 50$  - температура сушильного агента, °C

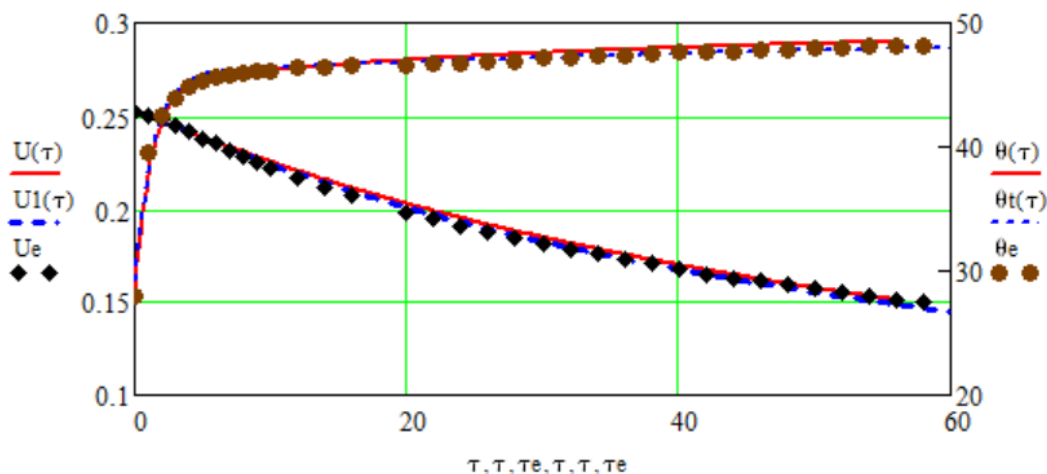
$U_0 = 0.252$  - початковий вологовміст зерна

Given

$$\frac{d}{d\tau} U(\tau) = - \left[ (0.008 \cdot U_0^{-0.5} \cdot v^{0.312} \cdot t_c^{1.192}) \cdot 10^{-3} \right] \cdot U(\tau) \cdot \theta(\tau) \cdot (U(\tau) - U_r) \quad \theta(0) = \theta_0$$

$$\frac{d}{d\tau} \theta(\tau) = - (0.657 \cdot U_0^{-0.41} \cdot v^{0.653}) \cdot (\theta(\tau) - t_c) + \frac{r_0 \cdot \epsilon}{C} \cdot \frac{d}{d\tau} U(\tau) \quad U(0) = U_0$$

$$\begin{pmatrix} U \\ \theta \end{pmatrix} = \text{Odesolve} \left[ \begin{pmatrix} U \\ \theta \end{pmatrix}, \tau, 56 \right]$$



**Рис.5. Екранний фрагмент чисельного розрахунку за математичною моделлю (34)-(35) (суцільні криві – розраховані на моделі; пунктирні – з незмінними ідентифікованими коефіцієнтами для конкретних умов процесу)**

Отримані результати створюють наукове підґрунтя для розроблення енергоефективних режимів сушіння та впровадження інтелектуальних систем керування зерносушильними установками з метою підвищення продуктивності процесу та збереження якості зернової продукції.

#### Список використаних джерел

1. Прогноз світового виробництва зернових у 2024/25 МР від ФАО не змінився – 2,8 млрд тонн [Електронний ресурс] // Superagronom.com : [сайт]. URL: <https://superagronom.com/news/20281-prognoz-svitovogo-virobnitstva-zernovih-u-2024-25-mr-vid-fao-ne-zminivnya-28-mlrd-tonn> (дата звернення: 01.04.2026).

2. Пазюк В. М., Дуб В. В., Седих К. В. Фактори підвищення інтенсивності та енергоефективності сушіння зернових культур // Таврійський науковий вісник. Серія: Технічні науки. 2023. № 5. С. 123–130.

3. Sniezhkin Y., Petrova Z. Energy consumption and environmental aspects of drying processes // Science and Innovation. 2023. Vol. 19, no. 2. P. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.15407/scine19.02.044>.
4. Current Status of Grain Drying Technology and Equipment Development: A Review / P. Yu, W. Zhu, C. Shen [et al.] // Foods. 2025. Vol. 14. P. 2426. DOI: <https://doi.org/10.3390/foods14142426>.
5. Ramaj I., Schock S., Müller J. Drying Kinetics of Wheat (*Triticum aestivum* L., cv. 'Pionier') during Thin-Layer Drying at Low Temperatures // Applied Sciences. 2021. Vol. 11, iss. 20. P. 9557. DOI: <https://doi.org/10.3390/app11209557>.
6. Erbay Z., Icier F. A review of thin layer drying of foods: Theory, modeling, and experimental results // Crit. Rev. Food Sci. Nutr. 2010. Vol. 50. P. 441–464. DOI: <https://doi.org/10.1080/10408390802437063>
7. Математичне моделювання процесів конвективного сушіння / М. Л. Гірник, В. М. Гербеї, З. Ю. Мазяк [та ін.]. Київ : Будівельник, 1993. 248 с.
8. Дідух В. Ф. Підвищення ефективності сушіння сільськогосподарських рослинних матеріалів. Луцьк : ЛДТУ, 2002. 163 с.
9. Гапонюк І. І. Науково-технічні основи високопродуктивних інноваційних технологій післязбиральної обробки зерна : дис. ... д-ра техн. наук : 05.18.02 / Нац. ун-т харч. технологій. Київ, 2012. 370 с.
10. Адамчук В. В., Швидя В. О. Математична модель нагріву насіння перемішуванням в барабані вакуумної сушарки насіння // Механізація та електрифікація сільського господарства. 2021. Вип. 13 (112). С. 89–96.
11. Matouk A., El-Sayed A., Tharwat A., Farhan M. Thin Layer Drying Kinetics of Wheat Grain in a Convective Hot-Air Dryer // Journal of Soil Sciences and Agricultural Engineering. 2019. Vol. 10. P. 133–138. DOI: <https://doi.org/10.21608/jssae.2019.36680>.
12. Mathematical modeling for drying flint corn in a thin layer / L. A. da Costa, J. L. F. de Souza, R. Huebner [et al.] // Pesquisa Agropecuária Brasileira. 2022. Vol. 57. e02845. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1678-3921.pab2022.v57.02845>.
13. Котов Б. І. Моделювання технологічних процесів в типових об'єктах післязбиральної обробки і зберігання зерна (очищення, сепарація, сушіння, активне вентилявання, охолодження) : колект. монографія. Київ ; Ніжин : Лисенко М. М., 2017. 551 с.
14. Калініченко Р. А. Визначення теплофізичних коефіцієнтів в розв'язках рівняння теплопровідності для ідентифікації процесів термообробки зерноматеріалів // Науковий вісник НУБіП України. Серія: Техніка та енергетика АПК. 2016. Вип. 241. С. 325–333.
15. Калініченко Р. А. Алгоритм параметричної ідентифікації аналітичного математичного опису динаміки низькотемпературного сушіння зернових матеріалів // Механізація та електрифікація сільського господарства. 2016. Вип. 3 (102). С. 181–188.
16. Гинзбург А. С., Савина І. М. Массовлагодобменные характеристики пищевых продуктов. М. : Легкая и пищевая пром-сть, 1982. 280 с.
17. Пазюк В. М. Теплотехнічні основи сушіння насінневого зерна : дис. ... д-ра техн. наук : 05.14.06. Київ, 2019. 356 с.
18. Mathematical modelling and investigation of the grain drying process in bunker units with radial supply of drying agent / B. Kotov, V. Voitiuk, R. Kalinichenko [et al.] // Machinery & Energetics. 2025. Vol. 16, no. 3. P. 33–47. DOI: <https://doi.org/10.31548/machinery/3.2025.33>.

## FEATURES OF IDENTIFICATION OF GRAIN THERMAL PROCESSING

*R. Kalinichenko*

**Abstract.** *The article considers the processes of heat and mass transfer during convective drying of grain material. The purpose of the work is to develop and identify a mathematical model of grain heating and drying kinetics, taking into account variable thermophysical properties of the material. As a basic model, a system of differential equations proposed by O.V. Lykov is used for a thin grain layer, considering the non-stationary nature of the process and the dependence of moisture diffusivity coefficients on the temperature and moisture content of the grain kernel.*

*A simplified analytical relationship for the drying coefficient is proposed, which makes it possible to reduce the computational complexity of the analytical solution of the model without loss of accuracy. Model parameters were identified based on experimental data using the inverse problem method and the analytical solution of the proposed mathematical model. Empirical dependences of the model coefficients on the initial grain moisture content and the main operating parameters of the drying process were obtained.*

The results of numerical simulation using the model with identified variable coefficients show good agreement with experimental data, which is confirmed by a high value of the multiple correlation coefficient ( $R = 0.96-0.99$ ). The proposed mathematical model with variable identified coefficients can be used to predict grain drying kinetics when determining rational operating modes of grain dryers and developing intelligent control systems aimed at increasing the energy efficiency of the process while maintaining grain quality.

**Keywords:** heat and mass transfer, drying, heating, grain material

### References

1. Superagronom.com. (2024). Forecast of world grain production in the 2024/25 MY from FAO has not changed - 2.8 billion tons [in Ukrainian]. Retrieved from <https://superagronom.com/news/20281-prognoz-svitovogo-virobnitstva-zernovih-u-2024-25-mr-vid-fao-ne-zminivsyia--28-mlrd-tonn>
2. Paziuk, V. M., Dub, V. V., & Siedykh, K. V. (2023). Factors increasing the intensity and energy efficiency of grain drying. Taurian Scientific Herald. Series: Technical Sciences, 5, 123-130. [in Ukrainian].
3. Sniezhkin, Y., & Petrova, Z. (2023). Energy consumption and environmental aspects of drying processes. Science and Innovation, 19(2), 44-55. <https://doi.org/10.15407/scine19.02.044>
4. Yu, P., Zhu, W., Shen, C., Qiao, Y., Zhang, W., Zhu, Y., ... Cai, J. (2025). Current status of grain drying technology and equipment development: A review. Foods, 14, 2426. <https://doi.org/10.3390/foods14142426>
5. Ramaj, I., Schock, S., & Müller, J. (2021). Drying kinetics of wheat (*Triticum aestivum* L., cv. 'Pionier') during thin-layer drying at low temperatures. Applied Sciences, 11(20), 9557. <https://doi.org/10.3390/app11209557>
6. Erbay, Z., & Icier, F. (2010). A review of thin layer drying of foods: Theory, modeling, and experimental results. Critical Reviews in Food Science and Nutrition, 50, 441-464. DOI: <https://doi.org/10.1080/10408390802437063>
7. Hirnyk, M. L., Herbei, V. M., & Maziak, Z. Iu. (1993). Mathematical modeling of convective drying processes. Kyiv, Ukraine: Budivelnyk. [in Ukrainian].
8. Didukh, V. F. (2002). Improving the efficiency of drying agricultural plant materials. Lutsk, Ukraine: LDTU. [in Ukrainian].
9. Haponiuk, I. I. (2012). Scientific and technical foundations of highly productive innovative technologies for post-harvest grain processing (Doctoral dissertation). National University of Food Technologies, Kyiv, Ukraine. [in Ukrainian].
10. Adamchuk, V. V., & Shvydia, V. O. (2021). Mathematical model of seed heating by mixing in the drum of a vacuum seed dryer. Mechanization and Electrification of Agriculture, 13(112), 89-96. [in Ukrainian].
11. Matouk, A., El-Sayed, A., Tharwat, A., & Farhan, M. (2019). Thin layer drying kinetics of wheat grain in a convective hot-air dryer. Journal of Soil Sciences and Agricultural Engineering, 10, 133-138. <https://doi.org/10.21608/jssae.2019.36680>
12. da Costa, L. A., de Souza, J. L. F., Huebner, R., Rodrigues Filho, F. A., Ferreira, A. G., & Azalim Júnior, F. (2022). Mathematical modeling for drying flint corn in a thin layer. Pesquisa Agropecuária Brasileira, 57, e02845. <https://doi.org/10.1590/S1678-3921.pab2022.v57.02845>
13. Kotov, B. I. (2017). Modeling of technological processes in typical objects of post-harvest grain processing and storage (cleaning, separation, drying, active ventilation, cooling). Kyiv-Nizhyn, Ukraine: Lysenko M. M. [in Ukrainian].
14. Kalinichenko, R. A. (2016). Determination of thermophysical coefficients in solutions of the heat conduction equation for the identification of thermal processing of grain materials. Scientific Bulletin of NUBiP of Ukraine. Series: Machinery and Energetics of AIC, 241, 325-333. [in Ukrainian].
15. Kalinichenko, R. A. (2016). Algorithm of parametric identification of analytical mathematical description of the dynamics of low-temperature drying of grain materials. Mechanization and Electrification of Agriculture, 3(102), 181-188. [in Ukrainian].
16. Ginzburg, A. S., & Savina, I. M. (1982). Mass and moisture exchange characteristics of food products. Moscow: Legkaya i pishchevaya promyshlennost. [in Russian].
17. Paziuk, V. M. (2019). Thermotechnical foundations of seed grain drying (Doctoral dissertation). Kyiv, Ukraine. [in Ukrainian].
18. Kotov, B., Voitiuk, V., Kalinichenko, R., Stepanenko, S., & Kuzmych, A. (2025). Mathematical modelling and investigation of the grain drying process in bunker units with radial supply of drying agent. Machinery & Energetics, 16(3), 33-47. <https://doi.org/10.31548/machinery/3.2025.33>