

УДК 514.18

РУХ ЧАСТИНКИ ПО ОГОРОДЖУВАЛЬНОМУ КОЖУХУ У ВИГЛЯДІ ЦИЛІНДРА АРХІМЕДА

А. В. Несвідомін, кандидат технічних наук, старший викладач

Національний університет біоресурсів і природокористування України

e-mail: vit1986@ua.fm

Анотація. *Встановлено траєкторно-кінематичні властивості руху частинок по шорсткій циліндричній поверхні з ортогональним перерізом у вигляді спіралі Архімеда. Наведено траєкторії частинки та графіки її швидкості по циліндричній поверхні Архімеда випуклістю вниз та вверх залежно від кута кидання та різними коефіцієнтами тертя та початковою швидкістю. Встановлено, що обмежувальний кожух циліндричної форми з ортогональним перерізом у вигляді спіралі Архімеда на відміну від евольвентного кожуха інтенсивніше зупиняє переміщення частинок за рахунок витків.*

Ключові слова: *рух частинки, циліндр Архімеда, система диференціальних рівнянь, траєкторія, швидкість, кут кидання*

Актуальність. У багатьох сільськогосподарських технологічних процесах має місце рух частинок матеріалу по шорстких робочих поверхнях складної форми, зокрема, при переміщенні сипкої сировини трубопроводами. Розуміння закономірностей руху частинки (як матеріальної точки) по шорсткій поверхні довільного положення в тривимірному просторі дозволяє цілеспрямовано провести розрахунок конструктивно-кінематичних параметрів робочих органів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналітичне виведення закону руху частинки по будь-якій шорсткій поверхні зводиться до складання системи диференціальних рівнянь 2-го порядку, розв'язком яких є траєкторія частинки, її швидкість, прискорення, довжина пройденого шляху, сила нормальної реакції, час руху до її зупинки та інші траєкторно-кінематичні характеристики. Послідовність аналітичних перетворень при виведенні системи диференціальних рівнянь і способи її розв'язку є досить трудомісткими. За останні десятиріччя (в

період появи та розвитку комп'ютерних технологій) суттєвих змін в автоматизації методів виведення законів руху частинки по шорсткій поверхні складної форми не відбулося. У існуючих дослідженнях кожен науковець індивідуально здійснює аналітичні перетворення з метою отримання закону руху частинки у вигляді систем диференціальних рівнянь 2-го порядку, складність яких суттєво залежить від форми поверхні. А тому перелік поверхонь, по яких було досліджено рух частинки, обмежується площиною, циліндром та конусом обертання, гвинтовим коноїдом, розгортним гелікоїдом.

Комп'ютерне моделювання руху частинки по шорстких поверхнях дозволяє відкинути громіздкі аналітичні перетворення і забезпечити науковця зручним діалоговим режимом для проведення необхідних обчислювальних експериментів з аналізу руху частинки за різними вихідними умовами її кидання по будь-якій шорсткій поверхні, яка певним чином розташована в просторі [1, 2].

Мета дослідження – розробити в середовищі символічної алгебри Maple комп'ютерну модель руху частинки по шорсткій циліндричній поверхні з ортогональним перерізом у вигляді спіралі Архімеда, та за допомогою обчислювальних експериментів з'ясувати її траекторно-кінематичні властивості.

Матеріали і методи дослідження. Циліндричні поверхні зі спіральними ортогональними перерізами по різному транспортують матеріал залежно не тільки від форми і положення поверхні, але і напрямку їх кидання - в бік закручування чи розкручування спіралі. Також ці поверхні дозволяють розподілити сипкий матеріал в просторі між їх витками [3, 4]. Підтвердимо це на прикладі моделювання руху частинки по шорсткій циліндричній поверхні з ортогональним перерізом у вигляді спіралі Архімеда, параметричне рівняння - координатної сітки якого запишемо у вигляді:

$$\mathbf{R} = [au \cos(u), au \sin(u) \cos(\xi) - v \sin(\xi), a u \sin(\xi) + v, \quad (1)$$

де a - параметр спіралі Архімеда;

- кут нахилу між віссю поверхні циліндра і віссю в площині .

Формування законів руху частинки по шорсткій внутрішній поверхні циліндра Архімеда представлено в лістингу *CylinderArchime* (див. geometry.com.ua) і мають такий вигляд в проекціях на орти:

– \mathbf{u} і \mathbf{v} супровідного тригранника \mathbf{OuvN} :

$$\left\{ \begin{array}{l} Ou := \frac{ma \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) (u(t)^2 + 1) + u(t) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 \right)}{\sqrt{u(t)^2 + 1}} = - \frac{mg (u(t) \cos(u(t)) + \sin(u(t))) \sin(\xi)}{\sqrt{u(t)^2 + 1}} \\ \frac{mf a \frac{d}{dt} u(t) \left(a (u(t)^2 + 2) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 - g (u(t) \sin(u(t)) - \cos(u(t))) \sin(\xi) \right)}{\sqrt{a^2 (u(t)^2 + 1) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} \\ Ov := m \frac{d^2}{dt^2} v(t) = - \frac{mf \frac{d}{dt} v(t) \left(a (u(t)^2 + 2) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 - g (u(t) \sin(u(t)) - \cos(u(t))) \sin(\xi) \right)}{\sqrt{u(t)^2 + 1} \sqrt{a^2 (u(t)^2 + 1) \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} \\ mg \cos(\xi) \end{array} \right. , (2)$$

– \mathbf{T} і \mathbf{P} супровідного тригранника \mathbf{OTPN} :

$$\left\{ \begin{array}{l} OT := \frac{m \left(a^2 \frac{d}{dt} u(t) \frac{d^2}{dt^2} u(t) + \frac{d}{dt} v(t) \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right)}{\sqrt{a^2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} = \frac{-mg (a \cos(u(t)) \frac{d}{dt} u(t) \sin(\xi) + \frac{d}{dt} v(t) \cos(\xi))}{\sqrt{a^2 \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2}} \\ mf \left(a \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 - g \sin(u(t)) \sin(\xi) \right) \\ OP := -ma \left(\frac{d}{dt} u(t) \frac{d^2}{dt^2} v(t) - \frac{d}{dt} v(t) \frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) = mg \left(a \frac{d}{dt} u(t) \cos(\xi) - \frac{d}{dt} v(t) \cos(u(t)) \sin \end{array} \right. (3)$$

Початковими умовами знаходження залежностей і є:

$$O_i := u(0) = u_0, \frac{d}{dt} u(0) = \frac{V_0 \sin(\alpha_0)}{a \sqrt{u_0^2 + 1}}, v(0) = v_0, \frac{d}{dt} v(0) = V_0 c. (4)$$

Результати досліджень і їх обговорення. Спершу дослідимо використання вертикального положення (ξ) циліндра Архімеда як бокового огорожуючого кожуха (рис.1). Нехай частинки потрапляють на поверхню з

параметром форми спіралі α - під різним кутом $\alpha_0 = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, з однаковими початковою швидкістю V_0 та коефіцієнтом тертя f .

Графіки швидкості після певного спаду, починають зростати - всі частинки з часом впадуть (рис.1,а). При заданому куту кидання $\alpha_0 =$ чим менший коефіцієнт тертя f , тим швидше ця частинка починає набирати швидкість падіння (рис.1,б). При різній початковій швидкості $V_0 = 2, 8, 1$ частинка швидше упаде з найменшою величиною f (рис.1, в). Із збільшенням параметра форми α швидкість частинок змінюється плавніше (рис. 1, г).

На рис. 2 наведено зображення траєкторій та графіки швидкості частинки залежно від кута $\alpha_0 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ кидання по горизонтальному циліндру Архімеда випуклістю вниз (як це відбувається на нижньому кожуху жатки). Із графіка можна бачити (рис. 2, а), що всі частинки зупиняться на поверхні і найпершою та, яка була кинута під кутом $\alpha_0 = 0^\circ$ - перпендикулярно до прямолінійних твірних циліндра. Якщо ж кидати частинки під однаковим кутом $\alpha_0 = 30^\circ, 60^\circ$, але з різним коефіцієнтом тертя $f = 0.01, 0.15, 0.3$, то частинка з коефіцієнтом тертя $f = 0.01$ (рис. 2, б): 1) після проходження найнижчої прямолінійної твірної, повернеться назад і зупиниться біля неї через проміжок часу t_1 ; 2) $f = 0.15$ при підйомі по поверхні відірветься від неї в момент t_2 ; 3) $f = 0.3$ перейде у більш зігнуту полу циліндричної поверхні і там зупиниться в момент t_3 ; 4) $f = 0.01$ буде рухатися до лінії самоперетину поверхні. Для частинок з однаковим коефіцієнтом тертя $f = 0.01$, але різною початковою швидкістю $V_0 = 2, 8, 1$ маємо такі відмінності у їх

переміщенні (рис. 2, г): 1) при V_c і V_c частинки зупиняться біля найнижчої прямолінійної твірної через проміжок часу $t \leq$; 2) при V_o і V_o частинки відірвуться від поверхні після проходження найнижчої прямолінійної твірної через проміжок часу $t \leq$.

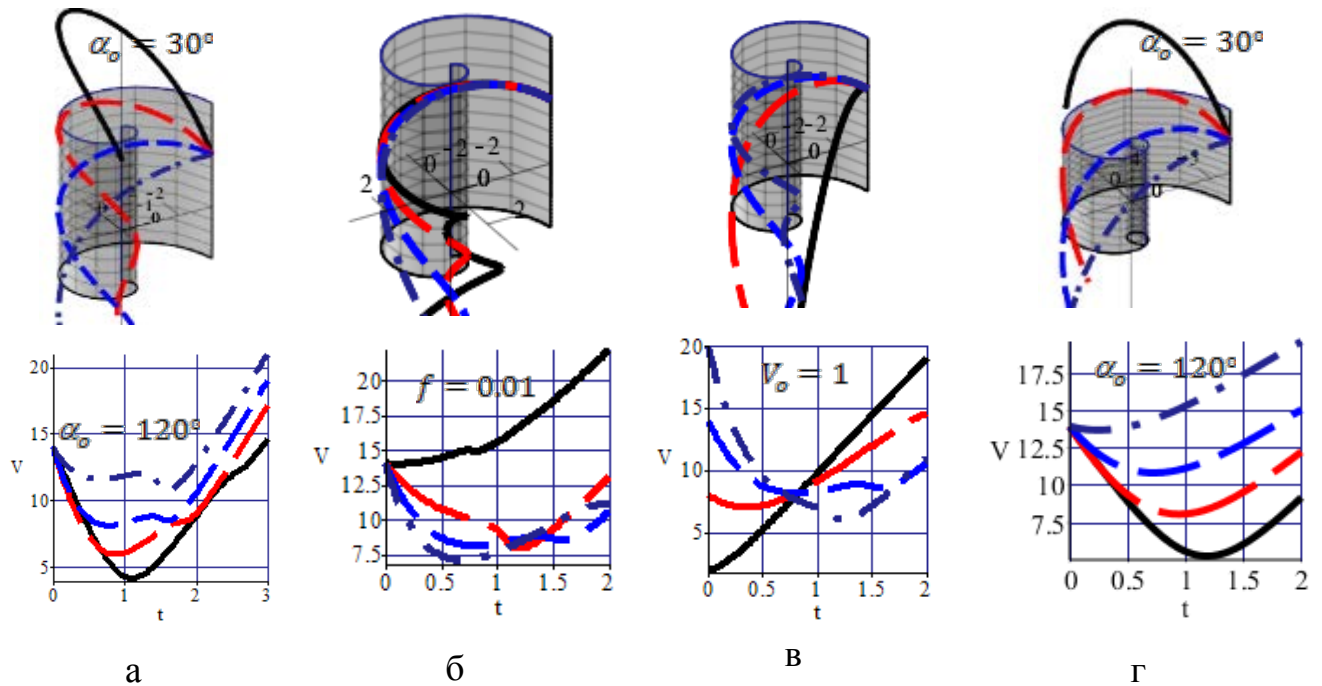
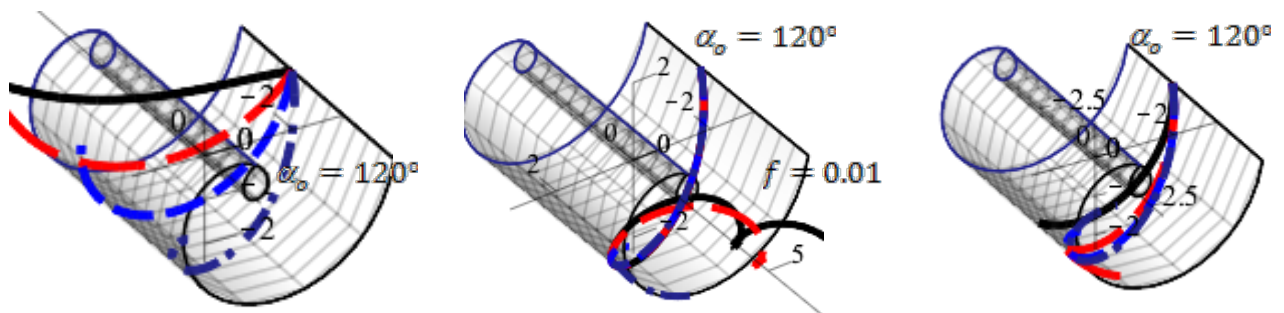


Рис.1. Траєкторії та швидкості частинок залежно від:

а) кута α_0 ; б) коефіцієнта тертя f ; в) початкової швидкості V_0 ; г) параметра форми α_0



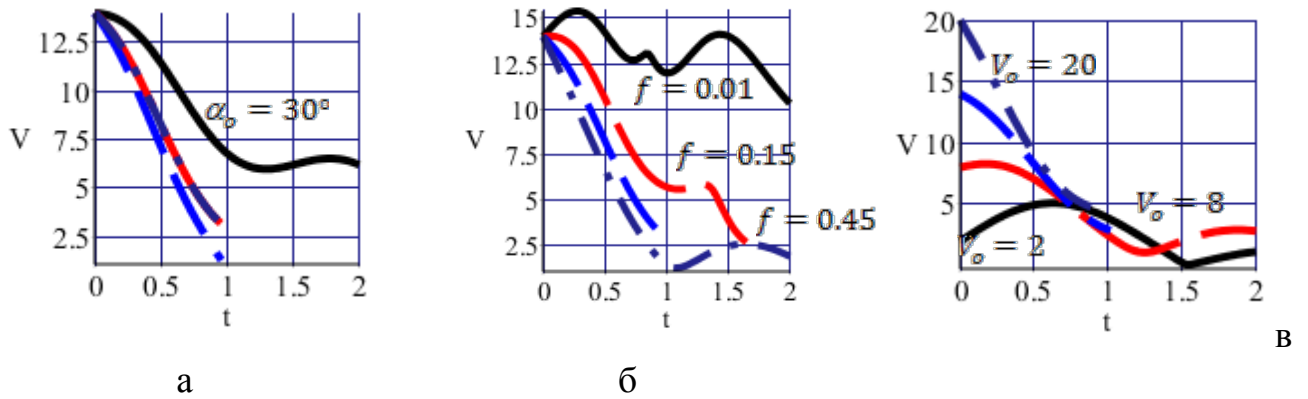


Рис. 2. Траєкторії та швидкості частинок по внутрішній поверхні горизонтального циліндра Архімеда випуклістю вниз

Траєкторії частинки та графіки її швидкості по циліндричній поверхні Архімеда випуклістю уверх залежно від кута $\alpha_0 = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, її кидання з коефіцієнтом тертя f та початковою швидкістю V_0 показано на рис. 3, а. Оскільки рух частинок здійснюється по внутрішній поверхні циліндра знизу (подібно верхньому огорожувальному кожуху жатки), то деякі частинки можуть відірватися від поверхні. Зокрема, частинка кинута під кутом $\alpha_0 =$ (ближче до напрямку прямолінійної твірної), через проміжок часу t відірветься від поверхні. Всі інші частинки пройдуть верхню частину поверхні і опиняться на більш закрученій полі циліндра, де і зупиняться. Частинки, кинуті під однаковим кутом $\alpha_0 =$ з коефіцієнтами тертя $f = 0.15, 0.3$, теж зупиняться на більш закрученій полі циліндра (рис. 3, б). Щоб частинка не відірвалася від поверхні циліндра, її відцентрова сила повинна бути більшою за силу тяжіння вздовж всієї траєкторії. Для частинки з початковою швидкістю V_0 це не виконується, а тому через t вона відпаде від поверхні (рис. 3, в).

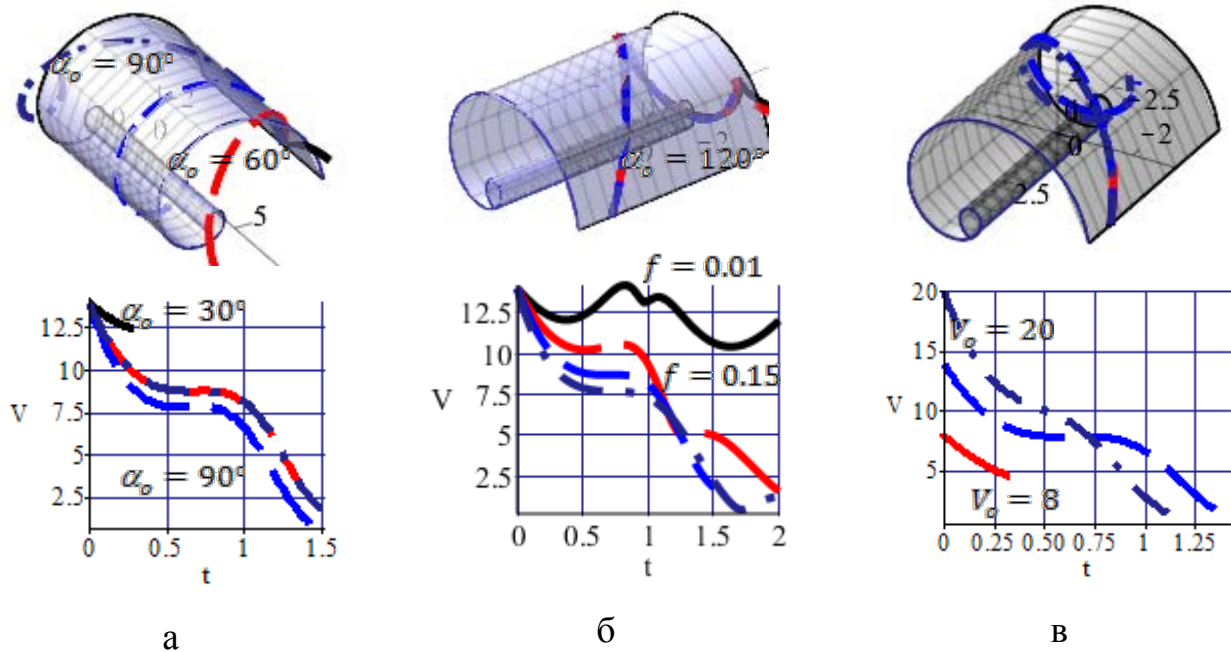


Рис. 3. Траєкторії та швидкості частинок по внутрішній поверхні горизонтального циліндра Архімеда випуклістю уверх

Висновки і перспективи. Для здійснення раціонального переміщення або сепарації сипкого матеріалу необхідно врахувати значну кількість конструктивно-технологічних факторів, що без комп'ютерного аналізу здійснити вкрай важко. Досліджено обмежувальний кожух циліндричної форми з ортогональним перерізом у вигляді спіралі Архімеда, який на відміну від евольвентного кожуха інтенсивніше зупиняє переміщення частинок за рахунок витків.

Список використаних джерел

1. Пилипака С.Ф. Автоматизація моделювання руху частинки по гравітаційних поверхнях на прикладі похилої площини в системі Maple [Текст] / С.Ф. Пилипака, А.В. Несвідомін // Прикл. геом. та інж. граф. - К.: КНУБА, 2011. - Вип.86. - С.64-69.
2. Аладьев В.З. Программирование и разработка приложений в Maple / В.З. Аладьев, В.К. Бойко, Е.А. Ровба. - Гродно-Таллин, 2007. - 458 с.
3. Несвідомін А.В. Моделювання руху частинки по шорсткій внутрішній поверхні горизонтального циліндра в проекціях на орти локальних систем

координат [Текст] / А.В. Несвідомін // Геометричне та комп'ютерне моделювання. - Харків: ХДУХТ, 2011. - Вип.29. - С.23-29.

4. Пилипака С.Ф. Maple-модель руху частинки по шорсткій внутрішній поверхні вертикального циліндра [Текст] / С.Ф. Пилипака, А.В. Несвідомін // Геометричне та комп'ютерне моделювання. - Харків: ХДУХТ, 2011. - Вип.28. - С.19-24.

References

1. Pylypaka, S.F., Nesvidomin, A. V. (2011). Avtomatyzatsiia modeliuвання rukhu chastynky po hravitatsiinykh poverkhniakh na prykladi pokhyloi ploshchyny v systemi Maple [Automation of modeling of a particle motion on gravitational surfaces on an example of an inclined plane in the system Maple]. Prykl. heom. ta inzh. Hraf, 86, 64-69.

2. Alad'yev, V.Z., Boyko, V.K., Rovba, E.A. (2007). Programmirovaniye i razrabotka prilozeniy v Maple [Programming and developing applications in Maple]. Grodno-Tallin, 458.

3. Nesvidomin A.V. (2011). Modeliuвання rukhu chastynky po shorstkii vnutrishnii poverkhni horyzontalnoho tsylindra v proektsiiakh na orty lokalnykh system koordynat [Simulation of the motion of a particle on the rough inner surface of a horizontal cylinder in projections on the orcs of local coordinate systems]. Heometrychne ta komp'ютерне modeliuвання. Kharkiv: KhDUKhT, 29, 23-29.

4. Pylypaka, S.F., Nesvidomin, A. V. (2011). Maple-model rukhu chastynky po shorstkii vnutrishnii poverkhni vertykalnoho tsylindra [Maple-model of motion of a particle on a rough inner surface of a vertical cylinder]. Heometrychne ta komp'ютерне modeliuвання. - Kharkiv: KhDUKhT, 28, 19-24.

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ОГРАЖДАЮЩЕМУ КОЖУХУ В ВИДЕ ЦИЛИНДРА АРХИМЕДА

А. В. Несвидомин

Аннотация. Установлены траекторно-кинематические свойства движения частиц по шершавой цилиндрической поверхности с ортогональным сечением в виде спирали Архимеда. Приведены траектории частицы и графики ее скорости по цилиндрической поверхности Архимеда выпуклостью вниз и вверх в зависимости от угла бросания и при различных коэффициентах трения и начальной скорости. Установлено, что ограничительный кожух цилиндрической формы с ортогональным сечением в виде спирали Архимеда в отличие от эвольвентного кожуха интенсивнее останавливает перемещение частиц за счет витков.

Ключевые слова: движение частицы, цилиндр Архимеда, система дифференциальных уравнений, траектория, скорость, угол бросания

**MOVEMENT OF PARTICIPANTS ON THE CURRENT SKIN IN THE
CIRCULAR ARCHIMEDA**

A. Nesvidomin

Abstract. *Trajectory-kinematic properties of particle motion along a rough cylindrical surface with an orthogonal section in the form of Archimedes spiral are established. The trajectories of the particle and the graphs of its velocity along the cylindrical surface of Archimedes are shown by convexity downwards and upwards, depending on the angle of casting and with different coefficients of friction and initial velocity. It is established that the restrictive casing of a cylindrical shape with an orthogonal section in the form of a spiral of Archimedes, in contrast to the involute casing, intensively stops the movement of particles due to turns.*

Key words: *motion of a particle, Archimedian cylinder, system of differential equations, trajectory, velocity, angle of throwing*