

УДК 336.761/.763

Інна Володимирівна Малюкова

аналітик рейтингового агентства "Експерт-рейтинг"

Володимир Павлович Малюков

д.ф.-м.н., професор, Національний університет біоресурсів і природокористування України

volod.malyukov@gmail.com

БЕЗПЕРЕРВНЕ УПРАВЛІННЯ ФІНАНСОВИМИ РЕСУРСАМИ КОМЕРЦІЙНОГО БАНКУ

Анотація. Запропонована економіко-математична модель безперервного управління фінансовими ресурсами комерційного банку. Побудовані множини переваги для банку і для його загального контрагента, що характеризують такий початковий стан (обсяг) ресурсів сторін, за якого сторони або можуть взаємодіяти як завгодно довго, тобто зберігатимуть власний фінансовий ресурс, або, навпаки, можуть його втратити. Знайдені оптимальні стратегії сторін.

Ключові слова: фінансові ресурси, ризик-менеджмент, комерційний банк, оптимальні стратегії, множини переваги.

Поступове впровадження у вітчизняну банківську практику світових стандартів управління ризиками, визначених, зокрема, документами Базельського комітету з питань банківського нагляду (принципами ефективного банківського нагляду, принципами управління ризиками (ліквідності, процентним, кредитним, валютним), постулатами Базеля II, III), а також вимогами Національного банку України (методичними рекомендаціями щодо організації та функціонування систем ризик-менеджменту в банках України), дає підставу для вдосконалення існуючих і для розробки нових внутрішніх моделей оцінки та управління фінансовими ризиками комерційного банку.

Серед різноманіття існуючих на сьогоднішній день способів і методів оцінки ризиків все більшої ваги набирають методи економіко-математичного моделювання фінансової діяльності банку, оскільки вони дають можливість прогнозувати розвиток подій у часі. Загалом теоретики і практики банківської справи присвятили даній проблематиці досить значну увагу, свідченням якої є, зокрема, праці наступних науковців: І. Волошина [1], О. Васюренка, Г. Азаренкової [2], А. Єкушова [3], Ф. Шпиґа, О. Деркача [4, 5], М. Ліндера [6], Morten L. Bech [7] та інших. В роботах зазначених авторів наведені різні підходи до управління ризиками, які по-своєму вирішують труднощі процесу моделювання, пов'язані з тим, що значна кількість економічних явищ і процесів через активний вплив на них суб'єктивних факторів є недостатньо формалізованою. У зв'язку з цим, метою даної статті є побудова власної економіко-математичної моделі безперервного руху фінансових ресурсів комерційного банку і його загального контрагента, оскільки в банківському фінансовому менеджменті одними з найбільш важливих і взаємопов'язаних між собою є такі його складові як управління ресурсами та фінансовими ризиками банку. Ця модель буде корисною при вирішенні проблем оцінки і управління фінансовими ризиками, оскільки дозволить здійснювати запис фінансових ризиків банку за допомогою параметрів моделі, проводити їхню оцінку та, в підсумку, управляти ними.

Тобто розробка такої моделі та впровадження її в банківську практичну діяльність є одним з найбільш актуальних і першочергових завдань служби ризик-менеджменту особливо в умовах сьогодення, адже її використання надасть можливість ухвалювати менеджменту зважені рішення в питаннях безперервного управління як фінансовими ресурсами, так і фінансовими ризиками комерційного банку.

Проведення формалізації руху фінансових ресурсів за допомогою введення параметрів, що характеризують фінансові потоки, а також управлінських дій і банку, і його загального контрагента, надасть можливість не лише розглядати проблеми управління ризиками в

імітаційному режимі, але й запропонувати підхід по застосуванню економіко-математичних методів, зокрема теорії диференціальних ігор для вирішення поставленого завдання.

Застосовуючи апарат теорії диференціальних ігор, можна одержати якісні висновки і прогнози на майбутнє про результат взаємодії банку і його загального контрагента (за умов дотримання певних припущень). Такий підхід виявляється корисним і в контексті управління ризиками, оскільки дає можливість спрогнозувати потенційні втрати фінансового ресурсу в майбутньому.

Як відомо, ефективним інструментом визначення ступеня ліквідних можливостей потенційного клієнта банку (іншого банку, підприємства, компанії) є реальний запас ліквідності. Його використання дає можливість, поряд з іншими методиками, одержати відповідь на питання про ліквідність контрагента банку в необхідний момент часу, що сприяє ухваленню зваженого рішення щодо видачі йому кредиту. Нагадаємо, що реальний запас ліквідності визначає ступінь покриття всіх зобов'язань банку його ліквідними активами в заданий момент часу t і є ринковою оцінкою реального (не номінального) капіталу банку в момент часу t [1, с. 26]. При цьому слід зазначити, що наведене визначення реального запасу ліквідності, формулюється за умов виконання припущення, що банк працює в режимі пасивної еволюції [2]. Це означає, що починаючи з теперішнього моменту він припиняє всі операції з розміщення і залучення ресурсів (здійснюються лише взаєморозрахунки з уже існуючими дебіторами і кредиторами) [3-5].

Реальний запас ліквідності $Z(t)$ в момент часу t визначається як різниця між ліквідними активами ($LA(t)$) та ліквідними пасивами ($LP(t)$) банку, тобто [1, с. 26]:

$$Z(t) = LA(t) - LP(t); LA(t) = \sum_i R_i(t) * A_i(t); LZ(t) = \sum_j Q_j(t) * P_j(t);$$

$$R_i(t) \geq 0; Q_j(t) \geq 0,$$

де:

- t – момент часу, в який необхідно знати ліквідні можливості банку;
- $A_i(t)$, $P_j(t)$ – номінали i -го активу та j -го пасиву, що оцінені в момент часу t ;
- $R_i(t)$, $Q_j(t)$ – вагові (цінові) коефіцієнти, які визначають ринкові вартості i -го активу та j -го пасиву відповідно, що враховують ступінь ліквідності активів в момент часу t , якість активів, процентні ставки, комісійні як по активам, так і по пасивам, курс національної валюти в момент оцінки (у випадку, коли мова йде про валютні активи і зобов'язання).

Ліквідні активи включають високоліквідні активи, доходні активи (працюючі активи без прострочення: міжбанківські кредити та депозити, позикові рахунки, цінні папери, валютні кредити і депозити), основні засоби, дебіторську заборгованість.

Ліквідні пасиви складаються з працюючих пасивів (залишки на рахунках клієнтів і позикові кошти), кредиторської заборгованості [див. 1, с. 27-30].

Підрахунок ринкової вартості може проводитися по-різному. Наприклад, при оцінці активів можна застосувати підхід, за яким прострочені кредити оцінюються за нульовою вартістю; пролонговані кредити можуть мати і ненульову ринкову вартість. При оцінці зобов'язань ринкова вартість пасивів у національній валюті вважається рівною номіналу. При оцінці валютних активів і пасивів враховують курс національної валюти на момент оцінки. В процесі визначення реального запасу ліквідності можна враховувати реальну оцінку основних засобів банку, тобто ступінь їхньої ліквідності може бути прийнятий як ненульовий [див. 1, с. 28].

Проте, не дивлячись на безумовну корисність визначеного таким чином поняття «реального запасу ліквідності банку», є низка моментів, які знижують його ефективність. Головним чином, це стосується виконання припущення про пасивну еволюцію. Дана обставина є причиною того, що реальний запас ліквідності може бути інструментом управління як функція змінних (наприклад, що характеризують структуру балансу банку), сформованих управляючими діями менеджменту банку і його контрагентів, до моменту діагностики стану ліквідності банку. Тобто, за допомогою таким чином визначеного запасу

ліквідності неможливо спрогнозувати ліквідність банку з урахуванням можливих дій менеджменту банку після моменту діагностики. Це стає можливим лише за умови «нормальної» роботи банку, тобто роботи в режимі активної еволюції. Тому, виходячи з цього, а також низки інших обставин, виникає необхідність у визначенні реального запасу ліквідності з урахуванням режиму активної еволюції, який би виконував ту ж саму роль, мав те ж саме смислове «навантаження», що і реальний запас ліквідності в режимі пасивної еволюції. При визначенні реального запасу ліквідності в режимі активної еволюції слід враховувати, що основною характеристикою реального запасу ліквідності є те, що він оцінює реальну величину ресурсу, яку банк може використовувати в даний момент і, таким чином, при визначенні динаміки реального запасу ліквідності в режимі активної еволюції повинні бути присутніми складові, що описують реальні фінансові потоки. По суті, для того, щоб записати динаміку реального запасу ліквідності в режимі активної еволюції, достатньо формалізувати процес діяльності банку з позиції руху фінансових потоків, а саме – вхідних (залучення ресурсів в банк, повернення активів, доходів) і вихідних (розміщення активів, повернення залучених коштів, виплата процентів за користування залученими коштами). Нижче наводиться формальна процедура взаємодії банку і його контрагентів, яка задає динаміку реального запасу ліквідності банку і залученого ресурсу контрагента в режимі активної еволюції в часі. Для описання процедури взаємодії банку і його контрагентів пропонується використовувати модель безперервного управління фінансовими ресурсами комерційного банку.

Запропонована модель. Робота комерційного банку здійснюється в умовах взаємодії зі своїми клієнтами, як вкладниками, так і позичальниками. Будемо вважати, що не дивлячись на різноманітність клієнтури, кількість клієнтів, різноманітні фінансові рішення, які вони приймають, всі вони є «агрегованими» і представленими у вигляді одного крупного контрагента банку, з яким банк взаємодіє. Цей контрагент виконує дві основні функції – функцію вкладника і функцію позичальника. Банк також виконує вказані функції.

Передбачається, що в деякий момент часу t банк має деякий реальний запас ліквідності (реальний капітал) [див. 1], який дає йому можливість здійснювати свої активні операції, а також проводити погашення власної заборгованості. Ухвалюючи рішення про погашення своєї заборгованості і про проведення активних операцій банк визначає частку своїх ресурсів як частину наявного реального запасу ліквідності. Ця величина ресурсів, в свою чергу, розподіляється на дві частки – частку, виділену для погашення заборгованості, що склалася до даного моменту часу, і частку, виділену на проведення активних операцій. Аналогічно робить контрагент банку. Зі свого реального ресурсу (його можна по аналогії з реальним капіталом або реальним запасом ліквідності банку назвати реальним «залученим» ресурсом для банку, реальним «залученим» капіталом для банку) контрагент виділяє частку свого ресурсу на погашення заборгованості перед банком і проведення власних активних операцій (вкладення коштів в банк). Виділена контрагентом величина ресурсу, у свою чергу, розподіляється на дві частки – частку, виділену для погашення заборгованості перед банком, що склалася до даного моменту часу, і частку ресурсу, що направляється на проведення контрагентом своїх активних операцій.

Для того, щоб формалізувати процедуру «переходу» величин ресурсів (реального запасу ліквідності банку і реального залученого ресурсу контрагента), які є у банку і його контрагента в момент часу t , в «нові» величини ресурсів введемо низку позначень.

Позначимо через:

- $x(t)$ і $y(t)$ величини реального залученого ресурсу контрагента і реального запасу ліквідності банку в момент часу t відповідно;
- $\alpha_1(t)$ і $\alpha_2(t)$ темпи зростання реального залученого ресурсу контрагента і реального запасу ліквідності банку в момент часу t ;

- $u(t)$, $v(t)$ ($0 \leq u(t)$, $v(t) \leq 1$) – частки від величин ресурсів $\alpha_1(t)*x(t)$ і $\alpha_2(t)*y(t)$ відповідно контрагента банку і банку, виділені ними на погашення своєї накопиченої заборгованості і проведення активних операцій у момент часу t ;

- $\beta_1(t)$, $\beta_2(t)$ ($0 \leq \beta_1(t)$, $\beta_2(t) \leq 1$) - частки від величин ресурсів $u(t)*\alpha_1(t)*x(t)$ та $v(t)*\alpha_2(t)*y(t)$ контрагента банку і банку відповідно, виділені ними на погашення заборгованості, що склалася на даний час t ;

- $1 - \beta_1(t)$, $1 - \beta_2(t)$ ($0 \leq 1 - \beta_1(t)$, $1 - \beta_2(t) \leq 1$) - частки від величин ресурсів $u(t)*\alpha_1(t)*x(t)$ та $v(t)*\alpha_2(t)*y(t)$ контрагента банку і банку відповідно, виділені ними на проведення активних операцій в момент часу t ;

- $a_1(t)$, $a_2(t)$ – величини, що відповідають середньозваженим процентним ставкам по ресурсах, вкладених контрагентом банку і банком в активні операції в момент часу t ;

- $r_1(t)$, $r_2(t)$ ($0 \leq r_1(t)$, $r_2(t) \leq 1$) - величини, що показують середньозважені частки (по вкладених активах) повернення активів контрагента банку і банку в момент часу t .

Тоді величини ресурсів контрагента банку і банку в момент часу $t+1$ визначаються таким чином:

$$\begin{aligned} dx(t)/dt = & -x(t) + (1-u(t))*\alpha_1(t)*x(t) + a_1(t)*(1-\beta_1(t))*u(t)*\alpha_1(t)*x(t) + r_1(t)*(1-\beta_1(t))*u(t)* \\ & * \alpha_1(t)*x(t) + \beta_2(t)*v(t)*\alpha_2(t)*y(t) + (1-\beta_2(t))*v(t)*\alpha_2(t)*y(t) - a_2(t)*(1-\beta_2(t))* \\ & * v(t)*\alpha_2(t)*y(t) - r_2(t)*(1-\beta_2(t))*v(t)*\alpha_2(t)*y(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dy(t)/dt = & -y(t) + (1-v(t))*\alpha_2(t)*y(t) + a_2(t)*(1-\beta_2(t))*v(t)*\alpha_2(t)*y(t) + r_2(t)*(1-\beta_2(t))* \\ & * v(t)*\alpha_2(t)*y(t) + \beta_1(t)*u(t)*\alpha_1(t)*x(t) + (1-\beta_1(t))*u(t)*\alpha_1(t)*x(t) - a_1(t)* \\ & * (1-\beta_1(t))*u(t)*\alpha_1(t)*x(t) - r_1(t)*(1-\beta_1(t))*u(t)*\alpha_1(t)*x(t), \end{aligned}$$

де:

- $(1-u(t))*\alpha_1(t)*x(t)$ – частина ресурсу, яку контрагент залишає для проведення інших операцій (для інших власних потреб);

- $a_1(t)*(1-\beta_1(t))*u(t)*\alpha_1(t)*x(t)$ - поточні процентні платежі банку за користування ресурсами контрагента (наприклад, за депозит), починаючи з моменту часу t ;

- $r_1(t)*(1-\beta_1(t))*u(t)*\alpha_1(t)*x(t)$ - поточне повернення частини активу (наприклад, депозиту), залученому у контрагента, починаючи з моменту часу t ;

- $\beta_2(t)*v(t)*\alpha_2(t)*y(t)$ – ресурс, що направляється банком на погашення своєї накопиченої до моменту часу t заборгованості перед контрагентом;

- $(1-\beta_2(t))*v(t)*\alpha_2(t)*y(t)$ - частина ресурсу, виділена банком на проведення поточних активних операцій;

- $a_2(t)*(1-\beta_2(t))*v(t)*\alpha_2(t)*y(t)$ - поточна процентна виплата контрагента за користування ресурсами банку (наприклад, за кредит), починаючи з моменту часу t ;

- $r_2(t)*(1-\beta_2(t))*v(t)*\alpha_2(t)*y(t)$ - поточне повернення частини активу (наприклад, кредиту), залученому в банку, починаючи з моменту часу t ;

- $\beta_1(t)*u(t)*\alpha_1(t)*x(t)$ – ресурс, що направляється контрагентом на погашення своєї накопиченої до моменту часу t заборгованості перед банком;

- $(1-\beta_1(t))*u(t)*\alpha_1(t)*x(t)$ - частина ресурсу, виділена контрагентом на проведення поточних активних операцій;

- $(1-v(t))*\alpha_2(t)*y(t)$ – частина ресурсу, яку банк залишає для проведення інших операцій (для інших власних потреб).

- Для зручності подальшого аналізу спростимо вищенаведені вирази і отримаємо наступне:

$$dx(t)/dt = -x(t) + \alpha_1(t)x(t) + [(1 - \beta_1(t))(a_1(t) + r_1(t)) - 1]u(t)\alpha_1(t)x(t) - [(1 - \beta_2(t))(a_2(t) + r_2(t)) - 1]v(t)\alpha_2(t)y(t);$$

$$dy(t)/dt = -y(t) + \alpha_2(t)y(t) + [(1 - \beta_2(t))(a_2(t) + r_2(t)) - 1]v(t)\alpha_2(t)y(t) - [(1 - \beta_1(t))(a_1(t) + r_1(t)) - 1]u(t)\alpha_1(t)x(t).$$

У момент часу t можливі чотири випадки (варіанти):

- $x(t) > 0; y(t) = 0;$
- $x(t) = 0; y(t) > 0;$
- $x(t) = 0; y(t) = 0;$
- $x(t) > 0; y(t) > 0.$

Перший варіант відповідає стану втрати реального запасу ліквідності банком. Другий варіант відповідає стану втрати фінансового ресурсу контрагентом банку. Третій варіант відповідає втраті реального запасу ліквідності банком і фінансового ресурсу його контрагентом. Четвертий варіант відображає здатність суб'єктів продовжувати взаємодію.

Інструментарій теорії диференціальних ігор дає можливість за інформацією про початкові величини ресурсів – реального запасу ліквідності банку, реального залученого ресурсу контрагента, темпах їхнього росту, процентних ставках по виділених ресурсах; рівнів, що характеризують частки повернення ресурсів, величини часток, що характеризують погашення попередньої заборгованості і проведення поточних активних операцій, визначити час можливої втрати ресурсів сторін взаємодії, знайти їхні оптимальні стратегії управління. Крім того, він дозволяє визначити області можливих початкових станів ресурсів взаємодіючих сторін, що мають наступну властивість: якщо взаємодія починається з цих станів, то в один з моментів часу можлива втрата фінансових ресурсів або однією стороною взаємодії, або іншою, або взаємодію можна продовжувати як завгодно довго. Для цього розв'язується диференціальна гра якості з двома термінальними поверхнями, рішення якої полягає у визначенні множин переваги сторін, а також стратегій (управляючих дій) сторін, застосовуючи які можливо отримати результати, що задовольняють кожну зі сторін. Під множиною переваги будь-якої із сторін взаємодії мається на увазі множина втрати ресурсів протилежною стороною.

У роботі, в припущенні, що всі параметри взаємодії, за винятком величин ресурсів, стратегій управління, є деякими числовими величинами, не залежними від часового параметра, приводиться рішення такої диференціальної гри. Розглянутий підхід пропонується використовувати в практичній діяльності для безперервного управління фінансовими ресурсами та фінансовими ризиками комерційного банку.

Постановка задачі. Надалі будемо ототожнювати контрагента банку з гравцем (I), а банк – з гравцем (II). Приведену вище взаємодію будемо розглядати в рамках схеми позиційної диференціальної гри з повною інформацією [4]. В рамках цієї схеми взаємодія «породжує» дві задачі – з точки зору першого гравця- союзника і з точки зору другого гравця-союзника. Внаслідок симетричності достатньо обмежитися однією з них, наприклад, – з точки зору першого гравця-союзника. Для цього визначимо стратегії першого гравця-союзника. Позначимо через $T = \{0, +\infty\}$ множину, що характеризує зміну часового параметра.

Чистою стратегією першого гравця-союзника називається функція $u: T \times [R] \times [R] \rightarrow [0, 1]$, що ставить стану інформації (позиції) $(t, (x(0), y(0)))$ значення $u(t, (x(0), y(0)))$: $0 \leq u(t, (x(0), y(0))) \leq 1$.

Іншими словами, чистою стратегією першого гравця-союзника є функція, що ставить стану інформації в момент t величину $u(t, (x(0), y(0)))$, яка визначає величину реального ресурсу контрагента, яку він виділив для погашення заборгованості перед банком і для проведення активних операцій контрагента банку. Відносно інформованості гравця-супротивника (в рамках схеми позиційної гри) ніяких припущень не робиться, що

еквівалентно тому, що гравець-супротивник вибирає свою управлінську дію $v(t)$ на підставі будь-якої інформації. Множина переваги першого гравця W_1 буде визначатися таким чином.

W_1 - це множина початкових ресурсів $(x(0), y(0))$ гравців, що мають властивість: для таких початкових ресурсів існує стратегія першого гравця, яка для будь-яких реалізацій стратегії другого гравця «приводить» в один з моментів часу t стан системи $(x(t), y(t))$ в такий, при якому буде виконуватися умова (1). При цьому в другого гравця не існує стратегії, яка може «привести» до виконання умов (2) або (3) в один з попередніх моментів часу. Стратегія першого гравця, що має вказану властивість, називається оптимальною. Рішення задачі 1 полягає в знаходженні множин переваги першого гравця і його оптимальних стратегій.

Нижче буде приведена сукупність множин W_1 , а також стратегії першого гравця-союзника, що приводять гравця-супротивника (банк) до втрати ресурсів в один з моментів часу.

Вирішення задачі. Припустимо, що для будь-якого моменту часу t виконуються умови: $\alpha_1(t) = \alpha_1$; $\alpha_2(t) = \alpha_2$; $\beta_1(t) = \beta_1$; $\beta_2(t) = \beta_2$; $r_1(t) = r_1$; $r_2(t) = r_2$.

Позначимо через q_1 і q_2 наступні величини:

$$q_1 = (1 - \beta_1) * (a_1 + r_1) - 1;$$

$$q_2 = (1 - \beta_2) * (a_2 + r_2) - 1.$$

При цьому справедливо наступне:

– $(1 - \beta_1) * (a_1 + r_1) * u(t) * \alpha_1(t) * x(t)$ є зворотнім фінансовим потоком (величиною ресурсу), що йде від банку до контрагента, згенерований потоком $(u(t) * \alpha_1(t) * x(t))$ контрагента банку;

– $[(1 - \beta_1) * (a_1 + r_1) - 1] * u(t) * \alpha_1(t) * x(t)$ – різниця між зворотнім фінансовим потоком контрагента і прямим фінансовим потоком контрагента;

– $(1 - \beta_2) * (a_2 + r_2) * v(t) * \alpha_2(t) * y(t)$ є зворотнім фінансовим потоком (величиною ресурсу), що йде від контрагента до банку, згенерований потоком $(v(t) * \alpha_2(t) * y(t))$ самого банку;

– $[(1 - \beta_2) * (a_2 + r_2) - 1] * v(t) * \alpha_2(t) * y(t)$ – різниця між зворотнім фінансовим потоком банку і прямим фінансовим потоком банку.

Можливі чотири випадки: а) $q_1 \geq 0$; $q_2 \geq 0$; б) $q_1 < 0$; $q_2 < 0$; в) $q_1 > 0$; $q_2 \leq 0$;

г) $q_1 \leq 0$; $q_2 > 0$.

Окрім цього, можливі різні співвідношення інших параметрів взаємодії, наприклад темпів росту α_1 , α_2 та інших параметрів.

Розглянемо перший випадок (задача 1).

Множина переваги:

$$W_1 = \{ (x(0), y(0)) : (x(0), y(0)) \in \text{int}R_+^2, y(0) < g * x(0) \},$$

$$\text{де } g = \{ - [q * \alpha_2 + \alpha_2 - p * \alpha_1 - \alpha_1] / [2 q * \alpha_2] + \sqrt{\{ [q * \alpha_2 + \alpha_2 - p * \alpha_1 - \alpha_1] / [2 q * \alpha_2] \}^2 + (p * \alpha_1) / (q * \alpha_2)} \};$$

$$u_*(x, y) = \{ 1, y < g * x, (x, y) \in \text{int}R_+^2, \text{ і не визначена в іншому випадку} \}.$$

У випадках б) і д) множина W_1 порожнє.

У випадку в) і $\alpha_2 > \alpha_1 + p * \alpha_1$ отримаємо

$$W_1 = \{ (x(0), y(0)) : (x(0), y(0)) \in \text{int}R_+^2, y(0) < f * x(0) \},$$

$$\text{де } f = (p * \alpha_1) / (\alpha_2 - p * \alpha_1 - \alpha_1);$$

$$u_*(x, y) = \{ 1, y < f * x, (x, y) \in \text{int}R_+^2, \text{ і не визначена в іншому випадку} \}.$$

У випадку г) і $\alpha_2 \leq \alpha_1 + p * \alpha_1$ отримаємо $W_1 = \text{int}R_+^2$,

$$u_*(x, y) = \{ 1, (x, y) \in \text{int}R_+^2, \text{ ф не визначена в іншому випадку} \}.$$

Задача 2 – з точки зору другого гравця-союзника (комерційного банку) вирішується аналогічно.

Зауваження 1. Вирішивши задачі 1 і 2, можна в площині $(x(0), y(0))$ побудувати множини переваги першого і другого гравців. У випадку а) множини переваги гравців є двома конусами в позитивному ортанті площини $(x(0), y(0))$, розділених між собою променем. Цей промінь можна назвати променем збалансованої взаємодії сторін або променем збалансованості. У випадку, якщо ресурси сторін знаходяться на промені збалансованості, то у сторін існують стратегії, які дозволять їм знаходитися на цьому промені як завгодно довго, тобто у всі моменти часу виконується умова (4).

Зауваження 2. Якщо початкові ресурси не знаходяться на промені збалансованої взаємодії, то можна спробувати змінити параметри взаємодії для того, щоб початкові ресурси опинилися на промені збалансованості. Це дасть можливість сторонам як завгодно довго продовжувати взаємодію.

Зауваження 3. Якщо початкові ресурси не знаходяться на промені збалансованої взаємодії, то або одна, або інша сторона можуть привести іншу сторону до втрати своїх фінансових ресурсів, тобто до втрати ліквідності. Ця подія є, по суті, зумовленою, співвідношенням ресурсів сторін і набором параметрів, що задають взаємодію. Якщо параметри зафіксовані, то основним індикатором втрати ліквідності стає співвідношення ресурсів сторін. Таким чином, для того, щоб на практиці визначити критичний рівень заборгованості, наприклад, для банку, необхідно задати параметри взаємодії, виходячи з практичної реальності, визначити фінансові ресурси банку, які можуть йти на покриття заборгованості контрагента банку і, потім знайти максимально можливу величину заборгованості, при якій пара «заборгованість, фінансові ресурси банку» належатиме множині переваги банку.

Зауваження 4. У реальності менеджмент банку може вибирати свої фінансові управлінські рішення в рамках різного роду обмежень, наприклад, тих, що введені регуляторними органами. Це впливає на побудову множин переваги для банку. Таке ж зауваження є вірним і для контрагента банку. Проте дана обставина не зменшує корисності розгляду запропонованої в роботі моделі, оскільки ігрова модель дозволяє враховувати обмеженість вибору реалізацій стратегій гравців за допомогою розгляду найгірших реалізацій сторін (не тільки для супротивника, але і для себе).

Зауваження 5. Не дивлячись на те, що в запропонованій моделі не врахована процедура формування резервів за активними і пасивними операціями, відзначимо, що врахування процедури формування резервів не впливає істотним (якісним) чином на побудову множин переваги сторін і знаходження їхніх оптимальних стратегій. Крім того, процес формування резервів можна врахувати і в розглянутій моделі. Для цього досить додати в описання моделі фрази про те, що банк розподіляє ресурси таким чином, що у нього залишається частина ресурсів і на формування резервів.

Висновки. Запропоновану в даній роботі модель можна розглядати як імітаційну, а саме, кожного разу вибирати конкретні управлінські фінансові рішення (частки фінансового ресурсу, які визначаються числами від нуля до одиниці) і дивитися, яке значення фінансового ресурсу буде у сторін в наступний момент часу.

Проте, використання інструментарію теорії диференціальних ігор дає можливість робити більш якісні висновки про фінансову взаємодію банку і його контрагента. Зокрема, скориставшись зазначеним методом, можна визначати області переваги фінансових ресурсів банку і його контрагента, а саме:

- область, переважну для банку (з погляду можливості продовження фінансової взаємодії, тобто банк зберігає свою ліквідність);

- область, переважну для контрагента (з погляду можливості продовження фінансової взаємодії, тобто контрагент зберігає свою ліквідність);

- область, переважну і для банку, і для контрагента (і банк, і контрагент зберігають можливість продовжувати свою фінансову взаємодію, тобто у сторін взаємодії є вибір управлінських фінансових рішень, що дозволяє їм продовжувати взаємодію).

Отже, можна зробити висновки, що менеджменту банку корисно використовувати в своїй практичній роботі такі інструменти, як реальний запас ліквідності, що розглядається в режимі активної еволюції, ігрові методи, що дозволяють визначати зони гарантованого реального запасу ліквідності, знаходити оптимальні стратегії поведінки суб'єктів взаємодії, що в свою чергу, дає можливість оцінювати ефективність роботи банку з урахуванням ризиків, робити прогнози відносно подальшої роботи банку.

Список використаних джерел

1. Волошин І. Аналіз грошових потоків комерційного банку. *Вісник Національного банку України*. 2003. № 2. с. 46 – 49.
2. Васюренко О., Азаренкова Г. Математичні методи і моделі у сфері аналізу та управління банківською діяльністю. *Вісник Національного банку України*. 2003. № 8. с. 11 – 13.
3. Екушев А. Оценки риска в банковском менеджменте URL: www.biscom.ru.
4. Шпиг Ф.І., Деркач О.В. Стратегія управління діяльністю комерційного банку: Монографія. Львів: ВАТ «Біблос», 2000. 124 с.
5. Малюкова І. Управління фінансовими ресурсами комерційного банку в зоні гарантованого запасу ліквідності. *Финансовые риски*. 2009. № 1(53). С. 47-60.
6. Линдер Н. Непрерывная модель управления денежными потоками банка. *Финансовые риски*. 1998. №3. С. 107-111.
7. Morten L. Bech Intraday Liquidity Management: A Tale of Games Banks Play FRBNY. *Economic Policy Review*. September 2008. Available at: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1141366#
8. Ліквідність банку: окремі аспекти управління та світовий досвід регулювання і нагляду: Науково-аналітичні матеріали. Вип. 11 / В.С. Стельмах, В.І. Міщенко, В.В. Крилова, Р.М. Набок, О.Г. Приходько, Н.В. Грищук. К.: Національний банк України. Центр наукових досліджень. 2008. 286 с.
9. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
10. Ханс-Ульрих Дериг Универсальный банк – банк будущего. М., «Международные отношения», 2001. 378 с.

References

1. Voloshin I. Analiz groshovih potokiv komertciynogo banku [Analysis of cash flows of a commercial bank]. *Visnyk of the National Bank of Ukraine*. 2003. №2. 46 – 49.
2. Vasyurenko O., Azarenkova G. Matematychni metody i modeli u spheri analizu ta upravlinnya bankivskoyu diyalynisty [Mathematical methods and models in the field of banking analysis and management]. *Visnyk of the National Bank of Ukraine*. 2003. № 8. 11 – 13.
3. Yekushev A. Otchenki riska v bankovskom managmente [Risk assessments in banking management]. Available at: www.biscom.ru
4. Shpyg F.I., Derkach O.V. (2000) Strategiya upravlinnya diyalynisty komertciynogo banku [The strategy of managing the activities of a commercial bank].: Monograph. Lviv: OJSC «Biblyos», 124.
5. Malukova I. Upravlinnya finansovymi resursami komertciynogo banku v zoni garantovanogo zapasu liqidnosti [Management of a commercial bank's financial resources in the zone of guaranteed liquidity reserve]. *Financial risks*. 2009. № 1(53). 47-60.
6. Linder N. Nepreryvnaya model upravleniya deneznymi potokami banka [Continuous model of cash flows management of the bank]. *Financial risks*. 1998. №3. 107-111.

7. Morten L. Bech Intraday Liquidity Management: A Tale of Games Banks Play FRBNY. *Economic Policy Review*. September 2008. Available at: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1141366#
8. Liqidnisty banku: okremi aspekty upravlinnya ta svitoviy dosvid reguluvannya i naglyadu [Liquidity of the bank: separate aspects of management and world experience of regulation and supervision]: Scientific and analytical materials. Pub. 11 / V.S. Stelymah, V.I. Mishchenko, V.V. Krulova, R.M. Nabok, O.G. Pruhodyko, N.V. Gryshchuk. K.: National bank of Ukraine. Center for Scientific Research. 2008. 286.
9. Krasovskiy N.N., Subbotin A.I. Positsionniye diferentsialniye igry [Positional differential games]. M.: Science, 1974. 456.
10. Hans-Ulyrih Derig Universalyniy bank – bank budushchego [Universal bank - the bank of the future]. M., «International relations», 2001. 378.

The economic-mathematical model of commercial bank financial resources management has been approved. A sets of preferences for the bank and for its general counterpart has been built, which characterize such an initial state (volume) of resources of the parties at which the parties can interact as long as needed, that is, they will save their financial resources or in vice versa may lose it. The optimal strategies of the parties has been found.

Keywords: financial resources, risk management, commercial bank, optimal strategies, sets of preferences.