

Анотація. Враховуючи стан проблеми методики навчання математики учнів у закладах освіти, результати складання школярами різного рівня підсумкового контролю та типові помилки, яких припускаються учні під час розв'язування завдань з алгебри, що є показником низького рівня знань та не засвоєння навчального матеріалу, ми у своєму дослідженні пропонуємо організацію превентивної діяльності з попередження та недопущення помилок під час вивчення алгебри в основній школі. У статті пропонується до розгляду організація превентивної діяльності вчителя математики з попередження та недопущення в майбутньому однієї з типових помилок учнів під час вивчення теми «Цілі вирази».

Ключові слова: алгебра, помилка, попередження, вчитель, учень, превентивна діяльність.

Актуальність (Introduction). Реформування освіти на основі компетентісного підходу потребує суттєвих змін у всіх ланках педагогічної системи: у цілях і результатах навчання і виховання; у змісті освіти; в діяльності вчителя і учнів. В якості основних цілей навчання математики сьогодні розглядається формування компетентностей. В освіті залишається актуальним питання пошуку ефективних способів організації навчального процесу, кожного конкретного виду навчальної математичної діяльності, спрямованої на успішне засвоєння навчального матеріалу учнями та практичне застосування.

У науково-методичній літературі пропонуються різні шляхи вдосконалення навчального процесу, використовуються нові методики та сучасні технології навчання, однак аналіз практики навчання математики, результати ДПА та ЗНО свідчать, про те, що робота над помилками учнів є проблемною зоною в організації навчальної діяльності. На нашу думку, особливо важливе місце в процесі навчання математики має займати діяльність, спрямована на викорінення помилок учнів, ліквідацію прогалин в знаннях та успішне засвоєння навчального матеріалу (таку діяльність ми називаємо превентивною). Невід'ємною складовою такої діяльності ми вважаємо складову, яка спрямована на *попередження помилок учнів*, профілактику їх виникнення. Адже кожна помилка, якщо вона не є наслідком описки, свідчить про недостатній рівень засвоєння відповідного навчального матеріалу.

Аналіз останніх джерел та публікацій (Analysis of recent researches and publications). Помилки учнів та робота над ними постійно знаходились в полі зору психологів, методистів, педагогів, учених-математиків.

Так, психологічний аналіз виникнення математичних помилок учнів розглядається в роботах Д. М. Богоявленського, Н. А. Менчинської, Я. І. Грудьонова, П. В. Шеварьова, Г. А. Маделяна та ін. В дослідженнях А. К. Артемова, В. М. Брадїса, Г. П. Бевза, С. І. Векслера, В. О. Далінгера, Є. С. Дубинчук, А. М. Пишало, В. І. Рижика, Г. Н. Скобелева, З. І. Слєпкань, О. А. Тарасової, Л. П. Черкаської та ін. розглянуті різні аспекти методичної роботи над математичними помилками учнів. Протягом багатьох років вивченням учнівських помилок займалися німецькі математики.

Однак, помилок, яких припускаються учні не стало менше. Що на нашу думку, є наслідком недоліків у самій організації та проведенні навчально-виховного процесу. Здійснивши аналіз досліджень та з власного досвіду, ми прийшли до висновку, що кількість допущених учнями помилок можна суттєво зменшити, якщо організувати сумісну діяльність вчителя і учнів по упередженню та викоріненню цих помилок. Таку діяльність в своєму дослідженні ми назвали *превентивною* [1, 2, 5].

Мета (Purpose). Розкрити деякі особливості організації превентивної діяльності вчителя математики по упередженню помилок учнів під час вивчення змістової лінії: *вирази в курсі алгебри основної школи.*

Методи (Methods). Теоретичні (аналіз педагогічної, психологічної літератури), практичний досвід.

Результати (Results). Практика свідчить, що робота над помилками є результативною, якщо правильно спланувати *упередження можливих типових помилок* під час вивчення нового матеріалу, вчасно організовувати діяльність з *виявлення та виправлення* допущених помилок на етапі формування навичок та вмінь, сприяти свідомому *осмисленню і закріпленню* безпомилкових знань та належним чином *здійснювати перевірку*. На кожному з даних етапів вчителю необхідно добирати ефективні форми навчальної роботи, застосовувати дієві методи і прийоми навчання та їх поєднання, використовувати комплекс доцільних засобів навчання і перевірки набутих знань.

Розглянемо дії вчителя та учнів на кожному з розглянутих вище етапів.

Навчальний етап комплексної методики здійснення превентивної діяльності вчителя математики передбачає використання тих компонентів превентивної діяльності (аналіз навчального матеріалу, сукупність методичних превенцій, та організаційно-педагогічних умов, сучасні комп'ютерні технології), які спрямовані на *упередження та недопущення* алгебраїчних помилок учнів в процесі вивчення нового матеріалу.

Першою вимогою до вчителя є те, що він повинен знати де під час вивчення нового матеріалу, і в якому місці учні допускають найбільше помилок.

Здійснюючи аналіз помилок вчителю необхідно з'ясувати які умови забезпечать правильне виконання завдання і які фактори можуть викликати його помилкове виконання. Виходячи з асоціативно-рефлекторної теорії [7], учень може зробити помилкову дію у двох випадках: *коли в нього актуалізується правильний ланцюг асоціацій, але актуалізується не повністю, відсутня певна ланка, або коли в учня актуалізується помилкова асоціація.* Задача вчителя у першому випадку - перевірити склад і міцність усіх ланок у правильному ланцюгу асоціацій, у другому - виявити помилкову асоціацію, що актуалізувалась у мисленні учня та замінити правильною асоціацією.

Відомо, що, якщо дві події відбуваються близько в часі чи просторі, то на основі сформованого зв'язку у людському розумі, при настанні однієї з них, людина очікує другої. Так і при розв'язуванні математичних задач: якщо із суб'єктивної точки зору конкретна задача, чи її частина, видається подібною до відомої, то той, хто розв'язує, переносить, елементи відомої задачі на нову, не помічаючи суттєвої відмінності між ними.

Враховуючи специфіку вивчення алгебри, зокрема те, що кожна наступна тема спирається на вже вивчений раніше матеріал певної змістової лінії, *пояснення нового матеріалу потрібно будувати на основі повторення, узагальнення і систематизації відомого, здійснювати постійний зв'язок між вивченим і новим.*

Розкриємо методику організації превентивної діяльності під час вивчення теми «Цілі вирази». Вивчення цієї теми розпочинається з формування в учнів поняття одночлена та дій над ним.

Як показало наше дослідження значну кількість помилок школярі допускають під час запису одночлена в стандартному вигляді та у виконанні дій додавання та множення одночленів. Причиною появи таких помилок є недостатньо сформоване поняття степеня та невміння правильно застосовувати властивості степенів.

Так, виконуючи тотожні перетворення виразів учні плутають дії добутку степенів та піднесення степеня до степеня, допускають помилку типу:

$$(a^m)^n = a^{m+n} \quad (1)$$

Практика та власний досвід показує, щоб запобігти появі помилок під час вивчення властивостей $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $m, n \in N$; $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, $m, n \in N$, необхідно закріпити в пам'яті учнів особливості даних виразів, вказавши на *спільне* та *відмінне* в них.

Згідно асоціативно-рефлекторної теорії П.А. Шеварьова [7], причиною появи помилки (1) є зовнішня схожість виразів $a^m \cdot a^n$ і $(a^m)^n$, $m, n \in N$ і помилковий асоціативний зв'язок,

який сформувався під час вивчення властивості $a^m \cdot a^n = a^{m+n}; m, n \in N$. Тому, з метою упередження помилки $a^m \cdot a^n = a^{m+n}; m, n \in N$ ще на етапі засвоєння властивості $a^m \cdot a^n = a^{m+n}; m, n \in N$, необхідно звернути увагу учнів на *специфічну особливість* формули $a^m \cdot a^n = a^{m+n}; m, n \in N$ тобто на те, що *між степенями дія множення, а в результаті показники степенів додаються*.

Більшого ефекту можна досягти працюючи *фронтально* із класом та задіюючи всіх учнів. Школярі самі повинні виділити згадану вище особливість. Вміння учнів виділяти особливе і спільне у формулах, виразах, поняттях, сприятиме кращому засвоєнню ними знань з найменшою кількістю помилок.

Слід відзначити, що у підручниках є достатня кількість завдань на закріплення властивості $a^m \cdot a^n = a^{m+n}; m, n \in N$, що сприяє її міцному запам'ятовуванню. Після введення властивості $(a^m)^n = a^{m \cdot n}; m, n \in N$, доцільно розібрати з учнями *особливості* цієї рівності, зокрема *наявність дужки, показника степеня за дужками, добутку показників степенів в правій частині рівності*.

Наступним етапом повинно бути порівняння обох вивчених властивостей, учні повинні або самі, або за підтримки вчителя виділити, що спільного та відмінного вони помітили, *суттєві* особливості обов'язково зафіксувати в зошитах чи спеціально відведених довідниках.

З досліджень психологів відомо, що до 80% інформації людина отримує через зоровий канал. Для попередження математичних помилок учнів корисно максимально використовувати *візуалізацію* навчального матеріалу. В основу такого методичного прийому покладена опосередкована функція наочності виділена В. Далінгер та Н. Тарасенковою. Візуалізація матеріалу, що подається спрямована також на вдосконалення пам'яті - на запам'ятовування формул та правильних дій під час розв'язування вправ.

Прийом візуалізації доцільно використати у вигляді опорної схеми, складеної разом з учнями, направленої на виділення спільного і відмінного у властивостях степенів:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}; m, n \in N. \left(\begin{array}{|c|c|} \hline \Delta & \nabla \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \Delta + \nabla \\ \hline \end{array} \right) \text{ – піктограма}.$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}; m, n \in N. \left(\left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right)^\square = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \right) \text{ – піктограма}.$$

Подати схему можна у вигляді таблиці, чи презентації та залишити перед очима на весь урок для кращого запам'ятовування. (Для більш міцного запам'ятовування обвести рамочкою та розташувати у правому верхньому куті дошки). Під час виконання вправ на перших уроках учням дії обов'язково проговорювати. Наприклад: *під час множення степенів з однаковими основами, показники додаються; під час піднесення степеня до степеня показники степенів множаться*.

Виділення спільного і відмінного у новому матеріалі сприяє розвитку уваги учнів і спрямованості на пошук таких характеристик під час вивчення кожної теми.

Тому слід пам'ятати, що формулювання загальних висновків на основі розгляду конкретних ситуацій (використання індуктивних міркувань), здійснених самими учнями за наслідками власної діяльності, сприяє міцнішому засвоєнню нових знань та запобіганню помилок з цієї теми у майбутньому.

Якщо не звернути увагу учнів на особливість кожної з властивостей $a^m \times a^n = a^{m+n}; m, n \in N$, $(a^m)^n = a^{m \cdot n}; m, n \in N$, то вони будуть бачити тільки спільне: однакові основи a , показники степенів — m і n , а отже використовувати частіше будуть ту властивість яка вивчалась першою.

Закріпити введені нові властивості доцільно вдало підбраною системою усних та письмових вправ.

Особливістю усних вправ є те, що вони повинні бути націлені на формування в учнів умінь *визначати назву певної властивості та записувати її у вигляді формули, а також називати властивість записану формулою, умінь перевіряти виконані перетворення, обчислюючи значення даних і одержаних виразів*.

Слід зауважити, що питання повинні формулюватись вчителем так, щоб задіяти не тільки пам'ять і уяву, а й мислення учнів.

Як відомо, однотипна система тренувальних вправ зводиться до виконання схожих дій, і це послаблює увагу учнів. Тому тренувальні вправи на закріплення властивостей степенів доцільно доповнити вправами складеними з урахуванням *такої закономірності* :

якщо при вивченні нової теми виконуються умови: 1) учневі пропонують завдання тільки одного типу; 2) виконання кожного з них зводиться до однієї і тієї ж операції; 3) цю операцію (її результат) учневі не доводиться вибирати серед інших, які можливі в подібних ситуаціях; 4) дані завдань не є для учня незвичними; 5) він упевнений в безпомилковості своїх дій, то учень під час виконання 2-го або 3-го завдання перестає згадувати і застосовувати правила, формули чи теореми, не обґрунтовує розв'язування завдань [3].

Щоб спровокувати учня на помилку, потрібно однотипні вправи згрупувати по дві-три. За вказаною вище закономірністю третю з цих вправ учень виконає не обґрунтовано, а механічно, тому в четвертій вправі обов'язково допустить помилку. Помилку слід проаналізувати, і виправити. В цей час впевненість у безпомилковості дій в учня порушиться.

Якщо помилка і не допускається, то все одно активність мисленнєвої діяльності зростає, так як у дібраної системи вправ порівняно з однотиповою, порушуються умови вказаної закономірності.

До вправ на застосування властивостей степенів ми пропонуємо включати вправи із попередніх тем, які зовні схожі.

Наприклад. Подайте, якщо можливо у вигляді степеня:

- 1) $4^3 \cdot 4^5$; 2) $a^5 \cdot a^7$; 3) $x^4 \cdot x^6$; 4) $c^3 + c^5$; 5) $(3^4)^2$; 6) $(-a^9)^2$; 7) $(-b^5)^4$;
8) $(-2)^5 + (-2)^4$; 9) $(-2^3)^4 \cdot (-2)^7$; 10) $(3^2)^4 \cdot 3^3$; 11) $(c^2)^5 \cdot c^4$; 12) $(7^2)^5 + 7^4$.

Тут вправи 1) – 3) однотипові, в них повторюється одна властивість (добуток степенів з однаковими основами), яку учень може не усвідомлювати якщо діє за аналогією. В результаті усвідомлення цієї особливості знижується, і в прикладі 4) учні допускають помилку: $c^3 + c^5 = c^8$.

Помилка не залишається поза увагою інших учнів. Зростає інтерес. Послаблюється самовпевненість учнів у безпомилковості своїх дій. В результаті наступні вправи учні виконують більш уважно та вдумливо. Але через деякий час увага знову послаблюється, так як вправи 5-7 однотипові, і деякі учні знову допускають помилку у вправі 9. Після цього інтерес і мисленнєва діяльність ще більше підсилюється, тому у завданні 12 помилку майже ніхто не допустить.

Певного емоційного забарвлення упередженню помилок зможуть надати інтерактивні технології, які полягають в активному залученні всіх учнів до взаємодії. Так, наприклад, можна використати стратегію «Порушена відповідність». Учнів об'єднати в групи та запропонувати встановити правильну відповідність в таблиці.

Умова	Відповідь
$x^n x^m$	x^9
$(x^3)^4$	x^{3n}
$x^6 x^3$	x^{6+n}
$(x^n)^3$	x^{k+n}
$x^k x^n$	x^{12}
$(x^k)^n$	x^{n+m}
$x^6 x^n$	x^{kn}

Таблицю можна подати у вигляді презентації або на картках. Закріпити властивості степенів допоможе стратегія «Взаємні запитання», коли після роботи з підручником одна група ставить запитання іншій.

У 7 класі доцільно використовувати картки взаємоопитування учнів. В силу

психологічних особливостей підлітків така діяльність їм подобається, стимулює до вивчення правил та формул. П'яти-сехвилинні взаємоопитування ми пропонуємо проводити протягом вивчення кожної теми.

Ефективною є робота в парах по знаходженню та виправленню допущених помилок один в одного. Таким є прийом «Піймай помилку». Знаходження учнями помилок доцільно стимулювати: оцінювати в балах; або похвалою.

Найбільшого задоволення учні отримують, коли знаходять «помилки» вчителя. Методичний прийом «Знайти помилку вчителя» сприяє активізації мисленнєвої діяльності, виховує бажання знати більше та якісніше. Звичайно, такий прийом ефективний, якщо вчитель наче ненароком допускає типові для учнів помилки. Однак, якщо і не буде помилок на дошці, вимога «знайти помилку» вселяє в учнів впевненість в обов'язковій наявності помилки. Якщо процес знаходження помилок буде захоплюючим для учнів, то вивчення помилок стане засобом підвищення інтересу до вивчення математики.

Під час неправильного виконання завдання учнем біля дошки, допущеної помилки в дії, слід зупинити виконання завдання та запропонувати знайти помилку всім учням. Оцінити високим балом учня, який першим побачив помилку та пояснив причину її появи. Такий прийом впливає на увагу та зосередженість учнів, активізуються розумові зусилля, учні глибше розуміють навчальний матеріал, зростає впевненість, якій сприяють слова підтримки вчителя, виникають нові ідеї.

Після закріплення вивчених формул та роботи з підручником, важливо провести діагностичну самостійну роботу. Перевірку її здійснити, наприклад, таким чином: почергово заслухати відповіді учнів, не вказуючи на правильну відповідь, потім попросити підняти руку тих учнів у кого дійсно правильна відповідь.

Математичний диктант допомагає контролювати знання, уміння та навички учнів. Проаналізувавши виконання диктанту, вчитель одержує детальну інформацію про рівень засвоєння навчального матеріалу як окремими учнями, так і класу в цілому, що в свою чергу дозволяє оперативно ліквідувати прогалини в їх підготовці. До завдань математичного диктанту потрібно включати як властивості степенів, так і завдання на повторення.

Важливого значення в організації превентивної діяльності набуває тестова перевірка знань з комп'ютерною підтримкою, ми називаємо таку перевірку «п'ятихвилиною». З практики навчання математики відомо, що, якщо систематично здійснювати перевірку залишкових знань на початку кожного уроку, учні чекають такої перевірки, краще готуються до уроку вдома. Чітке пояснення домашнього завдання, п'яти-десяти хвилинна тестова перевірка з комп'ютерною підтримкою, аналіз помилок – це ще одна необхідна умова упередження таких помилок в майбутньому. На нашу думку, суттєвим є знання та облік вчителем типових помилок учнів та включення питань на ці помилки не тільки протягом вивчення всієї теми, а й протягом всього навчального року.

Висновки і перспективи (Discussion). Досліджуючи типові помилки учнів у процесі вивчення алгебри, ми прийшли до висновку, що кожна така помилка потребує ретельного розгляду: виявлення змісту, пояснення причини появи, підбір ефективних методів з недопущення та упередження появи цієї помилки у вивченні наступного рівня певної змістової лінії та іншого навчального матеріалу.

Список використаних джерел

1. Благодир Л. А. Формування вмінь і навичок превентивної діяльності майбутнього вчителя математики. / Л. А. Благодир, В. О. Швець // Теоретичний та науково-методичний часопис «Вища освіта України»: матеріали міжнародної науково-прак. конф. «Педагогіка вищої школи: методологія, теорія, технології». – Т. 2. – Київ, 2012. – С. 38 – 46.

2. Благодир Л. А. Функції і принципи превентивної діяльності вчителя математики. / Л.А.Благодир, В. О. Швець // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: зб. наукових праць – К.: МПУ ім. М. П. Драгоманова, 2011. – № 8 – С. 17 – 23.

3. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: книга для учителя / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 1990. – 223 с.

4. Далингер В. А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математики: кн. для учителя. / В. А. Далингер. – М.: Просвещение, 1991. – 60 с.

5. Швець В. О. Превентивна діяльність вчителя математики: зміст і структура / Л. А.Благодир, В. О. Швець // Дидактика математики: проблеми и исследования: межд. сб. науч. работ. – Д.: ТЕАН, 2010. – № 36. – С. 13 – 18.

6. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні умови навчання математики: метод. посіб.. – К.: Рад. Школа, 1998. – 192 с.

7. Шеварев П. А. О роли ассоциаций в процессах мышления / А. П. Шеварев // Исследование мышления в советской психологии. – М.: Наука, 1966. – С. 388 – 436.

References

1. Blagodir L. A. Formation of skills and abilities of preventive activity of the future teacher of mathematics. / L. A. Blagoudir, V. O. Shvets // Theoretical and methodological journal "Higher education of Ukraine": materials of international scientific works. conf. "Pedagogics of Higher School: Methodology, Theory, Technology. - T. 2. - Kyiv, 2012. - P. 38 - 46.

2. Blagodir L. A. Functions and principles of preventive activity of the teacher of mathematics. / L. A. Blagodir, V. O. Shvets // Scientific Journal of the National Academy of Sciences named after. MP Drahomanov. Series number 3. Physics and Mathematics at Higher and Secondary School: Sb. scientific works - K.: MPU them. M.P. Dragomanova, 2011. - No. 8 - P. 17-23.

3. Grudinov YA I. Perfection of the methodology of the work of the teacher of mathematics: a book for the teacher / Ya. I. Grudenov. - Moscow: Enlightenment, 1990. - 223 pp.

4. Dalinger VA. A method for the realization of intra-object communications in the teaching of mathematics: Kn. for the teacher. / VA Dalinger. - M.: Enlightenment, 1991. - 60 s.

5. Shvets V.O. Preventive activity of the teacher of mathematics: content and structure / L. A. Blagodir, V. A. Shvets // Didactics of mathematics: problems and research: interludes. Sat scientific works - D.: TEAN, 2010. - No. 36. - P. 13 - 18.

6. Slepkan ZI Psychological and pedagogical conditions of teaching mathematics: method. Guide .. - K.: Rad. School, 1998. - 192 pp.

7. Shevarev PA About the role of associations in the processes of thinking / AP Shevarev // Study of thinking in Soviet psychology. - Moscow: Nauka, 1966. - P. 388 - 436.

ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ ОШИБОК УЧАЩИХСЯ ПО АЛГЕБРЕ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ "ВЫРАЖЕНИЯ"

Благодыр Л.А.

Аннотация. Учитывая состояние проблемы методики обучения математике учащихся в учреждениях образования, результаты сдачи школьниками разного уровня итогового контроля и типичные ошибки, допускаемые учениками при решении задач по алгебре, что является показателем низкого уровня знаний и усвоения учебного материала, мы в своем исследовании предлагаем организацию превентивной деятельности по предупреждению и недопущению ошибок при изучении алгебры в основной школе. В статье предлагается к рассмотрению организация превентивной деятельности учителя математики по предупреждению и недопущению в будущем одной из типичных ошибок учащихся при изучении темы «Целые выражения».

Ключевые слова: алгебра, ошибка, предупреждение, учитель, ученик, превентивная деятельность.

PREJUDICES ERRORS STUDENTS IN ALGEBRA IN THE PROCESS OF STUDYING THE CONTENT LINE "EXPRESSIONS"

Blagodyr L.A.

Abstract. Given the state of the problem of the methodology for teaching mathematics to students in educational establishments, the results of the delivery of different levels of final control by schoolchildren and the typical mistakes made by students in solving problems in algebra, which is an indicator of the low level of knowledge and mastering of educational material, we propose in our study the organization of preventive activities for prevention and avoidance of errors in the study of algebra in the basic school. The article proposes to consider the organization of the preventive activity of the mathematics teacher in preventing and preventing in the future one of the typical mistakes of students when studying the topic "Entire expressions".

Key words: algebra, error, warning, teacher, student, preventive activity.