

АНАЛИЗ МЕТОДАМИ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕПЛООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕДАХ

Б.Х. Драганов, доктор технических наук

Приведен метод исследования теплообменных процессов и гидродинамики многокомпонентных систем на основе положений неравновесной термодинамики.

Многофазная среда, диффузия, генерация энтропии, тензорные функции, термодинамическая сила, термодинамические потоки, турбулентное движение.

Любая техническая система имеет определенную технологическую структуру, т.е. состоит из ряда взаимосвязанных элементов. Каждая структура на определенном j -м уровне может характеризоваться некоторым набором переменных [1]. При этом существует определенная коррекция между структурами и характерными особенностями процессов, их образующих.

Эволюционные изменения, происходящие в элементах системы, как и эволюции системы в целом, составляют предмет исследований многих разделов науки. В технических устройствах эволюционные явления рассматриваются как правило с позиций двух аспектов: термодинамического и кинетического.

Существенный интерес заслуживают вопросы, посвященные анализу гидродинамики многокомпонентных сред, когда один из компонентов может изменить свое фазовое состояние [2–4].

Цель исследований – разработка метода расчета теплообмена и гидродинамики для многокомпонентных сред.

Материалы и методика исследований. До настоящего времени процессы тепломассообмена для многокомпонентных сред исследовались на основе классической термодинамики [1, 3, 4]. В этой статье указанные выше явления анализируются методом неравновесной термодинамики.

При формировании многофазного движения в рамках многоскоростного континуума задаются условия совместного движения фаз и величины, описывающие внутрифазовые силовые, энергетические и межфазные (массовое, силовое, энергетическое) взаимодействия.

В тех случаях, когда инерционные эффекты относительно движения фаз незначительны, для описания движения многофазных сред обращаются к диффузному, т.е. одножидкостному, приближению.

При анализе технической системы необходимо учитывать проблему взаимодействия целого и его частей. При этом результаты, получаемые в различных направлениях исследований, могут оказаться неоднозначными. Теорема Белла показывает, что корреляции, возникающие между пространственными разделенными, но взаимосвязанными системами, нельзя учесть в рамках ни одной из теорий, описывающих определенные состояния индивидуальных систем [5]. Однако, с другой стороны, Онзагер показал, что в двумерной модели происходят фазовые переходы, т.е. в бесконечной системе может существовать порядок структуры [6]. Изучение взаимосвязей различных физических явлений не отменяет феноменологических законов, существующих в рамках каждого явления, но позволяет нам эвристически оценить возможности уточнения и обобщения этих законов, а также глубже понять их значение.

Наиболее полное обоснование феноменологических определяющих соотношений для неидеальных многокомпонентных сплошных сред приведено в работе [4], которое согласуется с соотношениями взаимности Онзагера-Казимира в неравновесной термодинамике [7, 8]. Это эмпирически установленный принцип «взаимности» носит фундаментальный характер и может быть назван четвертым законом термодинамики [2] (напомним, что третий закон термодинамики сформулирован теоремой Нернста). Следует подчеркнуть, что принцип взаимности Онзагера-Казимира приобретает особое значение при моделировании реальных многоатомных газовых смесей, в которых между компонентами осуществляются переходы между состояниями с различными внутренними степенями свободы.

Более полный феноменологический подход определения соотношений (включая соотношения Стефана-Максвелла для многокомпонентной диффузии) для неидеальных многокомпонентных сплошных сред предпринят в работе [9].

Прежде чем применять принципы неравновесной термодинамики сплошных сред к описанию процессов тепломассопереноса в потоке многокомпонентной смеси, рассмотрим сущность постулатов, которые могут применяться при анализе любого необратимого процесса, в том числе протекающего в турбулизированном континиуме.

В качестве определяющих (реологических) соотношений, которые дополняют систему уравнений, описывающих процессы тепломассобмена, применяют феноменологические соотношения необратимых процессов (соотношения Онзагера):

$$I_k \sum_{l=1}^N L_{kl} X_l, \quad k=1,2,\dots,N, \quad (1)$$

где N – число независимых физических процессов; L_{kl} – матрица феноменологических (кинетических) коэффициентов, связывающих между собой потоки I_k и термодинамические силы X_l .

Потоки и термодинамические силы являются, в общем случае, тензорными величинами любого ранга. Физический смысл кинетических

коэффициентов может быть выяснен в рамках молекулярно-кинетической теории [10]. Число отличных от нуля кинетических коэффициентов в (1) ограничивается принципом Кюри [6], согласно которому компоненты (имеются в виду составляющие векторов вдоль осей координат) потоков будут зависеть не от всех компонентов термодинамических сил. Так, в случае изолированной системы процессы разной тензорной размерности не взаимодействуют друг с другом. Кроме того, в рамках соотношений Онзагера принимаются в качестве независимого постулата соотношения симметрии Онзагера-Казимира, так называемый принцип взаимности:

$$L_{kl}(B, \Omega) = \varepsilon_k \varepsilon_l L_{lk}(-B, -\Omega), \quad (2)$$

где B – магнитная индукция; Ω – угловая скорость вращения системы; $\varepsilon_{kl} = 1$ для четных (энергия, концентрация) и $\varepsilon_{kl} = -1$ для нечетных (плотность импульса) микроскопических параметров (четных или нечетных функций скоростей частиц).

Для изотропной невращающейся системы при отсутствии внешнего магнитного поля соотношение симметрии (2) приобретает более простой вид:

$$L_{kl} = L_{lk}, \quad (3)$$

где L_{kl} – скалярные величины.

Существенным показателем необратимости процесса является степень генерации энтропии. Конкретное представление скорости производства энтропии $\sigma_{(s)}$ внутри системы может быть выражено так:

$$T\sigma_{(s)} = \sum_{k=1}^N I_k X_k \geq 0. \quad (4)$$

Следует принять во внимание, что после определения потоков I_k сопряженные им силы X_k находятся однозначным образом.

Для случая локального равновесия среды можно записать соотношение Гиббса-Дюгема, имеющее фундаментальное значение для термодинамики многокомпонентных систем:

$$\rho \sum_k N_k d\mu_k = -\rho S dT + dp, \quad (5)$$

где N_k – удельное значение молей (на единицу массы суммарного континуума); μ_k – химический потенциал компонента α ; S – энтропия; ρ – плотность; T – температура; p – давление.

Уравнение генерации энтропии многокомпонентной газовой смеси имеет вид:

$$\rho \frac{ds}{dt} = -\frac{dq}{dt} \cdot \frac{1}{T} + \frac{1}{T} \left(\pi_{ij} \frac{dv_{ij}}{dt} + \sum_{\alpha=1}^N I_{\alpha j} F_{\alpha j} - \sum_{\alpha=1}^N \mu_{\alpha} \sigma_{\alpha} \right) + \frac{1}{T} \sum_{\alpha=1}^N \mu_{\alpha} \frac{dj_{\alpha j}}{dt}, \quad (6)$$

где $i, j (i, j = 1, 2, 3)$ – индексы указывающие на декартовы координаты точки r ; $q(r, t)$ – молекулярный поток тепла; $\pi_{ij}(r, t)$ – тензор j вязких напряжений, связанный с процессами молекулярного переноса количества дви-

жения всех компонентов смеси; v_{ij} – составляющая вектора гидродинамической скорости смеси; $j_{aj}(r, t)$ – диффузионный (молекулярный) поток вещества σ в системе; $F_{aj}(r, t)$ – суммарная внешняя сила, действующая на одну частицу α – компоненты; $\mu_\alpha(r, t)$ – локальные химические потенциалы; σ_α – параметр, характеризующий изменение (увеличение, уменьшение) общего числа частиц компонента в единице объема за единицу времени за счет химических реакций. При отсутствии химических реакций, естественно, член $\mu_\alpha(r, t)$ равняется нулю.

В соответствии с основным постулатом термодинамики необратимых процессов, в состояниях, близких к состоянию термодинамического равновесия термодинамические потоки можно представить в виде линейных функций от термодинамических сил:

$$I_{qj} = L_{00}^{jk} X_{0k} - \sum_{\beta=1}^N L_{0\beta}^{jk} X_{\beta k};$$

$$I_{\alpha j} = L_{\alpha 0}^{jk} X_{0k} - \sum_{\beta=1}^N L_{\alpha\beta}^{jk} X_{\beta k}. \quad (7)$$

Кинетические коэффициенты $L_{\alpha\beta}^{jk}(\alpha, \beta = 0, 1, \dots, N)$ представляют собой тензоры, зависящие от переменных состояния и параметров, характеризующих геометрическую симметрию среды.

Согласно общей теории тензорных функций [10] свойства симметрии изотропных сред вполне характеризуются метрическим тензором q^{jk} ; все тензоры будут тензорными функциями только метрического тензора:

$$L_{\alpha\beta}^{jk} = L_{\alpha\beta} q^{jk}, \quad (8)$$

где q^{jk} – скалярные величины.

В прямоугольной системе координат определяющие соотношения примут вид:

$$I_{qj} = L_{00} X_{00} - \sum_{\beta=1}^N L_{0\beta} X_{\beta j};$$

$$I_{\alpha j} = L_{\alpha 0} X_{0j} - \sum_{\beta=1}^N L_{\alpha\beta} X_{\beta j}. \quad (9)$$

Из условия симметрии Онзагера-Казимира следует:

$$L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha}(\alpha, \beta = 0, 1, 2, \dots, N), \quad (10)$$

что уменьшает число фенологических коэффициентов $L_{\alpha\beta}$.

Результаты исследований. Приведем соотношения неравновесной термодинамики для молекулярных потоков диффузии и тепла. Коэффициенты диффузии ($D_{\alpha\beta} = D_{\beta\alpha}$) и коэффициенты термодиффузии для многокомпонентной среды не являются линейно независимыми:

$$\sum_{\alpha=1}^N M_{\alpha} Z_{\alpha} D_{T\alpha}(\xi) = 0; \quad \sum_{\alpha=1}^N M_{\alpha} I_{\alpha} D_{\alpha\beta} = 0; \\ (\beta = 1, 2, \dots, N), \quad (11)$$

где $M_{\bar{\alpha}}$ – молекулярная масса частицы компонента $\bar{\alpha}$; $\xi(r, t)$ – скорость протекания соответствующей химической реакции.

Для турбулентных потоков диффузии $I_{\alpha, j}^T$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$) и тепла I_{qj}^T , а также для потока энтропии турбулизации $I_{(S_F)_j}$, существуют такие кинетические конститутивные соотношения:

$$I_{qj}^T = L_{00}^T X_{0j}^T - \sum_{\beta=1}^N L_{0\beta}^T X_{\beta j}^T; \\ I_{\alpha j}^T = L_{\alpha 0}^T X_{0j}^T - \sum_{\beta=1}^N L_{\alpha\beta}^T X_{\beta j}^T; \quad (12)$$

$$I_{(S_F)_j} = -L_{FF}^T T_{Fj}, \quad (13)$$

где L^T – скалярные феноменологические коэффициенты диффузии, зависящие от осредненных параметров состояния $\bar{\rho}, \bar{T}, \bar{Z}_{\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$) и параметра турбулизационной энергии $\bar{e}$, характеризующего физическую природу турбулентной среды, удовлетворяют условиям симметрии Онзагера-Казимира ($L_{\alpha\beta}^{\Sigma} = L_{\beta\alpha}^{\Sigma}$) и условиям (11).

Определяющие соотношения для турбулентных потоков диффузии и тепла удобно привести к виду обобщенных соотношений Стефана-Максвелла, включающих бинарные коэффициенты турбулентной диффузии.

Для турбулентных многокомпонентных смесей запишем соотношения термодинамических сил через потоки I_{qj}^T и $I_{\alpha, j}^T$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$):

$$I_{qj}^T - L_{00}^T X_{0j}^T = \sum_{\beta=1}^{N-1} L_{0\beta}^T \left[X_{\beta j}^T - \frac{M_{\beta}}{M_N} X_{Nj}^T \right]; \quad (14)$$

$$I_{\alpha j}^T - L_{\alpha 0}^T X_{0j}^T = \sum_{\beta=1}^{N-1} L_{\alpha\beta}^T \left[X_{\beta j}^T - \frac{M_{\beta}}{M_N} X_{Nj}^T \right]; \quad (15)$$

$$(\alpha = 1, 2, \dots, N-1),$$

где $X_{\beta j}^T$ ($\beta = 1, 2, \dots, N$) – термодинамические силы, определяемые выражением:

$$X_{\beta j}^T = -(\bar{P} / \bar{n}_{\beta}) d_{\beta j}^T \quad \text{и} \quad \sum_{\beta=1}^N \bar{Z}_{\beta} X_{\beta j}^T = 0, \quad (16)$$

где $\bar{n}_\beta(r, t)$ – среднее значение плотности (за единицу объема) молекул компонента β ; $d_{\beta j}^T$ – линейно зависимые векторы процесса $\left(\sum_{\beta=1}^N d_{\beta j}^T = 0 \right)$.

После ряда преобразований [9] получим выражение для турбулентных потоков диффузии $I_{\alpha j}^T$:

$$I_{\alpha j}^T = -\bar{n}_\alpha \sum_{\beta=1}^N D_{\alpha\beta} \left[d_{\beta j}^T + K_{t\beta}^T \frac{T_j}{T} \right]; \quad (17)$$

$$(\alpha = 1, 2, \dots, N),$$

где $K_{t\beta}^T$ – турбулентное термодиффузионное отношение [10].

Выводы

Для локально-стационарного состояния турбулентного поля, когда в структуре турбулентности существует некоторое внутреннее равновесие, наиболее полное описание тепломассообмена в многокомпонентной среде можно получить соотношениями Стефана-Максвелла для многокомпонентной диффузии и соответствующим выражением для потока тепла в турбулизированном континиуме.

Следует подчеркнуть, что при анализе гидродинамических и тепломассовых процессов феноменологический подход (основанный на положениях неравновесной термодинамики) позволяет получить определяющее соотношение для термодинамических потоков диффузии и тепла, а также удобные для расчета алгебраические формулы, связывающие между собой коэффициенты молекулярного процесса.

Список литературы

1. Большое, малое и человеческий разум / [Пенроуз Р., Шимони А., Картрайт Н., Хокинг С.] / под ред. Ю. Данилова; пер. с англ. А. Хочаяна. – СПб: Амфора, 2008. – 191 с.
2. Де Грот С. Неравновесная термодинамика / С. Де Грот, П. Мазур. – М.: Мир, 1964. – 456 с.
3. Дейч М.Е. Газодинамика двухфазных сред / М.Е. Дейч, Г.Л. Филиппов. – [2-е изд.]. – М: Энергоиздат, 1981. – 472 с.
4. Дъярмати И. Неравновесная термодинамика / И. Дъярмати. – М.: Мир, 1974. – 304 с.
5. Колесниченко А.В. Соотношения Стефана-Максвелла и поток тепла для неидеальных многокомпонентных сплошных сред / А.В. Колесниченко, Г.А. Тирский. // Числ. метод, мех. сплошн. среды. – 1976. – Т.7, №4. – С.106–121.
6. Колесниченко А.В. Турбулентность многокомпонентных сред / А.В. Колесниченко, М.Я. Мааров. – М.: МАИК Наука, 1998. – 366 с.
7. Ландау Л.Д. Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – 733 с.

8. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.
9. Пригожин И. Химическая термодинамика / И. Пригожин, Р. Фей. – Новосибирск: Наука, 1966. – 509 с.
10. Седов Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1976, Т.1. – 536 с.

Наведено метод дослідження теплообмінних процесів та гідродинаміки багатокomпонентних систем на основі положень нерівноважної термодинаміки.

Багатофазне середовище, дифузія, генерація ентропії, тензорні функції, термодинамічна сила, термодинамічні потоки, турбулентний рух.

A method for the study of hydrodynamics and heat transfer processes of multicomponent systems on the basis of non-equilibrium thermodynamics.

Multiphase medium, diffusion, the generation of entropy, tensor functions, the thermodynamic force, the thermodynamic flows, turbulent motion.

УДК 621.762

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ТА ОЦІНКИ ГЛИБИНИ ПРОПЛАВЛЕННЯ КОНТАКТ-ДЕТАЛЕЙ КОМУТАЦІЙНИХ АПАРАТІВ

І.П. Радько, кандидат технічних наук

Розглянуто метод визначення проплавлення контакт-деталей за допомогою рівняння теплопровідності в сферичних координатах. Показано, що розміри основи дуги дуже малі в порівнянні з поверхнею контакт-деталі, тому розрахунок теплового режиму контакт-деталі проводиться з використанням методу точкового джерела. Визначено розподіл температури електричної дуги за час її горіння при комутації струму.

Контакт-деталь, електрична дуга, теплопровідність, напруга, електричний струм.

Мета досліджень – вдосконалення математичної моделі теплових процесів комутаційних апаратів.

Матеріали та методика досліджень. Використано параметри дуги та метод теплового балансу енергії електричної дуги при комутації струму електричних апаратів.

Результати досліджень. Вперше обраховано величину глибини проплавлення, електричну ерозію, термін служби контактів з досліджуваними матеріалами порошкової металургії та потужність електричної дуги.

$$P = a \cdot \text{grad}T_{ct} + \lambda G - GT_{ct}^4, \quad (1)$$

© І.П. Радько, 2013