Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. Kyiv. Ukraine. 2018, Vol. 9, No. 3, 97-101
ISSN 2663-1334 (print), ISSN 2663-1342 (online), www.journals.nubip.edu.ua/index.php/Tekhnica

https://doi.org/10.31548/me2018.03.097

УДК 631.3:62-192

УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ «ЛЮДИНА-МАШИНА» ПРИ ЗНИЖЕННІ ЕФЕКТИВНОСТІ ЇЇ РОБОТИ

А. І. Бойко, А. В. Новицький

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна.

Кореспонденція авторів: anatoliy.boyko1946@gmail.com, Novytskyy@nubip.edu.ua.

Історія статті: отримано – травень 2018, акцептовано – вересень 2018.
Бібл. 6, рис. 1, табл. 0.

Анотація. В статті представлено аналіз наукових досліджень, які спрямовані на забезпечення надійності систем «людина-машина».

Розроблена математична модель надійності ерготичної системи «людина-машина» для виявлення впливу її параметрів на динамічні характеристики надійності. Показники встановлені при поступовій втраті системою своїх початкових параметрів. Побудовано розмічений граф станів і переходів системи «людина-машина» в різні можливі стани. Система може знаходитись у двох основних станах: працездатному і непрацездатному. Для спрощення розв’язку завдань математичного опису поведінки ерготичної системи додатково введені фіктивні стани. При математичному моделюванні опису роботи для систем прийняті наступні припущення. Потоки відмов і відновлень є простішими марківськими, відновлення системи починається зразу ж після її відмови, відновлена система не поступається своїми характеристиками новій, включення в роботу системи відбувається відразу ж після завершення процесу відновлення.

Модель описана стохастичними диференційними рівняннями балансу ймовірностей станів і переходів Колмогорова. Вирішення системи рівнянь проведено у перетвореннях Лапласа-Карсона. Ймовірності станів у формі переходів від оригіналів до зображень знайдені згідно правила Крамера. Основний визначник системи рівнянь включає комбінацію характеристик і є необхідним розрахунковим елементом для визначення динамічних характеристик надійності.

Ключові слова: надійність, система, людина-машина, відмова, відновлення.

Постановка проблеми

Сучасний стан розвитку механізації і автоматизації виробничих процесів, а також наукова організація експлуатації техніки характеризується сумісною ефективною роботою як людини-оператора, що управляє технікою, так і станом самої техніки. Така взаємодія, що передбачає доповнення кваліфікації і уміння людини станом і можливостями машин безумовно сприяє досягненню більш вагомих показників продуктивності, якості виконання робіт і надійності при експлуатації систем «людина-машина».

Ерготичні системи, які органічно пов’язують роль людини і можливості машин, знайшли своє використання у багатьох галузях промисловості: в автомобільному транспорті, авіації, управлінні окремими складними машинами і їх комплексами на добувних і переробних підприємствах, а також в сільському господарстві.

Аналіз останніх досліджень

Однак, незважаючи на певні досягнення, які в основному спрямовані на підвищення показників техніки, таких, як продуктивність, питомі енерговитрати, якість продукції, тощо, в дослідженнях мало уваги приділено питанням надійності використання машин.

З позицій надійності висвітлені тільки окремі позиції забезпечення повного рівня працездатності ерготичних систем. В той же час, відомі ґрунтовні праці по системному підходу при дослідженні надійності виконані Ушаковим І. А. [1], Половко А. М. [2], Руденко Ю. Н. [3], Рябініним І. А. [4], Леонтьєвим Л. П. [5].

В той же час, на сучасному рівні розробок, експлуатації і обслуговування машин ігнорувати впливом оператора чи реальним станом техніки на надійність її використання стає недопустимим.

Мета досліджень

Метою даної роботи є розробка математичної моделі надійності ерготичної системи «людина-машина» для виявлення впливу її властивостей на динамічні характеристики надійності при поступовій втраті системою своїх початкових параметрів.

Результати досліджень

Ерготичні системи, які утворюються з тісною взаємодією людини і техніки є достатньо складними для вивчення і можуть фізично знаходитись у різних стадіях функціонування, починаючи з нарощування потенційних можливостей і закінчуючи старінням і деградацією.

Певний науково-практичний інтерес представляє собою реальна ситуація, коли техніка старіючи втрачає свою надійність, а персонал, який управляє машинами, знижує своє дбайливе відношення до неї, втрачає увагу при накопиченні втомленості і зниженні реакції до правильних управлінських дій, особливо в можливих нестандартних ситуаціях.

Основою математичної формалізації при дослідженні даної ситуації може бути побудова розміченого графу станів і переходів системи «людина-машина» в різні можливі стани (рис. 1).

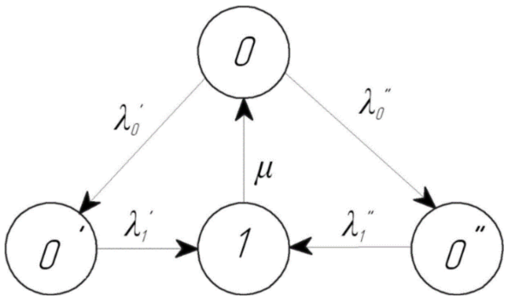

Рис. 1. Розмічений граф станів і переходів системи «людина-машина» у різні можливі стани: „0”– працездатний стан; „1”– непрацездатний стан (усунення відмов); „(0')” „(0'')” – проміжні (фіктивні стани); $\lambda_0', \lambda_0'', \lambda_1', \lambda_1''$ – інтенсивності, що характеризують формування відмов, μ – інтенсивність відновлення.

Правомірно допустити, що система може знаходитись у двох основних станах: працездатному - „0” і непрацездатному - „1” (відновлення, ремонт і т.д. після відмови). Фіктивні стани „(0')” „(0'')” вводяться додатково для спрощення рішення завдань математичного опису поведінки ерготичної системи, переводячи немарківські процеси її переходів в марківські. Передбачається, що після кожного відновлення, система набуває властивості такі ж як і нова. Таким чином, процес функціонування ерготичної системи розглядається як послідовність переходів між працездатним і непрацездатним станами.

При математичному моделюванні опису роботи для систем, які досліджуються приймаються наступні припущення:

- потоки відмов і відновлень є простішими марківськими;
- відновлення системи починається зразу ж після її відмови;
- відновлена система не поступається своїми характеристиками новій;
- включення в роботу системи відбувається відразу ж після завершення процесу відновлення.

Таким чином, шляхом введення додаткових фіктивних етапів і приведених припущень, модель функціонування системи «людина-машина» може бути представлена наступними стохастичними диференційними рівняннями балансу ймовірностей станів і переходів (рівняннями Колмогорова) [1, 2]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}P_0(t) = -\lambda_0' P_0(t) + \mu P_1(t) - \lambda_0'' P_0(t); \\ \frac{d}{dt}P_1(t) = -\lambda_1' P_0(t) + \mu P_1(t) + \lambda_1'' P_0(t); \\ \frac{d}{dt}P_0'(t) = -\lambda_1' P_0'(t) + \lambda_0' P_0(t); \\ \frac{d}{dt}P_0''(t) = -\lambda_0'' P_0'(t) + \lambda_0'' P_0(t). \end{cases} \quad (1)$$

де $P_0(t)$ - ймовірність перебування системи в працездатному стані; $P_0'(t)$ - ймовірність перебування системи в проміжному (фіктивному) стані, обумовленому зниженням уваги оператора до техніки; $P_0''(t)$ - ймовірність перебування системи в проміжному (фіктивному) стані внаслідок природного старіння машини; $P_1(t)$ - ймовірність перебування системи в непрацездатному стані.

Нормувальною умовою ймовірностей станів ерготичної системи є наступна сума:

$$P_0(t) + P_1(t) + P_0'(t) + P_0''(t) = 1. \quad (2)$$

За початкову умову можна прийняти ситуацію, коли складові підсистем «людина» і «машина» забезпечують роботу системи і вона перебуває у працездатному стані. Таким чином, для часу t=0, ймовірність $P_0(t) = 1$. Відповідно ймовірності інших станів дорівнюють нулеві:

$$P_1(t) = 0; \quad P_0'(t) = 0; \quad P_0''(t) = 0.$$

Вирішення системи рівнянь (1) доцільно проводити в перетвореннях Лапласа-Карсона [5]. Тоді з урахуванням приведених початкових умов можна записати:

$$\begin{cases} S\varphi_0(S) - 1 = -\lambda_0'\varphi_0(S) + \mu\varphi_1(S) - \lambda_0''\varphi_0(S); \\ S\varphi_1(S) = \lambda_0'\varphi_0(S) - \mu\varphi_1(S) + \lambda_0''\varphi_0''(S); \\ S\varphi_0'(S) = -\lambda_1'\varphi_0'(S) + \lambda_0'\varphi_0(S); \\ S\varphi_0''(S) = -\lambda_0''\varphi_0''(S) + \lambda_0''\varphi_0(S). \end{cases} \quad (3)$$

Доцільно друге рівняння системи (3) замінити на нормовану умову (2). Тоді після упорядкування запису система диференційних рівнянь представляється наступним чином:

$$\begin{cases} (S + \lambda_0' + \lambda_0'')\varphi_0(S) - \mu\varphi_1(S) = 1; \\ S\varphi_0(S) += S\varphi_1(S) + S\varphi_0'(S) + S\varphi_0''(S) = 1; \\ -\lambda_0'\varphi_0(S) + \left(S + \lambda_1'\right)\varphi_0'(S) = 0; \\ -\lambda_0''\varphi_0(S) + \left(S + \lambda_1''\right)\varphi_0''(S) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Після проведених перетворень маємо систему алгебраїчних рівнянь. Коефіцієнти невідомих утворюють відповідну матрицю:

$$\left| \begin{array}{cccc} \varphi_0(S) & \varphi_1 S & \varphi_{0'}(S) & \varphi_0'' \\ (S + \lambda_0' + \lambda_0'') & -\mu & 0 & 0 \\ S & S & S & S \\ -\lambda_0' & 0 & (S + \lambda_1') & 0 \\ -\lambda_0'' & 0 & 0 & (S + \lambda_1'') \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{вільнічлени} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right| \quad (5)$$

Визначник матриці має четвертий порядок і є основним для подальшого отримання характеристик надійності.

$$\Delta = \begin{vmatrix} S+\lambda_0'+\lambda_0'' & -\mu & 0 & 0 \\ S & S & S & S \\ -\lambda_0' & 0 & S+\lambda_1' & 0 \\ -\lambda_0'' & 0 & 0 & S+\lambda_1'' \end{vmatrix} \tag{6}$$

Досягненням поставленої мети досліджень вважається знаходження ймовірностей станів ергодичної системи для визначення відповідних показників надійності. Ймовірності станів у формі переходів від оригіналів до зображень можуть бути знайдені згідно правила Крамера:

$$\varphi_i(S) = \frac{\Delta i}{\Delta} \tag{7}$$

З співвідношення видно, що для встановлення будь-якого з показників надійності і знаходження для цього ймовірностей $\varphi_i(S)$ необхідно мати рішення основного визначника (6).

Раціональним шляхом вирішення основного визначника є початкове пониження його порядку. Проведемо таке пониження методом розкладання виразу навколо першої строчки . Тоді представляється можливість записати:

$$\Delta = \left(S+\lambda_0'+\lambda_0''\right)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} S & S & S \\ 0 & S+\lambda_1' & 0 \\ 0 & 0 & S+\lambda_1'' \end{vmatrix} +$$

Δа Δб

$$+(-\mu)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} S & S & S \\ -\lambda_0' & S+\lambda_1' & 0 \\ -\lambda_0'' & 0 & S+\lambda_1'' \end{vmatrix} \tag{8}$$

Отримані визначники Δa і Δб мають третій порядок і вирішуються за допомогою правила Саррюса:

$$\Delta a = \begin{vmatrix} S & S & S \\ 0 & S+\lambda_1' & 0 \\ 0 & 0 & S+\lambda_1'' \end{vmatrix} = S\left(S+\lambda_1'\right)\left(S+\lambda_1''\right) =$$
$$S(S^2+S\lambda_1''+\lambda_1'S+\lambda_1'\lambda_1'')$$

Результат помножений на перший співмножник виразу (8) дає

$$\left(S+\lambda_0'+\lambda_0''\right)\cdot S\left(S^2+S\lambda_1''+\lambda_1'S+\lambda_1'\lambda_1''\right) =$$
$$\left(S^2+S\lambda_0'S+\lambda_0''S\right)\left(S^2+S\lambda_1''+\lambda_1'S+\lambda_1'\lambda_1''\right) = S^4 + S^3\lambda_1''+\lambda_1'S^3+\lambda_1'\lambda_1''S^2+\lambda_0'S^3+\lambda_0'S^2\lambda_1''+\lambda_0'S^2\lambda_1' + \lambda_0'S\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0'S\lambda_1'\lambda_0''S^3+\lambda_0''S^2\lambda_1'' + \lambda_0''S^2\lambda_1'+\lambda_0''S\lambda_1'\lambda_1'' = S^4+S^3\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0'\lambda_0''\right)+S^2\left(\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1' + \lambda_0''\lambda_1''+\lambda_0''\lambda_1'\right)+S\left(\lambda_0'\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0''\lambda_1'\lambda_1''\right) = 0$$

Враховуючи, що інтенсивності відмов по своїй фізичній природі величини достатньо малі, їх добутком третього ступеню можна знехтувати $\lambda_\mathrm{i}^3 \approx 0$ Тоді, в спрощеному вигляді першу складову рівняння (8) можна записати:

$$S^4+S^3\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0' +\lambda_0''\right)+S^2(\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1' + \lambda_0''\lambda_1''+\lambda_0''\lambda_1')$$

Друга складова включає визначник Δб, рішенням якого є:

$$\Delta б = \begin{vmatrix} S & S & S \\ -\lambda_1' & S+\lambda_1' & 0 \\ -\lambda_0'' & 0 & S+\lambda_1'' \end{vmatrix} = S\left(S+\lambda_1'\right)\left(S+\lambda_1''\right) - \left(-\lambda_0''\right)\text{c}S - \left(S+\lambda_1''\right)\left(-\lambda_0'\right)S == S\left(S+\lambda_1'\right)\left(S+\lambda_1''\right)+S\lambda_0''\left(S+\lambda_1'\right)+S\lambda_0'\left(S+\lambda_1''\right) = S\left(S^2+S\lambda_1''+\lambda_1'S+\lambda_1'\lambda_1''\right)+S^2\lambda_0''+S\lambda_1'\lambda_0'' +S^2\lambda_0'+S\lambda_0'\lambda_1'' = S^3 + S^2\lambda_1''+S^2\lambda_1'+S\lambda_1'\lambda_1''+S^2\lambda_0''+S\lambda_1'\lambda_0'' +S^2\lambda_0' + S\lambda_0'\lambda_1'' == S^3+S^2\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0''+\lambda_0'\right)+S(\lambda_1'\lambda_1'' + \lambda_1'\lambda_0''+\lambda_0'\lambda_1'')$$

Таким чином, друга складова суми (8) дорівнює: $\mu\left[S^3+S^2\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0''+\lambda_0'\right)+S(\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_1'\lambda_0'' + \lambda_0'\lambda_1'')\right]$.

Підставивши отримані складові в загальний вираз (8) для встановлення основного визначника Δ маємо:

$$\begin{aligned}\Delta = {} & S^4+S^3\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0' +\lambda_0''\right) \\ & +S^2\left(\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1'+\lambda_0''\lambda_1'' +\lambda_0''\lambda_1'\right) \\ & +\mu\left[S^3+S^2\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0''+\lambda_0'\right) +S(\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_1'\lambda_0''+\lambda_0'\lambda_1'')\right] \\ & = S^4+S^3\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0' +\lambda_0''\right) \\ & +S^2\left(\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1'+\lambda_0''\lambda_1'' +\lambda_0''\lambda_1'\right)+S^3\mu \\ & +S^2\left(\mu\lambda_1''+\mu\lambda_1'+\mu\lambda_0''+\mu\lambda_0'\right) \\ & +S(\mu\lambda_1''+\mu\lambda_1'\lambda_0''+\mu\lambda_0'\lambda_1'')\end{aligned} \tag{9}$$

Звідси отримаємо:

$$\Delta = S^4+S^3\left(\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0' +\lambda_0''+\mu\right)+ S^2\left(\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1'+\lambda_0''\lambda_1''+\lambda_0''\lambda_1'+\mu\lambda_1''+\mu\lambda_1'+ \mu\lambda_0''+\mu\lambda_0'\right)+S(\mu\lambda_1'\lambda_1''+\mu\lambda_1'\lambda_0''+\mu\lambda_0'\lambda_1'')$$

Звертає на себе увагу те, що коефіцієнтами при невідомій є сполучення λ, μ характеристик. Позначивши для скорочення коефіцієнти наступним чином:

$\lambda_1''+\lambda_1'+\lambda_0' +\lambda_0''+\mu = \alpha;$

$\lambda_1'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1''+\lambda_0'\lambda_1'+\lambda_0''\lambda_1''+\lambda_0''\lambda_1'+\mu\lambda_1''+\mu\lambda_1'+ \mu\lambda_0''+\mu\lambda_0' = \beta;$

$\mu\lambda_1'\lambda_1''+\mu\lambda_1'\lambda_0''+\mu\lambda_0'\lambda_1'' = \gamma,$

рівняння (9) в компактному вигляді можна записати так

$$\Delta = S^4+\alpha S^3+\beta S^2+ \gamma S \tag{10}$$

Як підкреслювалось раніше, важливість отримання рішення головного визначника полягає в тому, що він входить невід'ємною складовою у всі співвідношення для розрахунку ймовірностей станів ергодичної системи, що розглядається. На основі цих ймовірностей встановлюються показники надійності і функціональні залежності їх змін від часу експлуатації, тобто динамічні характеристики надійності. Визначення вказаних показників і функцій їх змін є предметом подальших досліджень.

Висновки

1. Запропонований розмічений граф станів і переходів системи «людина-машина» відповідає фізичній сутності подій, коли машина поступово втрачає працездатність внаслідок «старіння» її елементів і вузлів, а також втрати рівня

працездатності персоналу при нарощуванні втомленості, зниження уваги і кваліфікації при управлінні складною технікою.

2. Умови функціонування системи «людина-машина» приведені до марківських потоків розподілу часу роботи і відновлення шляхом введення додаткових фіктивних станів.

3. Основний визначник системи рівнянь, що описують етапи і переходи системи «людина-машина» в різні можливі стани включає комбінацію λ, μ -характеристик і є необхідним розрахунковим елементом для визначення динамічних характеристик надійності.

Список літератури

1. *Ушаков И. А.* Курс теории надежности систем. Москва. ДРОФА. 2008. 240 с.

2. *Половко А. М.* Основы теории надежности. Санкт-Петербург. БХВ С-Петербург. 2006. 702 с.

3. *Руденко Ю. Н., Ушаков И. А.* Надежность систем энергетики. Москва. Наука. 1989. 253 с.

4. *Рябинин И. А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. Санкт-Петербург. Политехника. 2000. 247 с.

5. *Черкесов Г. Н.* Основы теории надежности автоматизированных систем управления. Ленинград. ЛПИ. 1975. 219 с.

6. *Леонтьев Л. П.* Надежность технических систем. Рига. Знание. 1969. 267 с.

References

1. *Ushakov, I. A.* (2008). Course of the theory of system reliability. Moscow. BUSTARD. 240.

2. *Polovko, A. M.* (2006). Fundamentals of the theory of reliability. Saint-Petersburg. Bkhv-Petersburg. 702.

3. *Rudenko, Yu. N., Ushakov, I. A.* (1989). Reliability of energy systems. Moscow. Science. 253.

4. *Ryabinin, S. A.* (2000). Reliability and safety of structurally complex systems. Saint-Petersburg. Polytechnic. 247.

5. *Cherkesov, G. N.* (1975). Fundamentals of reliability theory of automated control systems. Leningrad. LPI. 219.

6. *Leontiev, L. P.* (1969). Reliability of technical systems. Riga. Knowledge. 267.

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ «ЧЕЛОВЕК-МАШИНА» ПРИ СНИЖЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЕЕ РАБОТЫ

А. И. Бойко, А. В. Новицкий

Аннотация. В статье представлен анализ научных исследований, которые направлены на обеспечение надежности систем «человек-машина».

Разработана математическая модель надежности эргатической системы «человек-машина» для выявления влияния ее параметров на динамические характеристики надежности. Показатели установлены при постепенной потере системой своих первоначальных параметров. Построен размеченный граф состояний и переходов системы «человек-машина» в различные возможные состояния. Система может находиться в двух основных состояниях работоспособном и неработоспособном. Для упрощения решения задач математического описания поведения эргатической системы дополнительно введены фиктивные состояния. При математическом моделировании описания работы для систем приняты следующие предположения. Потоки отказов и восстановлений являются простейшими марковскими, восстановление системы начинается сразу же после ее отказа, восстановленная система не уступает своим характеристикам новой, включение в работу системы происходит сразу же после завершения процесса восстановления.

Модель описана стохастическими дифференциальными уравнениями баланса вероятностей состояний и переходов Колмогорова. Решение системы уравнений проведено в преобразованиях Лапласа-Карсона. Вероятности состояний в форме переходов от оригиналов к изображениям найдены в соответствии с правилами Крамера. Основной определитель системы уравнений включает комбинацию характеристик и является необходимым расчетным элементом для определения динамических характеристик надежности.

Ключевые слова: надежность, система, человек-машина, отказ, восстановление.

MATHEMATICAL MODEL OF RELIABILITY OF HUMAN-MACHINE SYSTEM UNDER REDUCED EFFICIENCY OF ITS WORK IS GENERALIZED

Boyko A. I., Novitskiy A. V.

Abstract. The article presents the analysis of scientific research aimed at ensuring the reliability of "human-machine" systems.

A mathematical model of the reliability of the ergot system "human-machine" was developed for revealing the influence of its parameters on the dynamic characteristics of reliability. Indicators are set when the system gradually loses its initial parameters. The designated graph of states and transitions of the system "human-machine" is constructed in various possible states. The system can be located in two basic states of workable and disabled. To simplify the solution of the tasks of the mathematical description of the behavior of the ergot system, fictitious states are additionally introduced. In the mathematical modeling of the description of work for systems, the following assumptions are adopted. Bounces and restorations are simpler Markovsky, system restoration begins immediately after its failure, the restored system does not give in to its characteristics of the new, inclusion in the work of the system occurs immediately after the completion of the restoration process.

The model is described by stochastic differential equations for the probability balance of Kolmogorov states and transitions. The solution of the system of equations is carried out in the Laplace-Carson transformations. Probabilities of states in the form of transitions from the originals to the images are found in accordance with the Cramer's rule. The main determinant of the system of equations includes a combination of characteristics and is a necessary computational element for determining the dynamic characteristics of reliability.

Key words: reliability, system, human-machine, failure, repair.