

УДК 631.312

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕМІЩЕННЯ ЧАСТИНКИ ВЕРТИКАЛЬНИМ ШНЕКОМ ПРИ СТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ

С. Ф. Пилипака<sup>1</sup>, В. М. Бабка<sup>1</sup>, І. Ю. Грищенко<sup>1</sup>, Т. А. Кресан<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна.

<sup>2</sup>Відокремлений підрозділ «Ніжинський агротехнічний інститут» Національного університету біоресурсів і природокористування України, Україна.

Кореспонденція авторів: [psf55@ukr.net](mailto:psf55@ukr.net).

Історія статті: отримано – вересень 2018, акцептовано – листопад 2018.

Бібл. 9, рис. 3, табл. 0.

**Анотація.** Складено рівняння відносного переміщення частинки по периферії вертикального шнека, який обертається навколо своєї осі і обмежений співвісним нерухомим циліндром. Рівняння розв'язано чисельними методами. Окремо враховано силу тертя частинки по поверхні шнека і поверхні циліндричного кожуха. Знайдена кутова швидкість ковзання частинки по поверхні шнека. Побудовано графік для знаходження ефективного режиму транспортування частинки. Розглянуто також окремий випадок, коли шнек нерухомий і частинка спускається по ньому під дією сили власної ваги, що має місце у гвинтових спусках. Наведено графіки кінематичних характеристик у функції часу.

**Ключові слова:** частинка, відносний рух, вертикальний шnek, частинка, кутова швидкість обертання, циліндричний кожух, диференціальні рівняння, кінематичні параметри.

### Постановка проблеми

Академіком П. М. Василенком в фундаментальній монографії [1] розглянуто теоретичні основи руху матеріальної частинки по шорстких поверхнях як стаціонарних, так і рухомих, стосовно їх застосування у робочих органах сільськогосподарських машин. В ролі транспортувального органу таких машин широко використовується шнек, поверхня якого є гвинтовою. В монографії [1] приділено увагу руху частинок по гвинтових поверхнях із зазначенням внеску окремих вчених в розвиток цього напрямку досліджень. Сучасний стан розвитку комп'ютерної техніки і програмного забезпечення дозволив підійти до розв'язання подібних задач на новому якісному рівні. Вертикальний шnek, що обертається навколо своєї осі в нерухомому циліндричному кожусі, може транспортувати технологічний матеріал вгору. По такому ж принципу відбувається буріння ям, де кожухом служить циліндрична поверхня самої ями. Знання фізичної суті та математичний опис процесу дозволяють знаходити необхідні конструктивні і технологічні параметри для ефективного виконання робіт.

### Аналіз останніх досліджень

Досить добре вивчено рух матеріальних частинок по нерухомих гвинтових поверхнях під дією сили власної ваги. В працях П. М. Заїки [2] розглянуто рух частинок по косому (нерозгортному) гелікоїду. М. І. Сисоєв дав узагальнене розв'язання задачі руху частинки по гвинтовій поверхні сталого кроку, осьовим перерізом якої є довільна крива [3]. Як окремий випадок він розглянув розгортний гелікоїд, а також косий гелікоїд (поверхня, у якої осьовим перерізом є пряма, нахиlena під певним кутом до горизонтальної площини). В працях [4, 5] в натулярній системі координат розв'язана задача руху матеріальної частинки по нерозгортній гвинтовій поверхні із горизонтальним розташуванням прямолінійних твірних (гвинтовому конюїду або шнеку), яка в праці [6] поширена на косий гелікоїд. В праці [7] розглянуто рух частинки по внутрішній поверхні вертикального конуса, який обертається навколо своєї осі. В працях [2, 8] досліджено рух частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра, що здійснює планетарний рух.

### Мета дослідження

Дослідити закономірності руху матеріальних частинок при їх взаємодії із поверхнею вертикального шнека, що обертається навколо своєї осі, та нерухомого співвісного циліндричного кожуха.

### Результати дослідження

В праці [4] показано, що при русі частинки під дією власної ваги по поверхні нерухомого вертикального гвинтового конюїда вона віддаляється від його осі. Рух частинки на периферії поверхні спричинює відцентрова сила. При обертельному русі шнека навколо своєї осі то частинка здійснює складний рух: вона ковзає по його поверхні, але в абсолютному русі теж буде обертатися навколо осі конюїда, що теж спричинить її

рух на периферію. Такий рух є короткочасним, оскільки відбувається зустріч із циліндричним обмежуючим кожухом. Надалі рух відбувається при взаємодії частинки із двома поверхнями. Абсолютною траєкторією частинки після стабілізації руху є гвинтова лінія – слід частинки на поверхні кожуха. Відносною траєкторією є слід ковзання частинки по поверхні шнека, який збігається із гвинтовою лінією – крайкою шнека. Складання математичної моделі руху частинки почнемо із запису параметричних рівнянь гвинтової лінії:

$$x = R \cos \alpha; \quad y = R \sin \alpha; \quad z = R \alpha \operatorname{tg} \beta, \quad (1)$$

де  $R$  – радіус обмежуючого циліндра – стала величина;  $\beta$  – кут підйому гвинтової лінії крайки шнека – стала величина;

$\alpha$  – кут повороту точки гвинтової лінії навколо її осі – незалежна змінна.

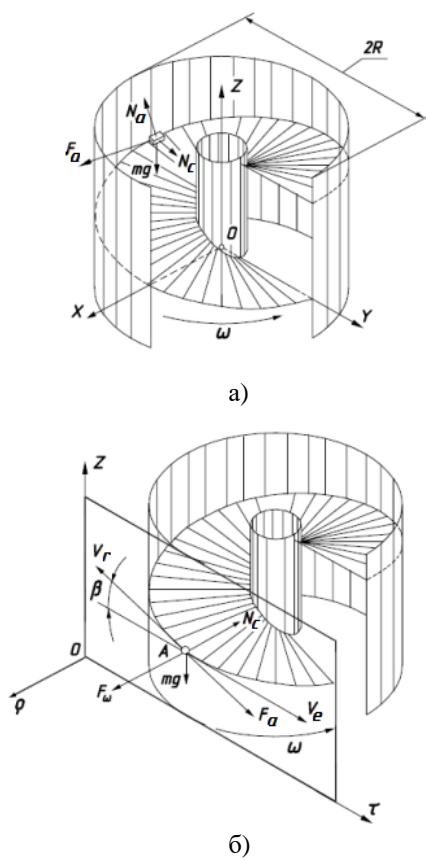


Рис. 1. До транспортування частинки вертикальним шнеком, що обертається із кутовою швидкістю  $\omega$ : а) прикладені до частинки сили, яка взаємодіє із двома поверхнями: шнека і циліндричного кожуха; б) напрям швидкостей відносного  $V_r$  та переносного  $V_e$  рухів в дотичній до циліндра площині, проведений в точці А розташування частинки.

Через гвинтову лінію (1) проходить дві поверхні: гвинтовий коноїд (шнек) і циліндр. При контакті частинки із цими поверхнями виникають сили реакції шнека  $N_a$  і циліндра  $N_c$  (рис. 1,а). спрямовані по нормальні до них. Внаслідок ковзання частинки по обох поверхнях виникають сили тертя:  $F_a=f_a \cdot N_a$  і  $F_c=f_c \cdot N_c$ , де  $f_a$  і  $f_c$  – коефіцієнти тертя частинки по поверхні шнека і циліндричного кожуха відповідно. Вони спрямовані по дотичних до траекторії відносного і абсолютноого руху в сторону, протилежну відповідним векторам

швидкості. На рис. 1,а показані прикладені до частинки сили – реакції  $N_a$  і  $N_c$ , ваги  $mg$  ( $m$  – маса частинки,  $g=9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння) і сила тертя  $F_a$ . Сила тертя  $F_c$  не показана, оскільки є невідомою траекторією абсолютноого руху.

Гвинтові лінії на розгортці циліндра перетворюються в прямі лінії, нахилені до основи під сталими кутами:  $\beta$  – кут підйому гвинтової лінії – крайки шнека і  $\beta_a$  – кут підйому гвинтової лінії – абсолютної траекторії руху частинки. Для знаходження кута  $\beta_a$  скористаємося рухомою системою координат Ортз (рис. 1,б). Координатна площаина Отз цієї системи є дотичною до циліндричного кожуха і проходить через точку А розташування частинки. При русі частинки система Отз обертається разом із нею і при цьому напрями швидкостей  $V_r$  та  $V_a$ , сил  $N_a$ ,  $N_c$ ,  $F_a$ ,  $F_c$  та ваги  $mg$  залишаються в цій системі незмінними.

Вектор  $V_a$  абсолютної швидкості частинки є векторною сумою відносної швидкості  $V_r$  та переносної  $V_e$ . Остання є швидкістю колового руху точки периферії шнека при його обертанні із кутовою швидкістю  $\omega$  і визначається із виразу:  $V_e=R \cdot \omega$ .

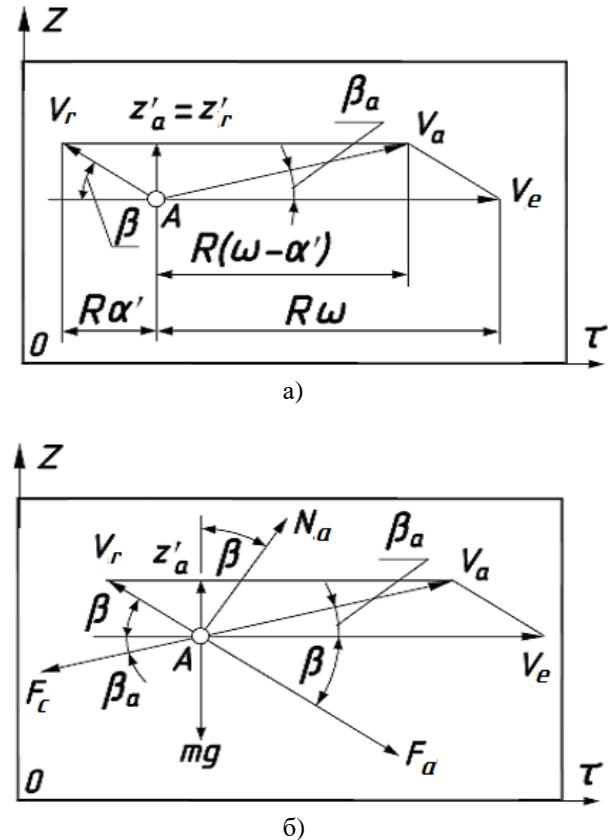


Рис. 2. Розташування векторів швидкостей та прикладених до частинки сил в координатній площаині Отз: а) до визначення кута  $\beta_a$  підйому гвинтової лінії – абсолютної траекторії руху частинки; б) напрям дії прикладених до частинки сил.

На рис. 2,а виконано векторне додавання відносної  $V_r$  і переносної  $V_e$  швидкостей і отримано вектор абсолютної  $V_a$  швидкості частинки. Звідси визначається кут підйому  $\beta_a$  абсолютної траекторії. На рис. 2,б

зображені прикладені до частинки сили, що розташовані у дотичній площині. При стаціонарному режимі суми проекцій цих сил на осі Oz і Oz мають бути рівними нулю. Виходячи із рис. 2,б, запишемо:

$$N_a \sin \beta - F_c \cos \beta_a + F_a \cos \beta = 0; \quad (2)$$

$$N_a \cos \beta - F_c \sin \beta_a - F_a \sin \beta - mg = 0. \quad (3)$$

В напрямку осі Oz діють дві сили (рис. 1,б): реакція поверхні циліндра  $N_c$  і відцентрова сила  $F_\omega$ . Зважуючи на те, що вони спрямовані в протилежні сторони, можна записати:  $N_c = F_\omega$ . Отже,  $F_c = f_c \cdot N_c = f_c \cdot F_\omega$ . Із врахуванням цього, а також виразу сили тертя  $F_a = f_a \cdot N_a$ , рівняння (2), (3) запищуться:

$$N_a \sin \beta - f_c F_\omega \cos \beta_a + f_a N_a \cos \beta = 0; \quad (4)$$

$$N_a \cos \beta - f_c F_\omega \sin \beta_a - f_a N_a \sin \beta - mg = 0. \quad (5)$$

Якщо ми у рівняннях (1) приймемо змінну  $\alpha$  залежною від часу  $t$ , тобто  $\alpha = \alpha(t)$ , то ця внутрішня залежність задаватиме закон ковзання частинки по гвинтовій лінії, тобто закон відносного руху. Отже при цій умові рівняння (1) є рівняннями відносного руху. Їх диференціюванням знаходимо проекції відносної швидкості:

$$x'_e = -R\alpha' \sin \alpha; \quad y'_e = R\alpha' \cos \alpha; \quad z'_e = R\alpha' \operatorname{tg} \beta. \quad (6)$$

Знаходимо величину відносної швидкості руху частинки:

$$V_e = \sqrt{x'_e^2 + y'_e^2 + z'_e^2} = \frac{R\alpha'}{\cos \beta}. \quad (7)$$

Шнек обертається навколо своєї осі із кутовою швидкістю  $\omega$ . За час  $t$  він повернеться на кут  $\alpha_a = \omega t$  і переміститься по гвинтовій лінії на певну відстань згідно рівнянь (1). Напрям обертання шнека вибирається так, щоб частинка при ковзанні по гвинтовій лінії могла в абсолютному русі підніматися вгору. Повернемо гвинтову лінію (1) навколо осі Oz на кут  $\alpha_a = \omega t$  за відомими формулами повороту:

$$x_a = R \cos \alpha \cos(-\omega t) - R \sin \alpha \sin(-\omega t) = R \cos(\omega t - \alpha); \quad (8)$$

$$y_a = R \cos \alpha \sin(-\omega t) + R \sin \alpha \cos(-\omega t) = -R \sin(\omega t - \alpha); \quad (8)$$

$$z_a = R \alpha \operatorname{tg} \beta.$$

Параметричні рівняння (8) враховують два повороти: на кут  $\alpha = \alpha(t)$  у відносному русі і на кут  $\alpha_a = \omega t$  в переносному русі, отже вони є рівняннями абсолютноного руху частинки.

Диференціюємо рівняння (8) по часу  $t$  і отримаємо проекції вектора абсолютної швидкості:

$$x'_a = -R(\omega - \alpha') \sin(\omega t - \alpha); \quad (9)$$

$$y'_a = -R(\omega - \alpha') \cos(\omega t - \alpha); \quad (9)$$

$$z'_a = R\alpha' \operatorname{tg} \beta.$$

Її величину знаходимо як геометричну суму проекцій (9):

$$V_a = \sqrt{x'_a^2 + y'_a^2 + z'_a^2} = \frac{R}{\cos \beta} \sqrt{\omega(\omega - 2\alpha') \cos^2 \beta + \alpha'^2}. \quad (10)$$

Важливим параметром переміщення частинки є її швидкість руху  $z'_a$  у вертикальному напрямі. Згідно (6) і (9)  $z'_a = z'_b = z'$ , що також видно із проекцій відносної  $V_r$  і абсолютної  $V_a$  швидкостей на вісь Oz на рис. 2,а. Величину кута  $\beta_a$  можна знайти як із проекції вектора абсолютної швидкості (9), так і з прямокутного трикутника на рис. 2,а:

$$\sin \beta_a = \frac{z'_a}{V_a} = \frac{\alpha' \sin \beta}{\sqrt{\omega(\omega - 2\alpha') \cos^2 \beta + \alpha'^2}}. \quad (11)$$

Зайдемо вираз для визначення величини відцентрової сили  $F_\omega$ . Вона залежить від кривини к траєкторії і швидкості руху частинки по ній:  $F_\omega = mV^2k$ . Частинка в абсолютному русі описує гвинтову лінію (8) і рухається по ній із швидкістю (10). За відомими формулами знаходимо кривину гвинтової лінії (8), яка є сталою:  $k = (\cos^2 \beta_a)/R$ . З урахуванням цього знаходимо:

$$F_\omega = mR(\omega - \alpha')^2. \quad (12)$$

Підставимо вирази (12) і (11) у рівняння (4) і (5), позначивши для спрощення  $\sqrt{\omega(\omega - 2\alpha') \cos^2 \beta + \alpha'^2} = A$ . Отримаємо систему із двох рівнянь:

$$N_a (\sin \beta + f_a \cos \beta) - f_c m \frac{R}{A} (\omega - \alpha')^3 \cos \beta = 0; \quad (13)$$

$$N_a (\cos \beta - f_a \sin \beta) - f_c m \frac{R}{A} (\omega - \alpha')^2 \alpha' \sin \beta - mg = 0.$$

Розв'язємо систему (13) відносно реакції  $N_a$  і кореня  $A$ :

$$N_a = \frac{mg(\omega - \alpha') \cos \beta}{\alpha' + \omega \cos \beta (f_a \sin \beta - \cos \beta)}; \quad (14)$$

$$A = -f_c R(\omega - \alpha')^2 \frac{\alpha' + \omega \cos \beta (f_a \sin \beta - \cos \beta)}{g(f_a \cos \beta + \sin \beta)}.$$

Реакція поверхні шнека  $N_a$  стане відомою, якщо буде відома кутова швидкість ковзання частинки  $\omega_k = \alpha' - \text{const}$  по поверхні шнека. Щоб її знайти, у друге рівнянні (14) замість позначення  $A$  підставимо його вираз:

$$\sqrt{\omega(\omega - 2\alpha') \cos^2 \beta + \alpha'^2} = -f_c R(\omega - \alpha')^2 \frac{\alpha' + \omega \cos \beta (f_a \sin \beta - \cos \beta)}{g(f_a \cos \beta + \sin \beta)}. \quad (15)$$

Рівняння (15) неможливо розв'язати відносно  $\alpha'$ . Воно потребує застосування чисельних методів. Наприклад, при  $\beta = 25^\circ$ ,  $R = 0,1$  м,  $\omega = 25$  с<sup>-1</sup>,  $f_a = f_c = 0,3$  отримаємо  $\alpha' = 6,4$  с<sup>-1</sup>. Продуктивність транспортування залежить не від кутової швидкості ковзання частинки  $\alpha'$ , а від швидкості  $z'$  її підйому. Згідно останнього виразу (6) або (9)  $z' = R \cdot \alpha' \operatorname{tg} \beta$ . Для нашого випадку  $z' = 0,1 \cdot 6,4 \cdot \operatorname{tg} 25^\circ = 0,3$  м/с. Збільшення кутової швидкості  $\omega$  обертання шнека веде до зростання кутової швидкості ковзання частинки по його поверхні і навпаки. Існує граничне значення  $\omega_r$ , при якому підйом частинки неможливий. Щоб його знайти, прирівняємо в рівнянні (15)  $\alpha'$  до нуля і отримаємо:

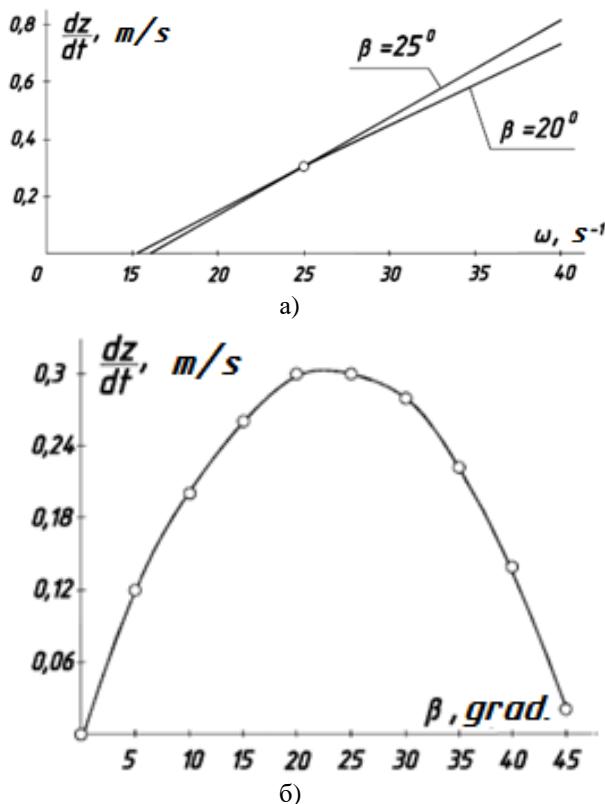
$$\frac{f_c R \omega^3 \cos \beta (\cos \beta - f_a \sin \beta)}{g(f_a \cos \beta + \sin \beta)} = \omega \cos \beta. \quad (16)$$

Розв'язавши (16) відносно  $\omega$ , отримаємо:

$$\omega = \sqrt{\frac{g(f_a \cos \beta + \sin \beta)}{f_c R (\cos \beta - f_a \sin \beta)}}. \quad (17)$$

Для заданих конструктивних параметрів і коефіцієнтів тертя із (17) отримуємо:  $\omega = 17,1$  с<sup>-1</sup>. Отже, для того, щоб частинка піднімалася, повинна бути виконана умова:  $\omega > 17,1$  с<sup>-1</sup>. На рис. 3,а за допомогою чисельних методів побудовано графіки залежності  $z' = z'(\omega)$  для двох значень кутів підйому гвинтової лінії:  $\beta = 20^\circ$  і  $\beta = 25^\circ$ . Із них видно, що залежності практично є лінійними. Крім того, графіки мають спільну точку. Це означає, що при  $\omega = 25$  с<sup>-1</sup> швидкість підйому частинки однаакова для шнеків із кутом підйому  $\beta = 20^\circ$  і  $\beta = 25^\circ$ . Щоб з'ясувати причину цього, на рис. 3,б було

побудовано графік залежності  $z' = z'(\beta)$  для кутової швидкості  $\omega = 25 \text{ c}^{-1}$  обертання шнека. Із нього видно, що швидкість підйому частинки спочатку зростає, а потім зменшується, наближаючись до нуля. При  $\beta = 0^\circ$  підйом частинки неможливий. При збільшенні кута  $\beta$  зростає швидкість підйому до максимального значення, а потім починає зменшуватися, оскільки зменшується кутова швидкість ковзання частинки. При  $\beta > 45^\circ$  наступає момент, коли  $\alpha' = 0$ , тобто частинка «залипає», перебуває тільки в обертальному русі і вгору не піднімається.



**Рис. 3.** Графіки зміни швидкості підйому частинки при  $R=0,1 \text{ м}$ ,  $f_a=f_c=0,3$ : а) графіки залежності  $z'=z'(\omega)$  для різних кутів  $\beta$  підйому гвинтової лінії; б) графік залежності  $z'=z'(\beta)$  для кутової швидкості  $\omega=25 \text{ c}^{-1}$  обертання шнека.

Щоб знайти граничне значення кута  $\beta$ , при якому підйом частинки стає неможливим, розв'яземо рівняння (16) відносно  $\beta$ :

$$\beta = \operatorname{Arc cos} \frac{g + f_a f_c R \omega^2}{(1 + f_a^2)(g^2 + f_c^2 R^2 \omega^4)}. \quad (18)$$

Підставивши у (18)  $R=0,1 \text{ м}$ ,  $\omega=25 \text{ c}^{-1}$ ,  $f_a=f_c=0,3$ , отримаємо граничне значення кута  $\beta$ :  $\beta=45,7^\circ$ . Найбільша швидкість підйому буде приблизно при середньому значенні кута  $\beta$  із проміжку допустимих значень  $0\dots45,7^\circ$ . При інших значеннях кута  $\beta$  швидкість підйому частинки буде меншою, при цьому однакова швидкість можна досягнути для двох різних значень кута  $\beta$ . При збільшенні кутової швидкості обертання шнека зростає граничне значення кута  $\beta$ . Однак воно має межу, за якою підйом частинки неможливий ні при яких кутових швидкостях  $\omega$ . Його можна знайти, якщо перейти до границі у виразі (18), спрямувавши кутову швидкість  $\omega$  у нескінченність:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \operatorname{Arc cos} \frac{g + f_a f_c R \omega^2}{(1 + f_a^2)(g^2 + f_c^2 R^2 \omega^4)} = \operatorname{Arcctg} f_a. \quad (19)$$

Таким чином, граничне значення кута  $\beta$  залежить тільки від коефіцієнта тертя  $f_a$ . Якщо взяти до уваги, що  $\operatorname{Arcctg} f_a$  є кутом тертя частинки по поверхні шнека, то виходить, що ці два кути (кут тертя і граничний кут  $\beta$ ) в сумі складають  $90^\circ$ . Звідси дуже просто знайти граничне значення кута  $\beta$ . Наприклад, для нашого випадку  $f_a=0,3$ , що відповідає кутові тертя із значенням  $16,7^\circ$ . Отже, граничне значення кута підйому становить  $73,3^\circ$ .

Розглянемо випадок, коли кут  $\beta$  буде від'ємним. Це означає, що частинка при ковзанні по шнеку буде опускатися вниз. Перепишемо рівняння (15), взявши  $\beta$  з протилежним знаком:

$$g(f_a \cos \beta - \sin \beta) \sqrt{\omega(\omega - 2\alpha') \cos^2 \beta + \alpha'^2} = -f_c R(\omega - \alpha')^2 [\alpha' - \omega \cos \beta (f_a \sin \beta + \cos \beta)]. \quad (20)$$

Розв'язок рівняння (20) чисельними методами з наступним знаходженням швидкості опускання показує, що транспортування частинки вниз відбувається значно швидше, ніж вгору. Цікавий, зокрема, випадок, коли кут  $\beta$  буде рівний кутові тертя  $f_a$ . Після підстановки в (20)  $f_a=\operatorname{tg} \beta$  ліва частина рівняння перетворюється в нуль. Щоб рівнялась нулю і права частина, необхідно виконання умови  $\omega - \alpha' = 0$ . Це означає, що кутова швидкість ковзання частинки по поверхні шнека дорівнює кутовій швидкості обертання шнека. Абсолютна кутова швидкість обертання частинки дорівнює нулю, тобто вона опускається вниз по прямолінійній твірній циліндрі із швидкістю  $z' = R \cdot \omega \cdot \operatorname{tg} \beta$ .

Очевидно, що частинка може опускатися вниз по поверхні шнека, коли він не обертається. При цьому кут підйому його крайки має бути більшим кута тертя. Підставимо в (20)  $\omega=0$  і після спрощень одержимо:

$$g(\sin \beta - f_a \cos \beta) = R f_c \alpha'^2. \quad (21)$$

Розв'язавши (21) відносно  $\alpha'$ , отримаємо:

$$\alpha' = \sqrt{\frac{g(\sin \beta - f_a \cos \beta)}{R f_c}}. \quad (22)$$

Якщо кут  $\beta$  буде менший кута тертя, підкореневий вираз в (22) буде від'ємним, тобто в цьому випадку відсутній розв'язок. Якщо ж він більший кута тертя, то частинка буде рухатися вниз із сталою кутовою швидкістю ковзання навколо осі шнека, величина якої залежить від  $R$ ,  $\beta$ ,  $f_a$  і  $f_c$ .

## Висновки

1. При русі частинки по поверхні шнека, який обертається навколо своєї вертикальної осі і обмеженого співвісним циліндром, абсолютною її траекторією є гвинтова лінія – слід ковзання частинки по нерухомому циліндуру. Абсолютний рух частинки у вертикальному напрямі може відбуватися як вгору, так і вниз в залежності від значення знака (плюс або мінус) кута  $\beta$  підйому гвинтової лінії. В одному випадку частинка змушена ковзати по поверхні шнека і підніматися вгору, в іншому – опускатися вниз.

2. При підйомі вгору на швидкість транспортування впливає кут  $\beta$  підйому гвинтової лінії – крайки шнека. При заданій кутовій швидкості обертання

шнека існує граничне значення кута  $\beta$ , при якому підйом стає неможливим. При збільшенні кутової швидкості  $\omega$  обертання шнека зростає граничне значення кута  $\beta$ . Однак воно має межу, за якою підйом частинки неможливий ні при яких кутових швидкостях  $\omega$ . Для конкретного матеріалу цю межу дуже просто знайти: потрібно від  $90^\circ$  відняти кут тертя частинки по поверхні шнека. Найбільша швидкість транспортування матеріалу припадає на кут  $\beta$ , який знаходиться посередині його допустимих значень.

### Список літератури

1. Василенко П. М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. Киев. 1960. 283 с.
2. Заика П. М. Избранные задачи земледельческой механики. Киев. 1992. 507 с.
3. Сысоев Н. И. Теоретические основы и расчет сортировки "Змейка". Сельхозмашина. 1949. № 8. С. 5–8.
4. Войтюк Д. Г., Пилипака С. Ф. Знайдення траекторії руху матеріальної частинки по гравітаційних лінійчатих поверхнях із горизонтальними твірними. Механізація сільськогосподарського виробництва. Київ. 2002. Том 12. С. 58–69.
5. Несвідомін А. В., Пилипака С. Ф. Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій нерухомій поверхні гвинтового коноїда з вертикальною віссю. Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Мелітополь. ТДАТУ. 2012. Вип. 4. Том 53. С. 123–129.
6. Лінник М. К., Войтюк Д. Г., Пилипака С. Ф. Дослідження руху матеріальної частинки по поверхні косого гелікоїда під дією сили власної ваги. Техніка АПК. 2006. № 12. С 17–22.
7. Пилипака С. Ф., Клендій Н. Б. Движение частицы по внутренней шероховатой поверхности ротационного конуса с вертикальной осью. MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture. 2015. Lublin-Preszow. Vol 17. № 3. С. 73–83.
8. Лінник М. К., Войтюк Д. Г., Пилипака С. Ф. Дослідження руху матеріальної частинки по внутрішній поверхні вертикального циліндра, який здійснює планетарний рух. Механізація та електрифікація сільського господарства. Глеваха. 2008. Вип. 92. С. 49–62.
9. Анікін М. Ф., Іванов В. Д., Певзнер Л. М. Винтовые сепараторы для обогащения руд. Москва. Недра, 1970. 184 с.

### References

1. Vasilenko, P. M. (1960). Theory of the motion of particles on rough surfaces agricultural machines. Kiev. 283.
2. Zaika, P. M. (1992). Special problems in agricultural mechanics. Kiev. 507.
3. Sysoev, N. S. (1949). Theoretical basis and calculation sorting "Snake". A farm machine. No 8. 5-8.
4. Voytuk, D. G., Pilipaka, S. F. (2002). Finding the trajectory of motion of material particle in gravitational ruled

surfaces with horizontal creative. Mechanization of agricultural production. Kiev. Volume 12. 58-69.

5. Nevidomy, A. V., Pylypaka, S. F. (2012). Research of movement of a material particle on a rough fixed surface coned screw with a vertical axis. Labor Taurian State Agrotechnological University. Melitopol. THATO. Vol. 4. Volume 53. 123-129.

6. Linnik, M. K., Voytuk, D. G., Pylypaka, S. F. (2006). Research of movement of the material particles on the surface of the oblique helicoid under the force of its own weight. Technique APK. No 12. 17-22.

7. Pylypaka, S. F., Clendy, N. B. (2015). The particle motion on the internal rough surface of a rotating cone with vertical axis. MOTROL. Commission of motorization and energetics in agriculture. Lublin-Preszow. Vol. 17. No 3. 73-83.

8. Linnik, M. K., Voytuk, D. G., Pylypaka, S. F. (2008). Research of movement of the material particles on the inner surface of a vertical cylinder, which performs a planetary motion. Mechanization and electrification of agriculture. Glevaha. Vol. 92. 49-62.

9. Anikin, N. F., Ivanov, V. D., Pevzner, L. M. (1970). Screw separator for ore concentration. Moscow. Nedra, 184.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ВЕРТИКАЛЬНЫМ ШНЕКОМ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

C. Ф. Пилипака, В. Н. Бабка, И. Ю. Грищенко,  
T. A. Кресан

**Аннотация.** Составлены уравнения относительного перемещения частицы по периферии вертикального шнека, который вращается вокруг своей оси и ограничен соосным неподвижным цилиндром. Уравнения решены численными методами. Отдельно учтено силу трения частицы по поверхности шнека и поверхности цилиндрического кожуха. Найдена угловая скорость скольжения частицы по поверхности шнека. Построен график для нахождения эффективного режима транспортирования частицы. Рассмотрен также отдельный случай, когда шнек неподвижный и частица спускается по нему под действием силы собственного веса, что имеет место у винтовых спусках. Приведены графики кинематических характеристик у функции времени.

**Ключевые слова:** относительное движение, вертикальный шнек, частица, угловая скорость вращения, цилиндрический кожух, дифференциальные уравнения, кинематические параметры.

### MATHEMATICAL MODEL OF MOVING PARTICLE BY VERTICAL SCREW IN STATIONARY MODE

Pylypaka S. F., Babka V. M., Grischenko I. Yu.,  
Kresan T. A.

**Annotation.** Equations for the relative motion of a particle along the periphery of a vertical screw are constructed, which rotates about its axis and is limited by a coaxial fixed cylinder. The equations are solved by numerical methods. Separately, the force of friction of the particle on the surface of the screw and the surface of the cylindrical housing is taken into account. The angular velocity of sliding of a particle along the surface of the screw is found.

A graph was constructed to find the effective mode of particle transportation. A separate case is also considered when the screw is stationary and the particle descends on it under the action of the force of its own weight, as is the case with screw descents. The graphs of the kinematic characteristics of the functions of time are given.

**Key words:** relative motion, vertical auger, particle, angular velocity of rotation, cylindrical shell, differential equations, kinematic parameters.