Machinery & Energetics. *Journal of Rural Production Research. Kyiv. Ukraine. 2019, Vol. 10, No 3, 15-20*
ISSN 2663-1334 (print), ISSN 2663-1342 (online), www.journals.nubip.edu.ua/index.php/Tekhnica

DOI: 10.31548/machenergy.2019.03.015-020

УДК 514.18

ТРАНСПОРТУВАННЯ ЧАСТИНКИ ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ШНЕКОМ, ОБМЕЖЕНИМ СПІВВІСНИМ НЕРУХОМИМ ЦИЛІНДРОМ

Т. А. Кресан[1], С. Ф. Пилипака[1], В. М. Бабка[1], Я. С. Кремець[1], М. Б. Клендій[2]

[1]Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна.
[2]Відокремлений підрозділ «Бережанський агротехнічний інститут» Національного університету біоресурсів і природокористування України, Україна.

Стаття з спеціальності: 131 – прикладна механіка.

Кореспонденція авторів: tanyakresan@i.ua.

Історія статті: отримано – квітень 2019, акцептовано – серпень 2019.
Бібл. 8, рис. 3, табл. 0.

Анотація. В статті розглянуто транспортування технологічного матеріалу горизонтальним шнеком на прикладі окремої частинки. Шнеком є поверхня гвинтового коноїда або прямого закритого гелікоїда. Шнек обертається навколо своєї осі всередині нерухомого співвісного циліндричного кожуха. Частинка одночасно контактує з рухомою і нерухомою поверхнями. Спільною лінією цих поверхонь, вздовж якої змушена рухатися частинка під час обертання шнека, є гвинтова лінія – зовнішня крайка шнека. В статті прийнято припущення, що частинка весь час перебуває на цій лінії. Гвинтова лінія обертається разом із шнеком, а частинка ковзає одночасно по ній і по циліндричному кожуху, тобто здійснює складний рух. Сума відносного руху частинки (ковзання по гвинтовій лінії) і обертального руху гвинтової лінії дають абсолютну траєкторію.

Наведено параметричні рівняння абсолютної траєкторії у функції часу, в яких невідомою залежністю є закон ковзання частинки по гвинтовій лінії. Послідовним диференціюванням знайдено швидкість і прискорення абсолютного руху. Знайдено напрям прикладених сил, до яких відноситься вага частинки, реакція поверхонь шнека і циліндричного кожуха, сили тертя частинки при ковзанні по цих поверхнях. Складено систему диференціальних рівнянь, яку розв’язано чисельними методами. Показано, що абсолютною траєкторією переміщення частинки після стабілізації руху є прямолінійна твірна циліндра, яка розташована вище від найнижчої його твірної. З’ясовано вплив коефіцієнтів тертя і конструктивних параметрів обмежуючого циліндра та шнека на абсолютну траєкторію переміщення частинки. Побудовано абсолютні траєкторії руху частинки у функції часу.

Після перехідного періоду наступає стабілізація руху частинки із сталими кінематичними параметрами. Для цього випадку знайдено аналітичні вирази для визначення цих параметрів. Показано, що у випадку абсолютно гладенької поверхні циліндричного кожуха частинка буде рухатися вздовж його найнижчої прямолінійної твірної. На поверхні циліндричного кожуха побудовано абсолютні траєкторії частинки для різних коефіцієнтів її тертя по поверхні кожуха. Показано, що по мірі збільшення коефіцієнта тертя висота розташування цієї траєкторії теж збільшується.

Ключові слова: частинка, відносний рух, горизонтальний шнек, кутова швидкість обертання, циліндричний кожух, диференціальні рівняння, кінематичні параметри.

Постановка проблеми

Гвинтова поверхня є універсальним конструктивним елементом багатьох машин. Найбільш поширеною є поверхня гвинтового коноїда, яка в техніці носить назву шнека. Вона широко застосовується у гвинтових конвеєрах для транспортування технологічного матеріалу. Важливим є вивчення руху частинок матеріалу по поверхні шнека, який обертається навколо власної осі. В праці [1] розглянуто їх рух по вертикальному шнеку від осі обертання до зустрічі із обмежувальним циліндром. Транспортування частинок вгору відбувається після зіткнення них із обмежувальним циліндричним кожухом. В даній статті досліджується рух частинки при взаємодії із двома поверхнями: поверхнею рухомого горизонтального шнека і нерухомого співвісного циліндричного кожуха.

Аналіз останніх досліджень

В працях [2 - 4] розглянуто рух матеріальної частинки по нерухомій гвинтовій поверхні із вертикальною віссю. Дослідження проведено стосовно сепарації сільськогосподарських матеріалів, що мають різний коефіцієнт тертя. Рух частинок по косому і розгортному гелікоїдах розглянуто в працях [5, 6], причому диференціальні рівняння руху частинок складено в проекціях на орти тригранника Френе, який є супровідним для траєкторії. Рух частинки по під дією сили власної ваги по гвинтовому коноїду, обмеженому

вертикальним шорстким циліндром, розглянуто в праці [7]. Ґрунтовному дослідженню транспортування частинки гвинтовим коноїдом, який обертається всередині співвісного циліндричного кожуха, присвячено працю [8].

Мета досліджень

Дослідити закономірності руху матеріальних частинок при їх взаємодії із поверхнею горизонтального шнека, що обертається навколо своєї осі, та нерухомого співвісного циліндричного кожуха.

Результати досліджень

В праці [7] розглянуто рух частинки по поверхні нерухомого вертикального гвинтового коноїда під дією сили власної ваги. Оскільки траєкторія руху частинки є криволінійною, то виникає відцентрова сила, яка змушує частинку віддалятися від осі. В праці [9] досліджено відносний рух частинки по поверхні вертикального гвинтового коноїда, який обертається навколо своєї осі. Коноїд обмежено співвісним циліндричним кожухом, з яким зустрічається частинка при відносному русі від осі поверхні. Спільною лінією коноїда і кожуха (тобто лінією їх перетину) є гвинтова лінія. Частинка ковзає по цій гвинтовій лінії, маючи одночасний контакт із поверхнею коноїда (шнека) і циліндричного кожуха. Ковзання частинки розглянуто після стабілізації руху, тобто без розгляду перехідного процесу. Параметричні рівняння гвинтової лінії із вертикальною віссю мають вигляд [9]:

$$x = R\cos\alpha; \qquad y = R\sin\alpha; \qquad z = R\alpha\,\mathrm{tg}\beta, \quad (1)$$

де R – радіус обмежуючого циліндра – стала величина; β – кут підйому гвинтової лінії – стала величина; α – кут повороту точки гвинтової лінії навколо її осі – незалежна змінна.

Через гвинтову лінію (1) проходить дві поверхні: гвинтовий коноїд (шнек) і циліндр. При контакті частинки із цими поверхнями виникають сили реакції, спрямовані по нормалі до них. Щоб знати напрям цих нормалей, потрібно мати рівняння поверхонь.

Поверхня шнека утворена множиною прямолінійних твірних, паралельних до горизонтальної площини, один кінець яких проходить через гвинтову лінію (1), а другий спрямований до осі шнека (рис. 1,а). Виходячи із способу утворення шнека, запишемо його параметричні рівняння:

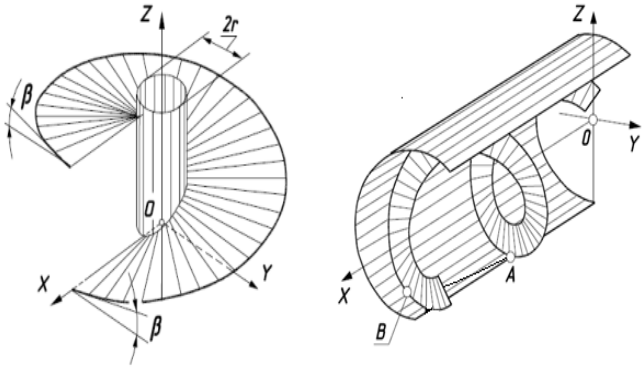
$$\begin{aligned} X &= (R-u)\cos\alpha; \\ Y &= (R-u)\sin\alpha; \\ Z &= R\alpha\,\mathrm{tg}\beta, \end{aligned} \quad (2)$$

де u –довжина прямолінійної твірної шнека - друга незалежна змінна поверхні.

Відлік довжини твірної починається від гвинтової лінії. При $u=R-r$, де r – радіус вала шнека, поверхня буде обмежена двома гвинтовими лініями (рис. 1,а). При $u=0$ отримаємо параметричні рівняння гвинтової лінії (1). Щоб рівняння поверхні відрізнялися від рівнянь лінії, будемо позначати їх строчними літерами для лінії і прописними для поверхні.

Складемо математичну модель переміщення частинки горизонтальним шнеком, який обертається навколо своєї осі і обмежений співвісним циліндричним кожухом. Повернемо поверхню шнека (2) навколо осі OY на кут 90°. Після такого повороту параметричні рівняння поверхні шнека запишуться:

$$\begin{aligned} X &= R\alpha\,\mathrm{tg}\beta; \\ Y &= (R-u)\sin\alpha; \\ Z &= -(R-u)\cos\alpha. \end{aligned} \quad (3)$$



а б

Рис. 1. Графічні ілюстрації із зображенням поверхні шнека та циліндричного кожуха:
а) один виток поверхні вертикального шнека, обмежений зовнішньою крайкою – гвинтовою лінією із кутом підйому β;
б) горизонтальний шнек всередині співвісного циліндра

Fig. 1. Graphic illustrations depicting the surface of the auger and cylindrical casing:
a) one turn of the surface of the vertical auger, bounded by the outer edge - a screw line with an angle of rise β;
b) horizontal auger inside the coaxial cylinder

Поверхню горизонтального шнека, описаного рівняннями (3), без внутрішнього вала, всередині циліндричного кожуха, зображено на рис. 1,б.

При $u=0$ рівняння (3) опишуть гвинтову лінію – зовнішню крайку поверхні. Запишемо її рівняння:

$$x = R\alpha\,\mathrm{tg}\beta; \qquad y = R\sin\alpha; \qquad z = -R\cos\alpha. \quad (4)$$

Горизонтальний шнек обертається навколо своєї осі із кутовою швидкістю ω. Частинка знаходиться на гвинтовій лінії (4), тобто одночасно перебуває в контакті із рухомою поверхнею шнека і нерухомою поверхнею циліндричного кожуха. Припустимо, що до початку обертання шнека частинка буде знаходитися на самій нижній твірній циліндра – в точці A (рис. 1,б). Під час обертання шнека вона може зміститися і піднятися по внутрішній поверхні циліндра на іншу його твірну (наприклад, в точку B, рис. 1,б). На рис. 2 зображено горизонтальний шнек із валом і обмежуючим циліндричним кожухом. Частинка знаходиться в точці B. До неї прикладені наступні сили: сила ваги mg (m – маса частинки, g=9,81 *м/с*^{2} – прискорення вільного падіння), реакція шнека $N_ш$, спрямована вздовж нормалі до його поверхні, реакція $N_ц$ циліндра, спрямована вздовж нормалі до його поверхні (рис. 2). Прикладена ще сила тертя (на рис. 2 не показана).

Вона має дві складові: сила тертя по поверхні шнека $F_ш$ і сила тертя по поверхні циліндра $F_ц$. Нехай частинка в абсолютному русі переміщується в напрямі осі *OX*, тоді сила тертя по поверхні шнека $F_ш$ спрямована в протилежну сторону напряму ковзання, а по поверхні циліндра $F_ц$ – в протилежну сторону швидкості абсолютного руху. Вектори цих сил будуть дотичними відповідно до траєкторії відносного руху (гвинтової лінії, по якій частинка ковзає) і абсолютного руху (циліндричної лінії на кожусі, яка не показана). Їх напрям визначається математично. Вони знаходяться в спільній дотичній до циліндра площині і не лежать на одній прямій, оскільки між цими векторами існує певний кут.

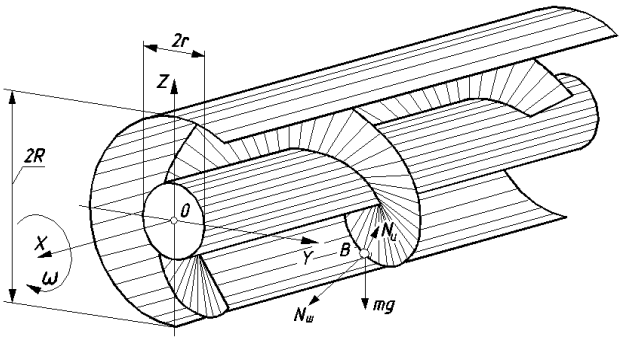


Рис. 2. Частинка в точці *B* з прикладеними до неї силами ваги і реакцій двох поверхонь – шнека і циліндричного кожуха

Fig. 2. The particle at point B with the applied forces of gravity and the reactions of two surfaces - auger and cylindrical casing

Складемо рівняння руху у вигляді $m\bar{a} = \bar{F}$, де *m* – маса частинки, $\bar{a}$ – вектор абсолютного прискорення, $\bar{F}$ – результуючий вектор прикладених до частинки сил. Векторне рівняння розпишемо в проекціях на осі координат *OXYZ*.

Частинка у відносному русі весь час перебуває на гвинтовій лінії (4), тобто на крайці шнека. Якщо ми у рівняннях (4) приймемо змінну α залежною від часу t, тобто α=α(t), то ця внутрішня залежність задаватиме закон ковзання частинки по гвинтовій лінії, тобто закон відносного руху. Отже при цій умові рівняння (4) є рівняннями відносного руху.

Шнек обертається навколо своєї осі із кутовою швидкістю ω. Напрям обертання шнека вибирається так, щоб частинка при ковзанні по гвинтовій лінії могла в абсолютному русі переміщатися в напрямі осі OX. За час t він повернеться на кут αш=ωt і переміститься по гвинтовій лінії на певну відстань згідно рівнянь (4). Шнек обертається навколо своєї осі, отже обертається і його крайка – гвинтова лінія (4). Будемо обертати гвинтову лінію (4) навколо осі OX на кут αш=ωt за відомими формулами повороту:

$$\begin{aligned} x_a &= R\alpha \operatorname{tg}\beta; \\ y_a &= R\sin\alpha\cos(\omega t) + R\cos\alpha\sin(\omega t) = R\sin(a+\omega t); \\ z_a &= R\sin\alpha\sin(\omega t) - R\cos\alpha\cos(\omega t) = -R\cos(a+\omega t). \end{aligned} \quad (5)$$

Параметричні рівняння (5) враховують два повороти: на кут *α=α(t)* у відносному русі і на кут $\alpha_ш=\omega t$ в переносному русі, отже вони є рівняннями абсолютного руху частинки.

Диференціюємо рівняння (5) по часу *t* і отримаємо проекції вектора абсолютної швидкості:

$$\begin{aligned} x'_a &= R\alpha' \operatorname{tg}\beta; \\ y'_a &= R(\alpha'+\omega)\cos(\alpha+\omega t); \\ z'_a &= R(\alpha'+\omega)\sin(\alpha+\omega t). \end{aligned} \quad (6)$$

Її величину знаходимо як геометричну суму проекцій (6):

$$V_a = \sqrt{x_a'^2 + y_a'^2 + z_a'^2} = \frac{R}{\cos\beta}\sqrt{\omega(\omega+2\alpha')\cos^2\beta + \alpha'^2}. \quad (7)$$

Знайдемо проекції одиничного вектора, який задає напрям абсолютної швидкості частинки, діленням виразів (6) на величину швидкості (7):

$$\begin{aligned} T_{Vax} &= \frac{\alpha'\sin\beta}{A}; \\ T_{Vay} &= \frac{(\alpha'+\omega)\cos(\alpha+\omega t)\cos\beta}{A}; \\ T_{Vaz} &= \frac{(\alpha'+\omega)\sin(\alpha+\omega t)\cos\beta}{A}, \end{aligned} \quad (8)$$

де $A = \sqrt{\omega(\omega+2\alpha')\cos^2\beta + \alpha'^2}$.

Диференціюванням рівнянь (6) отримаємо проекції абсолютного прискорення *w* частинки:

$$\begin{aligned} x''_a &= R\alpha'' \operatorname{tg}\beta; \\ y''_a &= R\alpha''\cos(\alpha+\omega t) - R(\alpha'+\omega)^2\sin(\alpha+\omega t); \\ z''_a &= R\alpha''\sin(\alpha+\omega t) + R(\alpha'+\omega)^2\cos(\alpha+\omega t). \end{aligned} \quad (9)$$

Щоб розписати векторне рівняння $m\bar{a} = \bar{F}$ в проекціях на осі системи координат *OXYZ,* потрібно визначити напрям дії сил, показаних на рис. 2. Для однієї сили – сили тертя $F_ц$ – напрям дії знайдено у вигляді одиничного напрямного вектора (8), причому слід мати на увазі, що дія сили $F_ц$ спрямована в протилежну сторону цього вектора, тобто в протилежну сторону напряму абсолютної швидкості. Знайдемо напрям дії сили тертя $F_ш$, яка спрямована в протилежну сторону вектора відносної швидкості. Проекції цього вектора знаходимо диференціюванням рівнянь (4):

$$\begin{aligned} x' &= R\alpha' \operatorname{tg}\beta; \\ y' &= R\alpha'\cos\alpha; \\ z' &= R\alpha'\sin\alpha. \end{aligned} \quad (10)$$

Знаходимо величину відносної швидкості руху частинки:

$$V = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = \frac{R\alpha'}{\cos\beta}. \quad (11)$$

Проекції одиничного напрямного вектора відносної швидкості знайдемо діленням проекцій (10) цієї швидкості на її абсолютну величину (11):

$$T_{Vx} = \sin\beta; \quad T_{Vy} = \cos\beta\cos\alpha; \quad T_{Vz} = \cos\beta\sin\alpha. \quad (12)$$

Проекції вектора (12) записані без врахування обертального руху гвинтової лінії. Ми всі сили проекціюємо на нерухому систему координат *OXYZ.* Для того, щоб сила $F_ш$ була прикладена в точці знаходження частинки, проекції (12) потрібно повернути на кут $\alpha_ш=\omega t$ навколо осі *OX*. Після цього вони набувають вигляду:

$$T_V = \{\sin\beta; \quad \cos\beta\cos(\alpha+\omega t); \quad \cos\beta\sin(\alpha+\omega t)\}. \quad (13)$$

Знайдемо напрям дії сил реакції поверхонь шнека і циліндричного кожуха.

Напрям нормалі до поверхні визначається векторним добутком двох векторів, що проходять через точку на поверхні (точка, де знаходиться частинка), які є дотичними до координатних ліній, що проходять через цю точку. Знайдемо вектор нормалі до поверхні шнека. Вектори, дотичні до координатних ліній поверхні, є частинними похідними рівнянь (3) шнека:

$$\frac{\partial X}{\partial \alpha} = R\,\mathrm{tg}\beta; \qquad \frac{\partial X}{\partial u} = 0;$$
$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = (R-u)\cos\alpha; \qquad \frac{\partial Y}{\partial u} = -\sin\alpha; \tag{14}$$
$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha} = (R-u)\sin\alpha; \qquad \frac{\partial Z}{\partial u} = \cos\alpha.$$

Знаходимо векторний добуток векторів (14):

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z \\ R\,\mathrm{tg}\beta & (R-u)\cos\alpha & (R-u)\sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix} = \tag{15}$$
$$= \{R-u; \quad -R\,\mathrm{tg}\beta\cos\alpha; \quad -R\,\mathrm{tg}\beta\sin\alpha\}.$$

Вектор нормалі (15) не є одиничним. Його положення на поверхні визначається двома внутрішніми координатами: u і α. Нам потрібно знати нормаль до поверхні шнека на гвинтовій лінії в місці знаходження частинки, тобто при $u=0$. Підставимо у вираз вектора (15) $u=0$ і приведемо його до одиничного:

$$\{\cos\beta; \quad -\sin\beta\cos\alpha; \quad -\sin\beta\sin\alpha\}. \tag{16}$$

Аналогічно можна знайти нормаль до циліндричного кожуха. Проте її проекції можна знайти значно простіше. Всі прямолінійні твірні гвинтового коноїда (шнека) перпендикулярні до його осі, отже, і до поверхні співвісного циліндра (рис. 1,б). Цей вектор описано частинними похідними по змінній u у виразах (14). Отже, можемо записати його проекції:

$$\{0; \quad -\sin\alpha; \quad \cos\alpha\}. \tag{17}$$

Одиничний вектор (17) спрямований від поверхні циліндра до його осі, що відповідає напряму дії сили реакції циліндричного кожуха. Одиничні вектори (16), (17) теж потрібно повернути на кут $\alpha_ш=\omega t$ навколо осі OX, щоб вони були прикладені до частинки. Після цього одиничний вектор нормалі до поверхні шнека в точці розташування частинки запишеться:

$$N_ш = \{\cos\beta; \quad -\sin\beta\cos(\alpha+\omega t); \quad -\sin\beta\sin(\alpha+\omega t)\}. \tag{18}$$

Одиничний вектор нормалі до циліндричного кожуха після повороту приймає вигляд:

$$N_ц = \{0; \quad -\sin(\alpha+\omega t); \quad \cos(\alpha+\omega t)\}. \tag{19}$$

Напрями дії прикладених сил нами визначені: для сил тертя $F_ц$ і $F_ш$ – одиничними векторами (8) і (13), взятими із протилежним знаком; реакцій поверхонь $N_ш$ шнека і $N_ц$ циліндричного кожуха - одиничними векторами (18) і (19) відповідно. Остання сила – сила ваги частинки mg - спрямована вниз, отже одиничний вектор задається проекціями:

$$\{0; \quad 0; \quad -1\}. \tag{20}$$

Величина сил тертя $F_ш$ і $F_ц$ визначається через величину реакції поверхні і відповідний коефіцієнт тертя: $F_ш=f_шN_ш$, $F_ц=f_цN_ц$, де $f_ш$ і $f_ц$ – коефіцієнти тертя частинки по поверхні шнека і циліндричного кожуха відповідно.

Розпишемо векторне рівняння $m\bar{a} = \bar{F}$ в проекціях на осі системи координат $OXYZ$ із врахуванням напрямів (6), (13), (18), (19) і (20) діючих відповідних сил $F_ц=f_цN_ц$, $F_ш=f_шN_ш$, $N_ш$, $N_ц$ і сили ваги mg:

$$mx_a'' = -f_ц N_ц \frac{\alpha'\sin\beta}{\sqrt{\omega(\omega+2\alpha')\cos^2\beta+\alpha'^2}} - f_ш N_ш \sin\beta + N_ш\cos\beta;$$
$$my_a'' = -f_ц N_ц \frac{(\alpha'+\omega)\cos(\alpha+\omega t)\cos\beta}{\sqrt{\omega(\omega+2\alpha')\cos^2\beta+\alpha'^2}} - f_ш N_ш \cos\beta\cos(\omega t+\alpha) - N_ш\sin\beta\cos(\omega t+\alpha) + N_ц\sin(\omega t+\alpha); \tag{21}$$
$$mz_a'' = -f_ц N_ц \frac{(\alpha'+\omega)\sin(\alpha+\omega t)\cos\beta}{\sqrt{\omega(\omega+2\alpha')\cos^2\beta+\alpha'^2}} - f_ш N_ш \cos\beta\sin(\omega t+\alpha) - N_ш\sin\beta\sin(\omega t+\alpha) - N_ц\cos(\omega t+\alpha) - mg.$$

Підставимо в (21) вирази абсолютного прискорення із (9) і отримаємо систему трьох диференціальних рівнянь із трьома невідомими функціями: $\alpha=\alpha(t)$, $N_ш=N_ш(t)$ і $N_ц= N_ц(t)$. Розв'яжемо систему відносно α'', $N_ш$, $N_ц$:

$$\alpha'' = \frac{g}{R}\cos\beta\sin(\alpha+\omega t)(f_ш\sin\beta-\cos\beta) - f_ц\cos^2\beta\frac{R(\alpha'+\omega)^2+g\cos(\alpha+\omega t)}{2R^2\sqrt{\omega(\omega+2\alpha')\cos^2\beta+\alpha'^2}}(\omega+2\alpha'+\omega\cos2\beta-f_ш\sin2\beta). \tag{22}$$

$$N_ш = -mg\sin\beta\sin(\alpha+\omega t) - mf_ц\omega\sin\beta\cos^2\beta\frac{R(\alpha'+\omega)^2+g\cos(\alpha+\omega t)}{R\sqrt{\omega(\omega+2\alpha')\cos^2\beta+\alpha'^2}}. \tag{23}$$

$$N_ц = m\left[R(\omega+\alpha')^2+g\cos(\alpha+\omega t)\right]. \tag{24}$$

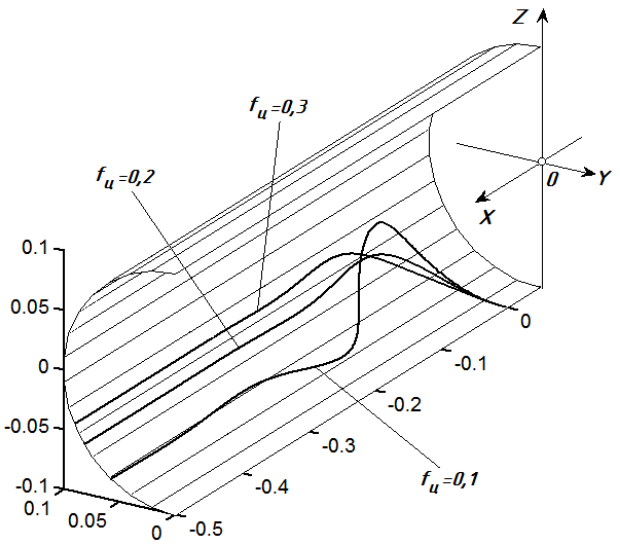


Рис. 3. Абсолютні траєкторії руху частинки протягом *1,5 с* на поверхні циліндричного кожуха при $R=0{,}1$ *м*, $\omega=20$ c^{-1}, $\beta=20^0$, $f_ш=0{,}3$ і різних значеннях коефіцієнта тертя $f_ц$

Fig. 3. Absolute trajectories of motion of the particle for *1.5 s* on the surface of the cylindrical casing at $R=0{,}1$ *m*, $\omega=20$ s^{-1}, $\beta=20^0$, $f_ш=0{,}3$ and different values of the friction coefficient $f_ц$

Диференціальне рівняння (22) не залежить від (23) і (24), тому може бути розв'язане окремо. Реакції поверхонь (23) і (24) знаходять після того, як розв'язано рівняння (22). Для його розв'язання потрібно застосовувати чисельні методи.

Диференціальне рівняння (22) було розв'язане чисельними методами. На рис. 3 побудовано абсолютні траєкторії руху частинки на поверхні циліндричного кожуха при різних значеннях коефіцієнта тертя $f_ц$. Аналіз рис. 3 вказує на те, що після стабілізації руху абсолютною траєкторією частинки є пряма – прямолінійна твірна циліндричного кожуха. По мірі збільшення коефіцієнта тертя $f_ц$ висота розташування цієї траєкторії теж збільшується. Розташування прямолінійної траєкторії, до якої в абсолютному русі прямує частинка, зручно оцінювати кутом φ відхилення від нижньої точки цього перерізу, тобто від початкового положення частинки до положення після стабілізації руху. Значення цього кута φ можна знайти аналітично. Після стабілізації руху координата z абсолютної траєкторії є сталою величиною. Згідно останнього рівняння (5) це можливо, коли $\omega t+\alpha=\varphi=const$. Звідси $\alpha=\varphi-\omega t$, $\alpha'=-\omega$, $\alpha''=0$. Підставимо ці значення в (22) і отримаємо рівняння відносно невідомого кута φ. Його розв'язком буде наступний вираз:

$$\varphi = \operatorname{Arc}\cos\frac{R\left(\cos\beta - f_ш \sin\beta\right)}{\sqrt{A}}, \qquad (25)$$

де

$$A = f_ш \sin 2\beta\left(f_ц^2\cos^2\beta - R^2\right) + f_ц^2\cos^2\beta\left(f_ш^2\cos^2\beta + \sin^2\beta\right) + R^2\left(\cos^2\beta + f_ш^2\sin^2\beta\right).$$

За формулою (25) можна знаходити значення кута φ відхилення частинки навколо осі циліндричного кожуха. Величина цього кута залежить від конструктивних параметрів шнека і кожуха і не залежить від кутової швидкості обертання шнека. Наприклад, для коефіцієнтів тертя $f_ц$, зазначених на рис. 3 і при заданих інших параметрах, після перерахунку радіанної міри в градусну, отримаємо: для $f_ц=0,3$ кут $\varphi=64,5°$. Для значень $f_ц$ $0,2$ і $0,1$ кут φ становить $54,5°$ і $35°$ відповідно. Якщо ж $f_ц=0$, тобто поверхня циліндричного кожуха є абсолютно гладенька, то кут $\varphi=0$. В такому випадку транспортування частинки відбувається по нижній прямолінійній твірній циліндричного кожуха незалежно від значень всіх інших параметрів.

Висновки

Переміщення частинки під дією горизонтального шнека, який обертається всередині співвісного циліндричного кожуха, можна умовно розділити на два етапи. Під час першого етапу відбувається перехідний процес переміщення частинки з нижньої точки циліндричного кожуха вздовж його осі з одночасним підйомом вгору. На другому етапі процес транспортування частинки відбувається в стаціонарному режимі. Частинка рухається вздовж прямолінійної твірної циліндричного кожуха на певній висоті від нижньої твірної. Кут відхилення цієї твірної від нижньої твірної циліндра не залежить від кутової швидкості обертання шнека. На нього впливають коефіцієнти тертя і конструктивні параметри кожуха і шнека. Визначальним є вплив коефіцієнта тертя частинки по циліндричному кожуху. Якщо цей коефіцієнт дорівнює нулю, тобто поверхня кожуха є абсолютно гладенька, то переміщення частинки відбувається вздовж самої нижньої твірної циліндричного кожуха.

Список літератури

1. *Pylypaka S.F., Babka V.M., Grischenko I.Yu., Kresan T.A.* Mathematical model of moving particles with a vertical auger in stationary mode. *Machinery & Energetics.* 2018, Vol. 9, No. 4, 271. P. 50 -58.
2. *Василенко П.М.* Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. Киев. УАСХН. 1960. 283 с.
3. *Заика П.М.* Избранные задачи земледельческой ме-ханики. Киев. Изд-во УСХА, 1992. 507 с.
4. *Сысоев Н.И.* Теоретические основы и расчет сортировки "Змейка". *Сельхозмашина*. 1949. № 8. С.5 – 8.
5. *Войтюк Д.Г., Пилипака С.Ф.* Знаходження траєкторії руху матеріальної точки по гравітаційній розгортній поверхні на прикладі розгортного гелікоїда. *Механізація і енергетика сільського господарства. IV Міжнародна науково-технічна конференція MOTROL-2003.* Київ. НАУ. 2003. Том 6. С. 113 - 126.
6. *Войтюк Д.Г., Лінник М.К., Пилипака С.Ф.* Дослідження руху матеріальної частинки по поверхні косого гелікоїда під дією сили власної ваги. *Техніка АПК.* 2006. № 12. С 17 – 22.
7. *Пилипака С.Ф.,Клендій М.Б., Кресан Т.А.* Рух частинки по гвинтовому коноїду, обмеженому вертикальним шорстким циліндром. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. Херсон. 2018. № 4 (67). С. 20 – 30.
8. *Григорьев А.М.* Винтовые конвейеры. Москва. Машиностроение, 1972. 218 с.

References

1. *Pylypaka S.F., Babka V.M., Grischenko I.Yu., Kresan T.A.* (2018). Mathematical model of moving particles with a vertical auger in stationary mode. *Machinery & Energetics.* Vol. 9, No. 4, 271, 50-58.
2. *Vasilenko P.M.* (1960). The theory of particle motion on the rough surfaces of agricultural machines. Kiev: UASHN, 283.
3. *Zaika P.M.* (1992). Selected tasks of agricultural mechanics. Kiev: USHA Publishing House, 507.
4. *Sysoev N.I.* (1949). Theoretical foundations and the calculation of sorting "Snake". *Agricultural machine*. No. 8, 5-8.
5. *Voituk D.G., Pylypaka S.F.* (2003). Finding the trajectory of motion of a material point along the gravitational unfolding surface on the example of a unfolding helicoid. *Mechanization and energy of agriculture. IV MOTOR-2003 International Scientific and Technical Conference.* Kiev: NAU. Volume 6, 113-126.
6. *Voituk DG, Linnik MK, Pylypaka S.F.* (2006). Investigation of the movement of a material particle on the surface of an oblique helicoid under the action of self-weight. *APK technique*. № 12, 17 - 22.
7. *Pylypaka S.F.*, Clendiy M.B., *Kresan T.A.* (2018). The movement of the particle on a screw conoid bounded by a vertical rough cylinder. *Bulletin of the Kherson National Technical University.* No. 4 (67), 20-30.

8. *Grigoryev A.M.* (1972). Screw conveyors. Moscow: Engineering, 218.

ТРАНСПОРТИРОВАНИЕ ЧАСТИЦЫ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ШНЕКОМ, ОГРАНИЧЕНЫМ СООСНЫМ НЕПОДВИЖНЫМ ЦИЛИНДРОМ

Т. А. Кресан, С. Ф. Пилипака, В. М. Бабка, Я. С. Кремец, М.Б. Клендий

Аннотация. В статье рассмотрено транспортирование технологического материала горизонтальным шнеком на примере отдельной частицы. Шнеком является поверхность винтового коноида или прямого закрытого геликоида. Шнек вращается вокруг своей оси внутри неподвижного соосного цилиндрического кожуха. Частица одновременно контактирует с подвижной и неподвижной поверхностями. Общей линией этих поверхностей, вдоль которой вынуждена двигаться частица при вращении шнека, является винтовая линия – внешняя кромка шнека.

В статье принято предположение, что частица все время находится на этой линии. Винтовая линия вращается вместе с шнеком, а частица скользит одновременно по ней и по цилиндрическом кожухе, то есть осуществляет сложное движение. Сумма относительного движения частицы (скольжение по винтовой линии) и вращательного движения винтовой линии дают абсолютную траекторию.

Приведены параметрические уравнения абсолютной траектории в функции времени, в которых неизвестной зависимостью является закон скольжения частицы по винтовой линии. Последовательным дифференцированием найдено скорость и ускорение абсолютного движения. Найдено направление приложенных сил, к которым относится вес частицы, реакция поверхностей шнека и цилиндрического кожуха, силы трения частицы при скольжении по этим поверхностях. Составлено систему дифференциальных уравнений, которая решена численными методами. Показано, что абсолютной траекторией перемещения частицы после стабилизации движения является прямолинейная образующая цилиндра, которая расположена выше самой низкой его образующей. Выявлено влияние коэффициентов трения и конструктивных параметров ограничивающего цилиндра и шнека на абсолютную траекторию перемещения частицы. Построено абсолютные траектории движения частицы в функции времени.

После переходного периода наступает стабилизация движения частицы с постоянными кинематическими параметрами. Для этого случая найдены аналитические выражения для определения этих параметров. Показано, что в случае абсолютно гладкой поверхности цилиндрического кожуха частица будет двигаться вдоль его низшей прямолинейной образующей. На поверхности цилиндрического кожуха построены абсолютные траектории частицы для различных коэффициентов ее трения по поверхности кожуха. Показано, что по мере увеличения коэффициента трения высота расположения этой траектории тоже увеличивается.

Ключевые слова: частица, относительное движение, горизонтальный шнек, угловая скорость вращения, цилиндрический кожух, дифференциальные уравнения, кинематические параметры.

TRANSPORTATION OF PARTICLE WITH HORIZONTAL AUGER, LIMITED COAXIAL FIXED CYLINDER

T. A. Kresan, S. F. Pylypaka, V. M. Babka, Ya. S. Kremets, M. B. Klendiy

Abstract. The article deals with the transportation of process material with a horizontal auger on the example of a single particle. The auger is the surface of a screw conoid or straight closed helicoid. The auger rotates about its axis inside a fixed coaxial cylindrical casing. The particle simultaneously contacts the movable and fixed surfaces. The common line of these surfaces, along which the particle is forced to move during the rotation of the auger, is a screw line - the outer edge of the auger. The article assumes that the particle is on this line all the time. The screw line rotates with the auger, and the particle slides simultaneously on it and on the cylindrical casing, i.e. makes a complex movement. The sum of the relative motion of the particle (sliding along the screw line) and the rotational motion of the screw line give an absolute trajectory.

The parametric equations of the absolute trajectory in the function of time in which the law of slip of a particle along a screw line is unknown are provides. Sequential differentiation found the speed and acceleration of absolute motion. The direction of the applied forces, to which the weight of the particle, the reaction of the surfaces of the auger and the cylindrical casing, the forces of friction of the particle when sliding on these surfaces, are found. A system of differential equations is developed, which is solved by numerous methods. It is shown that the absolute trajectory of movement of a particle after stabilization of motion is a rectilinear creature of the cylinder, which is located higher than its lowest one. The influence of friction coefficients and design parameters of the limiting cylinder and auger on the absolute trajectory of particle displacement is investigated. Absolute trajectories of particle motion in function of time are constructed.

After the transition period, the motion of the particle with constant kinematic parameters comes to stabilize. In this case, analytical expressions were found to determine these parameters. It is shown that in the case of a perfectly smooth surface of the cylindrical casing, the particle will move along its lowest rectilinear creature. Absolute trajectories of the particle for different coefficients of friction along the surface of the cylindrical casing the casing are constructed. It is shown that as the coefficient of friction increases, the height of this trajectory also increases.

Key words: particle, relative motion, horizontal screw, angular velocity of rotation, cylindrical casing, differential equations, kinematic parameters.

Т. А. Кресан ORCID 0000-0002-8280-9502.
С. Ф. Пилипака ORCID 0000-0002-1496-4615.
В. М. Бабка ORCID 0000-0003-4971-4285.
Я. С. Кремець ORCID 0000-0003-0675-5757.
М. Б. Клендій ORCID 0000-0001-8271-5381.