Machinery & Energetics. *Journal of Rural Production Research. Kyiv. Ukraine. 2020, Vol. 11, No. 3, 187-194*
ISSN 2663-1334 (print), ISSN 2663-1342 (online), www.journals.nubip.edu.ua/index.php/Tekhnica

http://dx.doi.org/10.31548/machenergy2020.03.187

УДК 514.18

ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ЧАСТИНКИ ПО ШОРСТКІЙ ПОВЕРХНІ, ЯКА УТВОРЕНА ГВИНТОВИМ РУХОМ СИНУСОЇДИ, ПІД ДІЄЮ СИЛИ ВЛАСНОЇ ВАГИ

Т. М. Воліна

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна.

Стаття з спеціальності: 131 – прикладна механіка.

Кореспонденція авторки: t.n.zaharova@ukr.net.

Історія статті: отримано – квітень 2020, акцептовано – серпень 2020.
Бібл. 12, рис. 15, табл. 0.

Анотація. У статті складено диференціальні рівняння руху частинки під дією сили власної ваги по шорсткій поверхні, яка утворена гвинтовим рухом синусоїди. Синусоїда при цьому є осьовим перерізом гвинтової поверхні та розташована у вертикальній площині. Отримані рівняння розв'язано чисельними методами, а також побудовано траєкторії руху частинки по гвинтовій поверхні. Крім того, наведено графіки зміни швидкості руху частинки та її віддалення від осі поверхні, в результаті чого знайдено умови, при яких можлива стабілізація руху частинки. Показано, що у загальному випадку у результаті розгону частинка віддаляється від осі поверхні та зупиняється в одному з її жолобів. Глибина та щільність жолобів є керованими за допомогою зміни постійних коефіцієнтів параметрами. Розглянуто також частковий випадок при нульовій глибині жолоба, коли синусоїда перетворюється на пряму та частинка рухається по поверхні гвинтового коноїда.

Ключові слова: крива перерізу, синусоїда, коефіцієнт тертя, частинка, рух, рівняння.

Постановка проблеми

Гвинтові поверхні широко поширені в техніці і слугують робочими органами багатьох машин. У гірничорудній промисловості для збагачення корисних копалин використовуються пристрої з вертикальним гвинтовим жолобом, які називаються гвинтовими сепараторами [1]. Жолоби гвинтової поверхні можуть мати різну форму. Від цього залежить характер руху технологічного матеріалу по гвинтовій поверхні. Форма жолобу залежить від кривої його осьового перерізу. У даному дослідженні за криву осьового перерізу прийнято синусоїду. Отримана поверхня складається з однакових жолобів, розташованих на різній відстані від осі поверхні.

Для точного опису руху тіла по гвинтовій поверхні необхідно враховувати додаткові сили інерції від його обертання, що зробити надзвичайно важко. Тому в багатьох випадках ці сили ігноруються при малих розмірах тіла [2, 3] або ж при малих кутових швидкостях його обертання, як, наприклад, при їх переміщенні за допомогою підйомно-транспортних машин [4]. У багатьох випадках для спрощення розрахунків прийнято приймати тіло за матеріальну частинку. Точність отриманих результатів цілком прийнятна для практики.

Аналіз останніх досліджень

Під час роботи машин постійно виникає контакт частинок матеріалу з поверхнями робочих органів. У сільськогосподарському виробництві це стосується зокрема ґрунтообробних знарядь [5] та знарядь по видаленню навозу [6]. При сепарації матеріалу частинки рухаються по поверхні, яка здійснює коливальні рухи [7, 8].

Частинки матеріалу, які контактують з поверхнею, можуть мати різне походження: частинки у рухомому потоці, механічні частинки, частинки рідини або газу [9–11].

Рух частинок, які контактують з рухомими спіральними робочими органами, розглянуто у працях [8-10]. Стаття [12] присвячена дослідженню руху частинок по поверхні вертикального гелікоїда, який здійснює обертальний рух.

Мета досліджень

Розробити аналітичний опис і побудувати рухомий і нерухомий аксоїди деяких циліндричних ліній із забезпеченням спільної лінії контакту вздовж відповідних прямолінійних твірних в кожен момент часу руху тригранника.

Результати досліджень

Синусоїду, яку приймаємо за криву осьового перерізу гвинтової поверхні, задаємо параметричними рівняннями у вертикальній площині. У системі координат $x0z$ (рис. 1) рівняння синусоїди у функції незалежної змінної ρ матимуть вигляд:

$$x = \rho; \quad z = c\sin a\rho, \tag{1}$$

де a і c – сталі, що задають амплітуду і період синусоїди;

ρ – незалежна змінна, що задає відстань від поточної точки синусоїди до осі $0z$ (рис. 1).

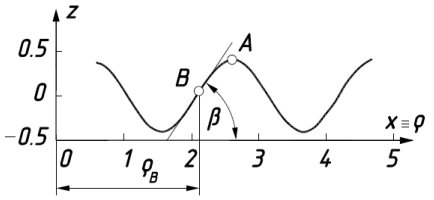

Рис. 1. Крива осьового перерізу гвинтової поверхні, у якій кривою осьового перерізу є синусоїда (1) при a=3, c=0,4.

Fig. 1. An axial cross-section curve of the helical surface with a sinusoid axial cross-section curve (1) with *a=3, c=0.4.*

Для утворення гвинтової поверхні необхідно площину з синусоїдою (1) рівномірно обертати навколо осі $0z$ з одночасним переміщенням її уздовж цієї осі, тобто надати площині гвинтовий рух. Безліч положень кривої в такому русі опише гвинтову поверхню. Математично така поверхня описується параметричними рівняннями:

$$\begin{aligned} X &= \rho\cos\alpha; \\ Y &= \rho\sin\alpha; \\ Z &= c\sin\alpha\rho + b\alpha, \end{aligned} \tag{2}$$

де b – гвинтовий параметр – постійна величина, що задає крок гвинтової поверхні (крок $H=2\pi b$);

α – друга незалежна змінна поверхні (кут повороту площини, в якій розташована синусоїда, навколо вертикальної осі OZ).

На рис. 1 вертикальна вісь позначена малою літерою *«z»*, а для осей поверхні (2) будемо застосовувати велику *«Z»*. Щоб розрізняти рівняння поверхні і лінії (зокрема, лінії на поверхні, коли їх рівняння повністю збігаються), для позначення осей і рівнянь поверхні будемо використовувати великі літери *«X», «Y», «Z»*, а для осей і рівнянь ліній – малі *«x», «y», «z»*.

На рис. 1 побудована дуга синусоїди при $a=3$, $c=0,4$ і зміні відстані ρ в межах $\rho=0,2\pi...1,5\pi$, а на рис. 2 – відповідна гвинтова поверхня у межах одного кроку при b=0,5.

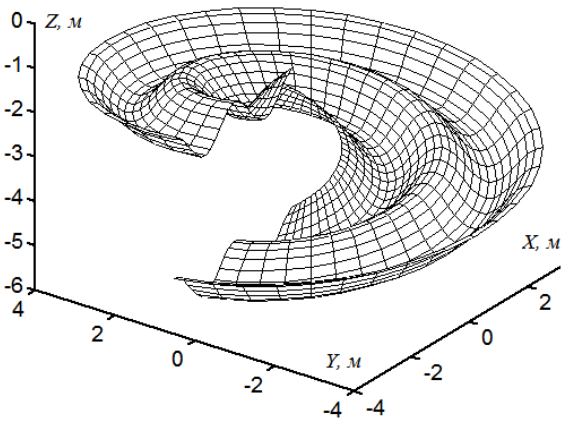

Рис. 2. Гвинтова поверхня в межах одного кроку.

Fig. 2. The screw surface within one lead.

Диференціальне рівняння руху частинки по гвинтовій поверхні (2) складемо у вигляді $m\overline{w} = \overline{F}$, де m – маса частинки, $\overline{w}$ – вектор прискорення, $\overline{F}$ – результуючий вектор прикладених до частинки сил. Такими силами є: сила ваги частинки mg ($g=9,81$ *м/с*^{2}), реакція R поверхні і сила тертя fR, що надає опір ковзанню частинки по поверхні (f – коефіцієнт тертя). Наведене векторне рівняння розпишемо в проекціях на осі координат, в результаті чого отримаємо систему з трьох диференціальних рівнянь.

Для складання рівнянь необхідно знати одиничні вектори, що задають напрямок прикладених сил. Сила ваги частинки mg спрямована вниз, тобто у протилежну сторону напрямку осі OZ, тому її одиничний вектор запишеться:

$$\{0; \quad 0; \quad -1\}. \tag{3}$$

Сила реакції R спрямована уздовж нормалі до поверхні. Координати вектора $\overline{N}$ нормалі до поверхні знаходяться як векторний добуток двох векторів, дотичних до координатних ліній. Проекціями цих векторів є часткові похідні першого порядку поверхні (2):

$$\begin{aligned} X'_\rho &= \cos\alpha; \\ Y'_\rho &= \sin\alpha; \\ Z'_\rho &= ac\cos a\rho; \\ \\ X'_\alpha &= -\rho\sin\alpha; \\ Y'_\alpha &= \rho\cos\alpha; \\ Z'_\alpha &= b. \end{aligned} \tag{4}$$

Нижнім індексом позначена змінна, по якій проводиться диференціювання. Напрямок вектора нормалі до поверхні змінюється на протилежний, якщо у визначнику векторного добутку рядки (4) поміняти місцями. Тому потрібно стежити, щоб проекція на вісь OZ отриманого вектора була позитивною, що відповідає фізичній суті процесу. Знаходимо векторний добуток дотичних векторів (4):

$$N = \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ X'_\rho & Y'_\rho & Z'_\rho \\ X'_\alpha & Y'_\alpha & Z'_\alpha \end{vmatrix} = \\ = \begin{Bmatrix} b\sin\alpha - ac\rho\cos a\rho\cos\alpha; \\ -b\cos\alpha - ac\rho\cos a\rho\sin\alpha; \\ \rho. \end{Bmatrix}. \tag{5}$$

Приведемо вектор нормалі (5) до одиничного, після чого його проекції запишуться:

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{b\sin\alpha - ac\rho\cos a\rho\cos\alpha}{\sqrt{b^2 + \rho^2\left(1 + a^2c^2\cos^2 a\rho\right)}}; \\ N_y &= -\frac{b\cos\alpha + ac\rho\cos a\rho\sin\alpha}{\sqrt{b^2 + \rho^2\left(1 + a^2c^2\cos^2 a\rho\right)}}; \\ N_z &= \frac{\rho}{\sqrt{b^2 + \rho^2\left(1 + a^2c^2\cos^2 a\rho\right)}}. \end{aligned} \tag{6}$$

Сила тертя спрямована по дотичній до траєкторії руху частинки в протилежну вектору швидкості сторону. Якщо незалежні змінні ρ і α поверхні зв'язати між собою певною залежністю, то отримаємо рівняння однієї змінної, тобто лінію на поверхні. Зв'яжемо змінні ρ і α між собою за допомогою нової змінної – часу t. Отримаємо дві нові залежності $\rho=\rho(t)$ і $\alpha=\alpha(t)$,

які задають передбачувану траєкторію руху частинки. Вони є невідомими функціями, які потрібно знайти.

Знайдемо проекції швидкості руху частинки диференціюванням рівнянь (2), вважаючи, що ці рівняння є рівняннями траєкторії, залежними від однієї змінної – часу t:

$$\begin{aligned} x' &= \rho'\cos\alpha - \rho\alpha'\sin\alpha; \\ y' &= \rho'\sin\alpha + \rho\alpha'\cos\alpha; \\ z' &= ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'. \end{aligned} \tag{7}$$

Знайдемо величину швидкості V руху частинки:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = \\ &= \sqrt{\rho'^2 + \rho^2\alpha'^2 + \left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)^2}. \end{aligned} \tag{8}$$

Одиничний вектор швидкості знайдемо шляхом ділення проекцій (7) на величину швидкості (8):

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{\rho'\cos\alpha - \rho\alpha'\sin\alpha}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\alpha'^2 + \left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)^2}}; \\ T_y &= \frac{\rho'\sin\alpha + \rho\alpha'\cos\alpha}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\alpha'^2 + \left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)^2}}; \\ T_z &= \frac{ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\alpha'^2 + \left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)^2}}. \end{aligned} \tag{9}$$

Прискорення частинки в проекціях на осі координат знайдемо диференціюванням виразів швидкості (7):

$$\begin{aligned} x'' &= \left(\rho'' - \rho\alpha'^2\right)\cos\alpha - \left(\rho\alpha'' + 2\rho'\alpha'\right)\sin\alpha; \\ y'' &= \left(\rho'' - \rho\alpha'^2\right)\sin\alpha + \left(\rho\alpha'' + 2\rho'\alpha'\right)\cos\alpha; \\ z'' &= ac\left(\rho''\cos a\rho - a\rho'^2\sin a\rho\right) + b\alpha''. \end{aligned} \tag{10}$$

Розпишемо векторне рівняння $m\overline{w} = \overline{F}$ в проекціях на осі координат $OXYZ$, беручи до уваги, що сила тертя діє вздовж вектора швидкості у протилежну сторону:

$$\begin{aligned} mx'' &= -fRT_x + RN_x; \\ my'' &= -fRT_y + RN_y; \\ mz'' &= -fRT_z + RN_z - mg. \end{aligned} \tag{11}$$

Після підстановки у (11) напрямних косинусів (6) і (9) отримаємо:

$$\begin{aligned} mx'' &= -\frac{fR\left(\rho'\cos\alpha - \rho\alpha'\sin\alpha\right)}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\alpha'^2 + \left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)^2}} + \\ &\quad + R\frac{b\sin\alpha - ac\rho\cos a\rho\cos\alpha}{\sqrt{b^2 + \rho^2\left(1 + a^2c^2\cos^2 a\rho\right)}}; \\ my'' &= -\frac{fR\left(\rho'\sin\alpha + \rho\alpha'\cos\alpha\right)}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\alpha'^2 + \left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)^2}} - \\ &\quad - R\frac{b\cos\alpha + ac\rho\cos a\rho\sin\alpha}{\sqrt{b^2 + \rho^2\left(1 + a^2c^2\cos^2 a\rho\right)}}; \\ mz'' &= -\frac{fR\left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)}{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2\alpha'^2 + \left(ac\rho'\cos a\rho + b\alpha'\right)^2}} + \\ &\quad + R\frac{\rho}{\sqrt{b^2 + \rho^2\left(1 + a^2c^2\cos^2 a\rho\right)}} - mg. \end{aligned} \tag{12}$$

Після підстановки у рівняння (12) других похідних (10) отримаємо систему диференціальних рівнянь, що описують рух частинки. Розв'язавши її відносно невідомих функцій $\alpha'' = \alpha''(t), \rho'' = \rho''(t)$ і $R=R(t)$, отримаємо:

$$\begin{aligned} \alpha'' &= \frac{2\alpha'\rho'}{A}\left[\frac{\alpha' fb}{V} - \frac{\rho}{A}\left(1 + a^2c^2\cos^2 a\rho\right)\right] - \\ &\quad - \frac{1}{A}\left(\frac{\alpha' f\rho}{V} + \frac{b}{A}\right) \times \\ &\quad \times \left(\alpha'^2\rho ac\cos a\rho - \rho'^2a^2c\sin a\rho + g\right); \\ u'' &= \frac{\alpha'^2\rho'}{A}\left[\frac{\rho^2 + b^2}{A} - \frac{\rho'\rho acf\cos a\rho}{V}\right] + \\ &\quad + \frac{1}{A}\left(\frac{f\rho'}{V} + \frac{\rho ac\cos a\rho}{A}\right) \times \\ &\quad \times \left(2b\alpha'\rho' - g\rho + \rho'^2a^2c\sin a\rho\right); \\ R &= \frac{m}{A}\left[\alpha'^2\rho^2ac\cos a\rho - 2b\alpha'\rho' + \right. \\ &\quad \left. + \rho\left(g - \rho'^2a^2c\sin a\rho\right)\right]. \end{aligned} \tag{13}$$

У диференціальних рівняннях (13) символом V позначено швидкість руху частинки, вираз якої наведено у (8). Крім того, введено ще один символ A, який замінює вираз, що повторюється:

$$A = \sqrt{a^2c^2\rho^2\cos^2 a\rho + \rho^2 + b^2}. \tag{14}$$

Щоб знайти залежності $\alpha=\alpha(t)$ і $\rho=\rho(t)$, досить розв'язати систему перших двох рівнянь (13), бо вони між собою пов'язані, а реакція поверхні R визначається з цих розв'язків. Для розв'язання системи потрібно застосовувати чисельні методи.

Розглянемо приклади. Нехай осьовим перерізом гвинтової поверхні буде синусоїда, представлена на рис. 1. Частинку будемо подавати в точку A (рис. 1), тобто на вершину гребня, що відповідає початковому значенню відстані ρ_A=2,6 *м*. Початкову швидкість задаємо в радіальному напрямку (від осі і до осі гвинтової поверхні), тобто ρ'_A=±1 *м/с*. При ρ'_A=–1 *м/с* частинка починає рухатися з точки A до осі поверхні і опускається в жолоб, по якому продовжує рух вниз (рис. 3). При ρ'_A=1 *м/с* частинка починає рухатися з точки A від осі поверхні і, подолавши певний шлях, зупиняється. Це видно також на графіку зміни швидкості V (рис. 4).

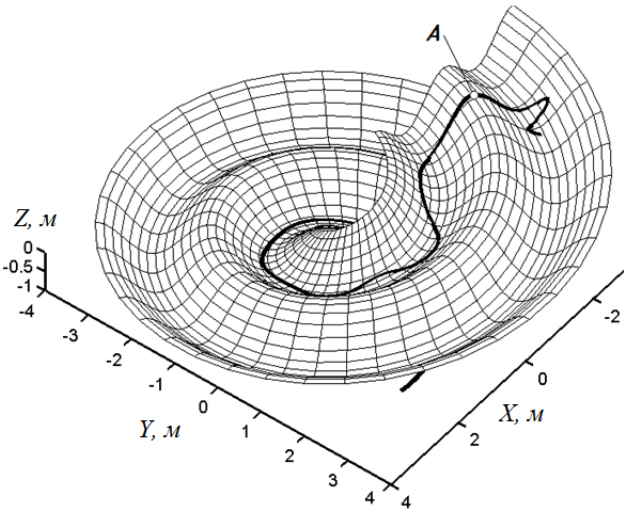

Рис. 3. Траєкторії руху частинки по гвинтовій поверхні, що починаються в точці A (час руху t=8 *с*, коефіцієнт тертя f=0,3).

Fig. 3. The trajectory of the particle movement along a helical surface, starting at the point A (motion time $t=8$ *s*, friction coefficient $f=0.3$).

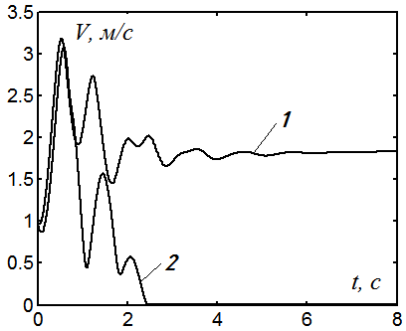

Рис. 4. Графічні зміни швидкості *V* руху частинки по гвинтовій поверхні (час руху *t*=8 *с*, коефіцієнт тертя *f*=0,3).

Fig. 4. The graph of the changing in the speed *V* of particle movement along a helical surface (motion time *t=8 s*, friction coefficient *f=0.3*).

У першому випадку швидкість стабілізується (крива на графіку позначена цифрою *1*) і наближається до постійного значення близько *2 м/с*. Після стабілізації траєкторією руху є гвинтова лінія на поверхні. У другому випадку (крива на графіку позначена цифрою *2*) частинка зупиняється після *2,5 с* руху. Пояснюється це тим, що по мірі віддалення від осі кут нахилу гвинтових ліній (ймовірних траєкторій руху) зменшується. Коли кут нахилу гвинтової лінії дна жолоба стає менше кута тертя, рух стає неможливим. Цей кут можна знайти за допомогою відомої формули $\varphi=arctg(b/\rho)$. Для нашого випадку ρ=3,7 *м*, тобто $\varphi=arctg(0,5/3,7)=7,7°$. Це значно менше кута тертя $\varphi_f=arctg\ f=arctg\ 0,3=16,7°$. У першому випадку кут φ перевершує кут тертя, а саме, для ρ=1,5 *м* (рис. 1) він становить *18,4°*.

Розглянемо, як змінюється траєкторія руху частинки зі зменшенням коефіцієнта тертя *f*. На рис. 5 побудована траєкторія руху частинки з коефіцієнтом тертя *f=0,1*, яка починає рух з дна жолоба при *ρ=1,5 м* і початковій швидкості V_0=0.

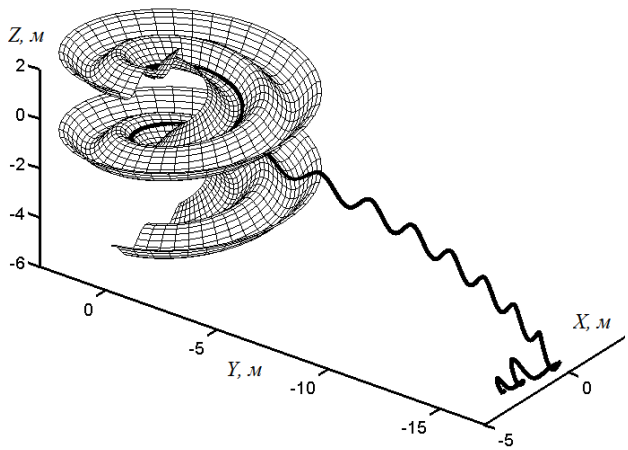

Рис. 5. Траєкторія руху частинки при коефіцієнті тертя *f=0,1*.

Fig. 5. The trajectory of the particle with the friction coefficient *f=0.1*.

Аналізуючи траєкторію, приходимо до висновку, що частинка розганяється по жолобу до такої міри, що подальший її рух триває від осі поверхні з подоланням деякого числа жолобів і закінчується зупинкою в останньому жолобі. Це підтверджує графік зміни швидкості руху частинки (рис. 6).

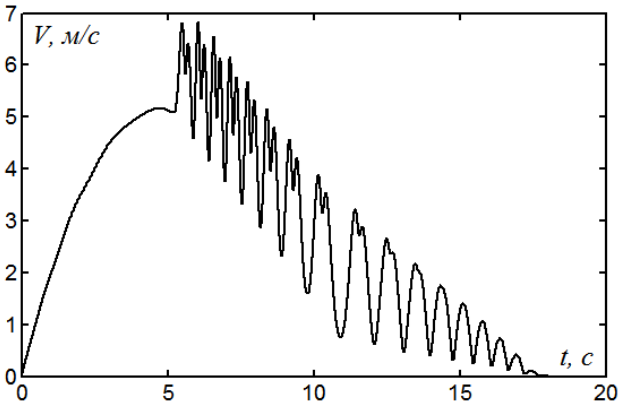

Рис. 6. Графік зміни швидкості *V* руху частинки (час руху *t=18 с*, коефіцієнт тертя *f=0,1*).

Fig. 6. The graph of the particle movement speed *V* (motion time *t=18 s*, friction coefficient *f=0.1*).

При русі частинки по траєкторії, близькій до гвинтової лінії протягом *5 с* (рис. 7), сила реакції є позитивною величиною. Коли частинка здійснює хвилеподібний рух при подоланні жолобів (на рис. 5 для цієї ділянки траєкторії поверхню умовно не показано), реакція поверхні *R* змінюється відповідним чином, приймаючи і негативні значення. Ці залежності отримані, виходячи з математичної умови, що частинка завжди знаходиться на поверхні. Це було б справедливо, якби частинка перебувала між двома еквідистантним поверхнями, реакції яких чергувалися у залежності від знаку. Оскільки поверхня одна, то це означає відрив частинки від неї в момент зміни знаку реакції з позитивного на негативний. У зв'язку з цим хвилеподібна частина траєкторії руху частинки може відрізнятися від реальної.

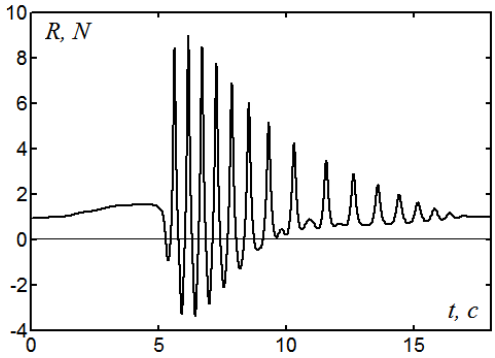

Рис. 7. Графік зміни сили реакції *R* для частинки масою *m = 0,1 кг* (час руху *t=18 с*, коефіцієнт тертя *f=0,1*).

Fig. 7. The graph of the changing of the reaction force *R* for a particle of mass *m=0.1 kg* (motion time *t=18 s*, friction coefficient *f=0.1*).

Зменшення періоду синусоїди веде до зменшення різниці відстані ρ між нижніми гвинтовими лініями сусідніх жолобів поверхні. Внаслідок цього зменшується різниця між кутами їх нахилу. Можна припустити, що це змінить характер руху частинок з різним

коефіцієнтом тертя і дозволить їм рухатися по різних жолобах без зупинки.

На рис. 8 побудована синусоїда при, a=15 і c=0,2, тобто період зменшено у *5* разів (при цьому амплітуда зменшена у *2* рази, що теж впливає на характер руху частинки). Гвинтовий параметр поверхні b прийнятий рівним $b=35$ *м*. На побудовану за цими даними гвинтову поверхню подавалися частинки з нульовою початковою швидкістю і різними коефіцієнтами тертя в одну і ту ж саму нижню точку *B* найближчого до осі поверхні жолоба (рис. 8). Цій точці відповідає відстань ρ=0,31 *м*.

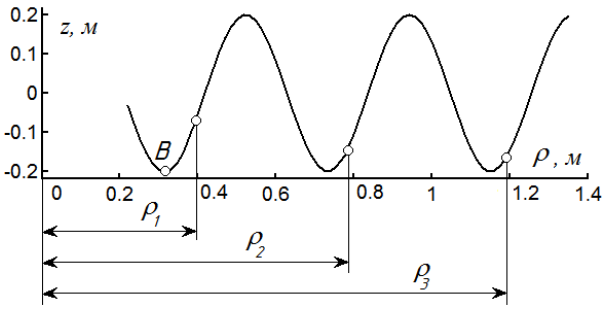

Рис. 8. Синусоїда – осьовий переріз гвинтової поверхні при заданих сталих *a=15, c=0,2*.

Fig. 8. Sinusoid is the axial cross-section of the helical surface for given constants *a=15, c=0.2*.

По мірі розгону частинка віддаляється від осі, тобто відстань ρ протягом деякого часу збільшується, а після настає стабілізація руху (приблизно через *5 с*, що видно на рис. 9).

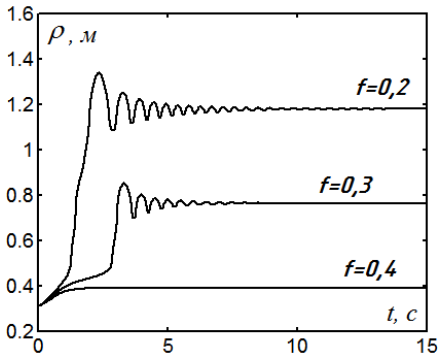

Рис. 9. Графік зміни відстані ρ від осі поверхні (час руху t=15 *с*, відстань подачі частинки на дно жолоба ρ=0,31 *м*).

Fig. 9. The graph of the changing of the distance ρ from the surface axis (motion time *t=15 s*, particle feed distance to the gutter bottom $\rho=0.31$ *m*).

На рис. 9 побудовані графіки зміни відстані ρ для частинок з різним коефіцієнтом тертя. З нього видно, що частинки з різним коефіцієнтом тертя f після стабілізації рухаються на різній відстані від осі поверхні. Відстань ρ при $f=0,4$ складає *0,4 м*. Цю відстань позначено на рис. 8, як ρ_1, і вказує точку на синусоїді, через яку проходить гвинтова лінія – траєкторія руху частинки. Для частинок з коефіцієнтом тертя $f=0,3$ і $f=0,2$ ці відстані позначені через ρ_2 і ρ_3. Із рис. 8 видно, що траєкторія руху частинки проходить вище дна жолоба. Дослідження показали, що вона не може бути вище точки *B* (рис. 1). Ця точка є точкою перегину синусоїди і після неї починається зменшення кута β (рис. 1). Траєкторія руху частинки при перехідному періоді може бути вище точки *B*, залишаючись в межах жолобу, а після стабілізації вона рухається по гвинтовій лінії, розташованій нижче точки *B*.

На рис. 10 побудовано графік зміни швидкості руху частинок з різним коефіцієнтом тертя. Після стабілізації руху швидкості стають сталими і мало відрізняються між собою.

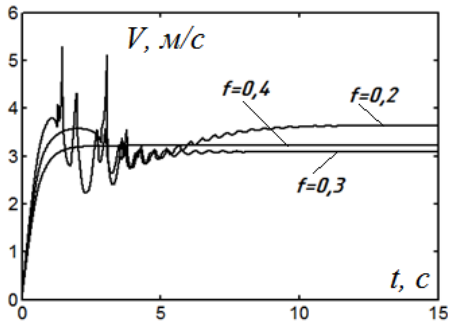

Рис. 10. Графік зміни швидкості V руху частинки (час руху t=15 *с*, відстань подачі частинки на дно жолоба ρ=0,31 *м*).

Fig. 10. The graph of the changing of the particle movement speed V (motion time *t=15 s*, particle feed distance to the gutter bottom $\rho=0.31$ *m*).

На рис. 11–13 побудовані траєкторії руху для частинок з різним коефіцієнтом тертя. У нижній частині рис. 11 та рис. 12 видно, що частинка рухається по різних жолобах. На рис. 13 для наочності показана горизонтальна проекція траєкторії без поверхні. Із неї видно, як змінюється відстань ρ і як вона починає стабілізуватися після попадання частинки в другій жолоб, наближаючись до позначки *0,8 м*, що відповідає рис. 9.

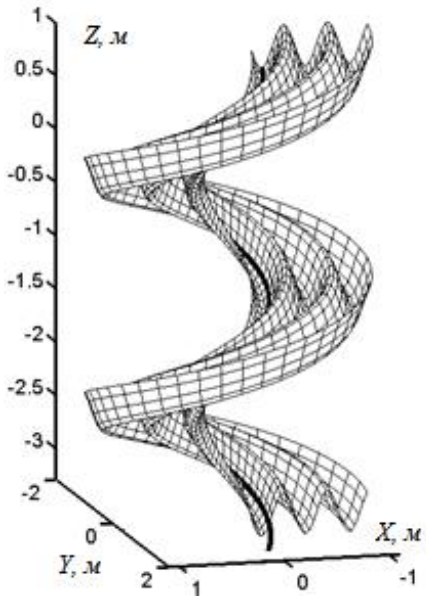

Рис. 11. Траєкторія руху частинки по поверхні при *f=0,4*.

Fig. 11. The trajectory of a particle movement on the surface at *f=0.4*.

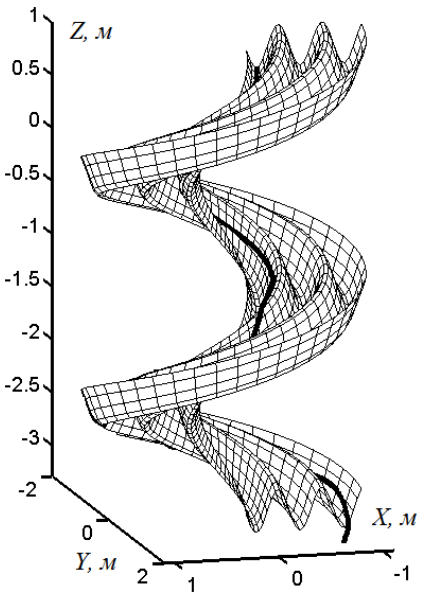

Рис. 12. Траєкторія руху частинки по поверхні при *f=0,2*.

Fig. 12. The trajectory of a particle movement on the surface at *f=0.2*.

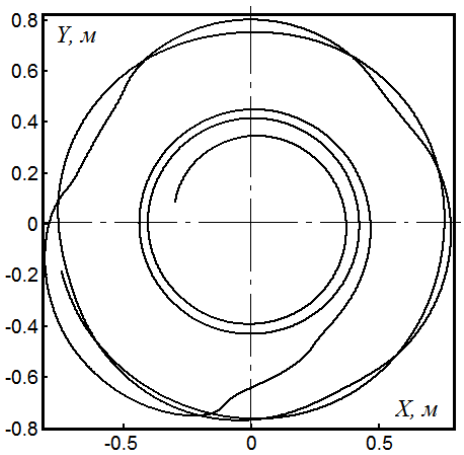

Рис. 13. Горизонтальна проекція траєкторії руху частинки при *f=0,3*.

Fig. 13. The horizontal projection of the trajectory of a particle movement at *f=0.3*.

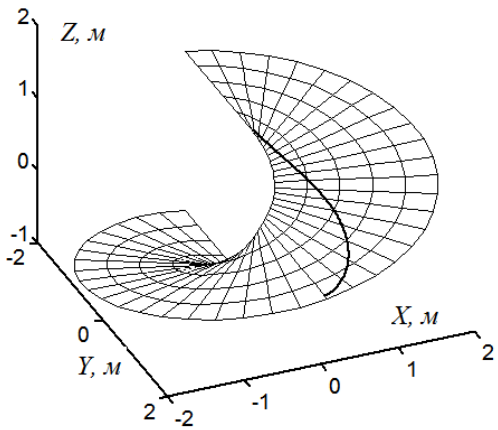

Рис. 14. Траєкторія руху частинки по поверхні гвинтового коноїда (час руху *t*=2,5 *с*, *b*=0,35 *м*, *f*=0,3).

Fig. 14. The trajectory of the particle movement on the surface of the screw conoid (the motion time *t=2.5 s*, *b=0.35 m*, *f=0.3*).

Слід зауважити, що при *a*=*c*=0 поверхня (2) перетворюється у гвинтовий коноїд. Система рівнянь (13) значно спрощується. Результат її розв'язання представлений на рис. 14 та на рис. 15. Із нього видно, що частинка спочатку розганяється до швидкості понад *2 м/с*, при цьому віддаляється від осі поверхні, потім її рух сповільнюється через зменшення кута нахилу поверхні. Приблизно через *2,5 с* після початку руху частинка зупиняється.

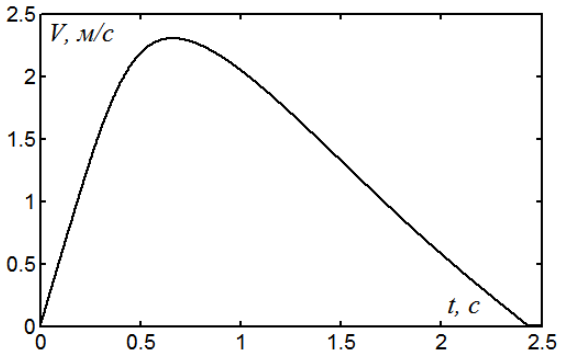

Рис. 15. Графік зміни швидкості *V* руху частинки по поверхні гвинтового коноїда (час руху *t*=2,5 *с*, *b*=0,35 *м*, *f*=0,3).

Fig. 15. The graph of the changing of particle movement speed *V* on the surface of the screw conoid (the motion time *t=2.5 s*, *b=0.35 m*, *f=0.3*).

Висновки

1. Отримані диференціальні рівняння дозволяють описувати рух частинки по гвинтовій поверхні з кривою осьового перерізу у вигляді синусоїди. Чисельне розв'язання системи диференціальних рівнянь дає можливість вивчити характер руху частинки по такій поверхні під дією сили власної ваги. При попаданні частинок з різним коефіцієнтом тертя в одну і ту ж точку поверхні їх траєкторії при подальшому русі розрізняються між собою. Можна підібрати конструктивні параметри поверхні таким чином, що після стабілізації руху групи частинок з близьким коефіцієнтом тертя будуть рухатися по окремих жолобах. По мірі зменшення коефіцієнта тертя, відстань до жолобу, по якому рухаються групи частинок, збільшується. Це дає можливість більш якісно розділяти технологічний матеріал за фракціями по фрикційній ознаці у порівнянні з існуючими сепараторами з одним жолобом. В окремому випадку синусоїдальна крива осьового перерізу поверхні може перетворитися в пряму. Тоді поверхня перетворюється у гвинтовий коноїд, для якого стабілізація руху неможлива. Після початкового розгону частинка зупиняється на деякому віддаленні від його осі.

Список літератури

1. *Черненко В. Д.* Расчет средств непрерывного транспорта. СПб. 2011. 386 с.

2. *Bulgakov V., Pilipaka S., Adamchuk V., Olt J.* Theory of motion of a material point along a plane curve

with a constant pressure and velocity. Agronomy Research, Estonian Agricultural University. 2014. № 12(3). P. 937-948.

3. *Pylypaka S., Klendii M., Nesvidomin V., Trokhaniak V.* Particle motion over the edge of an inclined plane that performs axial movement in a vertical limiting cylinder. Acta Polytechnica. 2019. № 59(1). P. 67-76.

4. *Loveikin V. S., Romesevych Yu. O.* Dynamic optimization of a mine winder acceleration mode. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. 2017. № 4. P. 81-87.

5. *Pylypaka S., Klendii M., Klendii O.* Particle motion on the surface of a concave soil-tilling disk. Acta Polytechnica. 2018. № 58(3). P. 201-208.

6. *Kresan T., Pylypaka S., Ruzhylo Z., Rogovskii I., Trokhaniak O.* External rolling of a polygon on a closed curvilinear profile. Acta Polytechnica. 2020. Vol. 60, no 4. P. 313-317.

7. *Pylypaka S., Klendii M., Zaharova T.* Movement of the Particle on the External Surface of the Cylinder, Which Makes the Translational Oscillations in Horizontal Planes. Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2019. Part F2. P. 336-345.

8. *Pylypaka S., Klendii M., Kremets T., Klendii O.* Particle motion over the surface of a cylinder, which performs translational oscillations in a vertical plane. Engineering Journal. 2018. № 22(3). P. 83-92.

9. *Yakovenko A. V.* Shadowing of particle motion by surface roughness. Journal of electron spectroscopy and related phenomena.1995. Том 74. Вып. 3. С. 237-240.

10. *Batluk V., Basov M., Klymets V.* Mathematical model for motion of weighted parts in curled flow. Econtechmod. An International Quarterly Journal. 2013. Vol. 2. № 3. P. 17-24.

11. *Liaposchenko O., Pavlenko I., Nastenko O.* The model of crossed movement and gas-liquid flow interaction with captured liquid film in the inertial-filtering separation channels. Separation and Purification Technology. 2017. Vol. 173. P. 240-243.

12. *Pylypaka S., Klendii M., Klendii O.* Particle motion over the surface of a rotary vertical axis helicoid. INMATEH – Agricultural Engineering. 2017. Vol. 51. No 1. P. 15-28.

References

1. *Chernenko V. D.* (2011). Calculation of means of continuous transport. SPb. 386.

2. *Bulgakov V., Pilipaka S., Adamchuk V., Olt J.* (2014). Theory of motion of a material point along a plane curve with a constant pressure and velocity. Agronomy Research, Estonian Agricultural University. 12(3). 937-948.

3. *Pylypaka S., Klendii M., Nesvidomin V., Trokhaniak V.* (2019). Particle motion over the edge of an inclined plane that performs axial movement in a vertical limiting cylinder. Acta Polytechnica. 59(1). 67-76.

4. *Loveikin V. S., Romesevych Yu. O.* (2017). Dynamic optimization of a mine winder acceleration mode. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. 4. 81-87.

5. *Pylypaka S., Klendii M., Klendii O.* (2018). Particle motion on the surface of a concave soil-tilling disk. Acta Polytechnica. 58(3). 201-208.

6. *Kresan T., Pylypaka S., Ruzhylo Z., Rogovskii I., Trokhaniak O.* (2020). External rolling of a polygon on a closed curvilinear profile. Acta Polytechnica. 60(4). 313-317.

7. *Pylypaka S., Klendii M., Zaharova T.* (2019). Movement of the Particle on the External Surface of the Cylinder, Which Makes the Translational Oscillations in Horizontal Planes. Lecture Notes in Mechanical Engineering. F2. 336-345.

8. *Pylypaka S., Klendii M., Kremets T., Klendii O.* (2018). Particle motion over the surface of a cylinder, which performs translational oscillations in a vertical plane. Engineering Journal. 22(3). 83-92.

9. *Yakovenko A. V.* (1995). Shadowing of particle motion by surface roughness. Journal of electron spectroscopy and related phenomena. 74(3). 237-240.

10. *Batluk V., Basov M., Klymets V.* (2013). Mathematical model for motion of weighted parts in curled flow. Econtechmod. An International Quarterly Journal. 2(3). 17-24.

11. *Liaposchenko O., Pavlenko I., Nastenko O.* (2017). The model of crossed movement and gas-liquid flow interaction with captured liquid film in the inertial-filtering separation channels. Separation and Purification Technology. 173. 240-243.

12. *Pylypaka S., Klendii M., Klendii O.* (2017). Particle motion over the surface of a rotary vertical axis helicoid. INMATEH – Agricultural Engineering. 51 (1). 15-28.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЧКИ ПО ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ОБРАЗОВАННОЙ ВИНТОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ СИНУСОИДЫ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ СОБСТВЕННОГО ВЕСА

Т. Н. Волина

Аннотация. В статье составлены дифференциальные уравнения движения частички под действием силы собственного веса по шероховатой поверхности, образованной винтовым движением синусоиды. Синусоида при этом является осевым сечением винтовой поверхности и расположена в вертикальной плоскости. Полученные уравнения решены численными методами, а также построено траектории движения частички по винтовой поверхности. Кроме того, приведены графики изменения скорости движения частички и ее удаления от оси поверхности, в результате чего найдены условия, при которых возможна стабилизация движения частички. Показано, что в общем случае в результате разгона частичка удаляется от оси поверхности и останавливается в одном из ее желобов. Глубина и плотность желобов являются управляемыми с помощью изменения постоянных коэффициентов параметрами. Рассмотрено также частный случай при нулевой глубине желоба, когда синусоида превращается в прямую и частичка движется по поверхности винтового коноида.

Ключевые слова: кривая сечения, синусоида, коэффициент трения, частичка, движение, уравнения.

RESEARCH OF PARTICLE MOVEMENT ON ROUGH SURFACE FORMED BY SCREW MOVEMENT OF SINUSOID UNDER ACTION OF OWN WEIGHT

T. M. Volina

Abstract. The differential equations of particle movement on a rough surface which is formed by the helical motion of a sinusoid under the action of the force of own weight were obtained in the article. The sinusoid is the axial cross-section curve of the helical surface and is located in the vertical plane. The obtained equations were solved by numerical methods and the trajectories of the particle on the helical surface were constructed. In addition, graphs of the change in the particle velocity and its distance from the axis of the surface were found, as a result of which the conditions when stabilization of the particle movement is possible were found. It is shown that in the general case, as a result of acceleration, the particle moves away from the axis of the surface and stops in one of its gutters. The depth and density of the gutters are controlled by changing the constant coefficients parameters. Also, a partial case at zero depths of the gutter, when the sinusoid turns into a straight line and the particle moves on the surface of the helical conoid, were considered.

Key words: cross-sectional curve, sinusoid, coefficient of friction, particle, motion, equation.

Т. М. Воліна ORCID 0000-0001-8610-2208.