http://dx.doi.org/10.31548/machenergy2020.04.101

УДК 631.312

ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ЧАСТИНКИ ПО ЗОВНІШНІЙ ПОВЕРХНІ ЦИЛІНДРА ПІД ЧАС ЙОГО ПОСТУПАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ В ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ПЛОЩИНАХ

Т. М. Воліна, С. Ф. Пилипака

Національний університет біоресурсів і природокористування України, Україна,

Стаття з спеціальності: 131 – прикладна механіка.

Кореспонденція авторки: t.n.zaharova@ukr.net.

Історія статті: отримано – серпень 2020, акцептовано – жовтень 2020. Бібл. 7, рис. 5, табл. 0.

Анотація. У статті складено диференціальні рівняння відносного переміщення частинки по зовнішній поверхні похилого циліндра, який здійснює коливальний рух. Усі точки циліндра описують кола в горизонтальних площинах. Рівняння розв'язано чисельними методами і побудовано траєкторії відносного руху частинки по поверхні циліндра. Наведено графіки інших кінематичних характеристик у функції часу. Розглянуто часткові випадки, коли вісь циліндра розташована горизонтально або під кутом тертя до горизонтальної площини.

Ключові слова: відносний рух, похилий циліндр, зовнішня поверхня, частинка, диференціальні рівняння, кінематичні параметри.

Постановка проблеми

У праці [1] зазначено, що похила площина є універсальним конструктивним елементом багатьох сільськогосподарських машин. По площині, що коливається, у процесі обробки переміщується технологічний матеріал. Найбільш дослідженим є рух частинок по горизонтальній площині, яка здійснює коливальний прямолінійний або коловий рухи. Для похилої площини дослідження в основному ведуться при її прямолінійних зворотно-поступальних коливаннях в різних напрямах по відношенню до лінії найбільшого нахилу [1]. Цікавим з пізнавальної точки зору є рух частинок по циліндричній поверхні, оскільки при великому радіусі циліндра обмежена ділянка його поверхні, де відбувається відносний рух, буде близькою до площини. Відповідно і траєкторії відносного руху в такому випадку мають бути подібними для площини і циліндра.

Аналіз останніх досліджень

Окрім фундаментальної монографії [1], в якій розглянуто прямолінійні зворотно-поступальні коливання, існують праці, присвячені криволінійним коливанням площини. Взагалі задача руху матеріальної частинки по площині, яка здійснює коловий коливальний рух, вперше була розв'язана М.Є. Жуковським в геометричній інтерпретації [2], узагальнена і поширена на випадки еліптичних коливань І.І. Блехманом [3, 4]. П.М. Василенко диференціальні рівняння руху частинки складав у проекціях на осі рухомої системи координат, жорстко прив'язаної до площини, що коливається, а І.І. Блехман - у проекціях на осі нерухомої системи координат. П.М. Заїка розглядав переміщення частинок по робочих площинах вібраційних зерноочисних машин [5]. Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій горизонтальній площині, яка здійснює горизонтальні поступальні коливання по різних кривих, розглянуто в праці [6]. У праці [7] вивчено рух частинок по похилій площині, всі точки якої описують еліпси.

Мета досліджень

Дослідити закономірності руху матеріальних частинок по зовнішній поверхні циліндра, який здійснює колові поступальні коливання в горизонтальних площинах, при різних кутах його нахилу.

Результати досліджень

Розташуємо верхню половину циліндра так, щоб його вісь була нахилена до горизонтальної площини під кутом β (рис. 1). Спочатку запишемо рівняння циліндра із горизонтальною віссю, якою є вісь *OX*:

$$X = u; \quad Y = R\cos\alpha; \quad Z = -R\sin\alpha. \tag{1}$$

де R — радіус циліндра;

а, и – незалежні змінні поверхні, де *а* – кут повороту точки циліндра навколо його осі; *и* – довжина прямолінійної твірної циліндра.

Повернемо циліндр (1) на кут β навколо осі *ОY*. Параметричні рівняння повернутого циліндра запишуться:

$$X = u \cos\beta + R \sin\beta \sin\alpha;$$

$$Y = R \cos\alpha;$$

$$Z = u \sin\beta - R \cos\beta \sin\alpha.$$

(2)



Рис. 1. Схема руху точок похилого циліндра по колах із кутовою швидкістю ω .

Fig. 1. The scheme of movement of the points of the inclined cylinder by circles with angular velocity ω .

Циліндр здійснює поступальні коливання таким чином, що всі його точки описують кола в горизонтальних площинах (на рис. 1 показані траєкторії переміщення чотирьох точок циліндра). Абсолютний рух частинки будемо розглядати по відношенню до нерухомої системи координат *ОХҮΖ*. Якщо циліндр прив'язати до рухомої системи координат, то при коливанні циліндра осі рухомої і нерухомої систем весь час будуть паралельними. Це означає, що абсолютну траєкторію частинки можна записати як суму переносного руху циліндра, точки якого описують кола, і відносного руху точки по поверхні циліндра:

$$\begin{aligned} x &= x_r + x_{\theta}; \\ y &= y_r + y_{\theta}; \\ z &= z_r + z_{\theta}, \end{aligned}$$
 (3)

де $x_e = x_e(t)$; $y_e = y_e(t)$; $z_e = z_e(t)$ – траєкторія переносного руху циліндра у функції часу t;

 $x_r = x_r(t); y_r = y_r(t); z_r = z_r(t)$ – траєкторія відносного руху частинки по поверхні циліндра у функції часу t.

Позначимо радіус кіл, по яких рухаються точки циліндра, через *г*. Тоді переносний рух точок циліндра буде описано рівняннями:

$$\begin{aligned} x_e &= r \cos \omega t; \\ y_e &= r \sin \omega t; \\ z_e &= h, \end{aligned}$$
(4)

де ω – кутова швидкість обертання точок циліндра по колах;

h=const – висота точки циліндра по відношенню до початку координат.

По циліндру точка ковзатиме по певній траєкторії. Рівняння траєкторії можна отримати, якщо зв'язати між собою незалежні змінні α і u поверхні (2). Цей зв'язок запишемо через час t, тобто координати частинки на поверхні циліндра будуть функціями часу: $\alpha = \alpha(t)$ і u = u(t). У такому випадку відносний рух частинки буде описано рівняннями:

$$x_r = u \cos\beta + R \sin\beta \sin\alpha;$$

$$y_r = R \cos\alpha;$$

$$z_r = u \sin\beta - R \cos\beta \sin\alpha.$$
(5)

Сумуючи переносний (4) і відносний (5) рухи за формулою (3), отримаємо рівняння абсолютної траєкторії частинки:

$$x = u \cos\beta + R \sin\beta \sin\alpha + r \cos\omega t;$$

$$y = R \cos\alpha + r \sin\omega t;$$

$$z = u \sin\beta - R \cos\beta \sin\alpha + h.$$

(6)

Залежності $\alpha = \alpha(t)$ і u = u(t), які описують траєкторію відносного руху (ковзання частинки по поверхні циліндра), є невідомими функціями, які потрібно знайти. Після диференціювання рівнянь (6) по часу *t* знайдемо проекції абсолютної швидкості частинки:

$$x' = -r\omega\sin\omega t + u'\cos\beta + R\alpha'\sin\beta\cos\alpha;$$

$$y' = r\omega\cos\omega t - R\alpha'\sin\alpha;$$
(7)

$$z' = u'\sin\beta - R\alpha'\cos\beta\cos\alpha$$

Диференціювання виразів (7) дасть проекції абсолютного прискорення:

$$x'' = -r\omega^{2} \cos\omega t - R\alpha'^{2} \sin\beta \sin\alpha + + u'' \cos\beta + R\alpha'' \sin\beta \cos\alpha;$$
(8)
$$y''' = -r\omega^{2} \sin\omega t - R\alpha'^{2} \cos\alpha - R\alpha'' \sin\alpha; z'' = R\alpha'^{2} \cos\beta \sin\alpha + u'' \sin\beta - R\alpha'' \cos\beta \cos\alpha.$$

Складемо рівняння руху у вигляді $m\overline{w} = \overline{F}$, де m – маса частинки, \overline{w} – вектор абсолютного прискорення, \overline{F} – результуючий вектор прикладених до частинки сил. Такими силами є сила ваги mg ($g=9,81 \text{ м/c}^2$), реакція N поверхні циліндра та сила тертя fN при ковзанні частинки по поверхні циліндра (f – коефіцієнт тертя). Усі сили потрібно спроекціювати на осі системи координат *ОХYZ*.

Сила ваги спрямована вниз, отже її проекції запишуться:

$$\{0; 0; -mg\}.$$
 (9)

Реакція поверхні циліндра N спрямована по нормалі до нього і визначається із векторного добутку двох векторів, дотичних до координатних ліній циліндра. Проекціями цих векторів є частинні похідні рівнянь (2):

$$\frac{\partial X}{\partial \alpha} = R \sin\beta \cos\alpha;$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = -R \sin\alpha;$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha} = -R \cos\beta \cos\alpha;$$
 (10)

$$\frac{\partial X}{\partial u} = \cos\beta;$$

$$\frac{\partial Y}{\partial u} = 0;$$

$$\frac{\partial Z}{\partial u} = \sin\beta.$$

Векторне множення векторів (10) може дати два протилежно спрямованих вектори нормалі – або всередину циліндра, або на зовні від нього. Це залежить від заміни місцями векторів (10) у визначнику векторного добутку. Перший добуток відповідає руху частинки по внутрішній поверхні циліндра, а другий – по зовнішній. Із урахуванням цього знайдено вектор нормалі і приведено його до одиничного:

$$\{\sin\beta\sin\alpha; \cos\alpha; -\cos\beta\sin\alpha\}.$$
(11)

Оскільки сила тертя спрямована по дотичній до траєкторії відносного руху частинки в протилежну сторону, знайдемо проекції вектора дотичної. Вони визначаються першими похідними рівнянь (5):

$$\begin{aligned} x'_r &= u' \cos\beta + R\alpha' \sin\beta \cos\alpha; \\ y'_r &= -R\alpha' \sin\alpha; \\ z'_r &= u' \sin\beta - R\alpha' \cos\beta \cos\alpha. \end{aligned} \tag{12}$$

Геометрична сума складових (12) дасть величину швидкості ковзання частинки по поверхні циліндра у відносному русі:

$$V_r = \sqrt{x_r'^2 + y_r'^2 + z_r'^2} = \sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}.$$
 (13)

Одиничний вектор дотичної в проекціях на осі системи *OXYZ* одержимо діленням проекцій (12) на величину вектора (13):

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{u'\cos\beta + R\alpha'\sin\beta\cos\alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2\alpha'^2}}; \\ -\frac{R\alpha'\sin\alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2\alpha'^2}}; \\ \frac{u'\sin\beta - R\alpha'\cos\beta\cos\alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2\alpha'^2}} \end{array} \right\}.$$
(14)

Розпишемо векторне рівняння $m\overline{w} = F$ в проекціях на осі системи координат, взявши до уваги, що сила тертя *fN* спрямована вздовж одиничного вектора (14) в протилежну від нього сторону:

$$mx = N\sin\beta \sin\alpha - \frac{1}{\sqrt{u'\cos\beta + R\alpha'\sin\beta\cos\alpha}},$$

$$-fN \frac{u'\cos\beta + R\alpha'\sin\beta\cos\alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2\alpha'^2}},$$

$$my'' = N\cos\alpha - fN \frac{R\alpha'\sin\alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2\alpha'^2}},$$

$$mz'' = -mg - N\cos\beta\sin\alpha - \frac{1}{\sqrt{u'^2 + R^2\alpha'^2}}.$$
(15)

Підставимо в рівняння (15) другі похідні (проекції абсолютного прискорення) із (8) і отримаємо систему із трьох рівнянь:

$$m(-r\omega^{2}\cos\omega t - R\alpha'^{2}\sin\beta\sin\alpha + u''\cos\beta + R\alpha''\sin\beta\cos\alpha) =$$

$$= N\sin\beta\sin\alpha - - fN\frac{u'\cos\beta + R\alpha'\sin\beta\cos\alpha}{\sqrt{u'^{2} + R^{2}\alpha'^{2}}}; \qquad (16)$$

$$m(-r\omega^{2}\sin\omega t - R\alpha'^{2}\cos\alpha - R\alpha''\sin\alpha) =$$

$$= N\cos\alpha - fN\frac{R\alpha'\sin\alpha}{\sqrt{u'^{2} + R^{2}\alpha'^{2}}}; \qquad (16)$$

$$m(R\alpha'^{2}\cos\beta\sin\alpha + u''\sin\beta - R\alpha''\cos\beta\cos\alpha) =$$

$$= -mg - N\cos\beta\sin\alpha - - - fN\frac{u'\sin\beta - R\alpha'\cos\beta\cos\alpha}{\sqrt{u'^{2} + R^{2}\alpha'^{2}}}.$$

До системи (16) входить три невідомі функції: N=N(t), u=u(t) і $\alpha=\alpha(t)$. Розв'язуючи її відносно N, u'' і $\alpha'',$ отримаємо наступні вирази:

$$\alpha'' = \frac{1}{R} \left[-r\omega^2 \sin\alpha \sin\omega t + (r\omega^2 \sin\beta \cos\omega t + g\cos\beta)\cos\alpha \right] + \frac{Af\alpha'}{\sqrt{u'^2 + R^2 {\alpha'}^2}}; \quad (17)$$
$$u'' = r\omega^2 \cos\beta \cos\omega t - g\sin\beta + \frac{Afu'}{\sqrt{u'^2 + R^2 {\alpha'}^2}};$$
$$N = -mA,$$

$$A = R\alpha'^{2} + g\cos\beta\sin\alpha + r\omega^{2}(\cos\alpha\sin\omega t + \sin\beta\sin\alpha\cos\omega t).$$

Система (17) не може бути проінтегрована в аналітичному вигляді. Її потрібно розв'язувати чисельними методами. Знайшовши залежності $\alpha = \alpha(t)$ і u = u(t) і підставивши їх у рівняння (2), ми одержимо відносну траєкторію руху частинки по поверхні циліндра, тобто траєкторію ковзання. Розглянемо окремі випадки.

Випадок перший. Кут $\beta=0$, тобто циліндр розташований так, що всі його прямолінійні твірні паралельні горизонтальній площині. Інтегрування системи (17) здійснювали при r=0,05 м, R=5 м. На рис. 2 побудовані відносні траєкторії частинки, яка попадає на поверхню циліндра біля його найвищої прямолінійної твірної. Коливальний рух частинки відбувається в напрямі, перпендикулярному твірним циліндра, тобто в напрямі лінії найбільшого нахилу. В залежності від точки попадання частинка рухається в одну або протилежну сторону, причому амплітуда коливань зростає. Як видно із рис. 2, відносний рух частинки дуже чутливий до частоти коливань: при зростанні ω з $10 c^{-1}$ до $11 c^{-1}$ довжина пройденого шляху суттєво зростає.



Рис. 2. Траєкторії відносного руху частинки по поверхні горизонтального циліндра, який здійснює коливальний рух протягом 5 с при R=5 м; r=0,05 м; f=0,3.

Fig. 2. Trajectories of relative movement of a particle on the surface of a horizontal cylinder, which performs oscillatory motion during 5 s at R=5 m; r=0.05 m; f=0.3.

Випадок другий. Циліндр нахилений під кутом β до горизонту і є нерухомим ($\omega=0$).



Рис. 3. Траєкторії руху частинки по нерухомому циліндру, нахиленому під кутом тертя ($R=5 \ M$; f=0,3; $\beta=\arctan f=16,3^{\circ}$).

Fig. 3. Trajectory of particle movement on a fixed cylinder, inclined at an angle of friction (R=5 m; f=0.3; $\beta=arctg$; $f=16.3^{0}$).

Коли кут β дорівнює куту тертя (β =arctg f), то рух частинки залежить від початкових умов. Якщо їй надати початкову швидкість руху вздовж найвищої прямолінійної твірної циліндра, то вона із цією швидкістю і далі продовжуватиме рух по ній (траєкторія 1 на рис. 3). Чисельне інтегрування системи диференціальних рівнянь (17) дає цей результат. Якщо початкову швидкість надати в іншому напрямі, то траєкторія руху буде криволінійна і рух прискореним. На рис. 3 зображено ще дві траєкторії, які починаються зі спільної точки на верхній твірній циліндра. Початкова швидкість частинки, яка описала траєкторію 2, задавалася початковими значеннями сталих інтегрування $\alpha'=0,2$ і u'=0. Ці сталі задають величину швидкості в поперечному і поздовжньому напрямах в початковій точці. Траєкторія 3 побудована при $\alpha'=-0,15$ і u'=0,5.

Якщо кут нахилу циліндра менший кута тертя, то існують ділянки на його поверхні, коли початкова швидкість зменшується до нуля, тобто частинка зупиняється або ж не починає рух із стану спокою.

Якщо кут нахилу циліндра більший кута тертя, то частинка починає розганятися з будь-якої точки поверхні незалежно від величини початкової швидкості.

Випадок третій. Циліндр нахилений під кутом β до горизонту і здійснює поступальні коливання.

При відсутності кута нахилу циліндра частинка ковзає по ньому, рухаючись в поперечному напрямі (рис. 2). Цей випадок також показано на горизонтальній проекції (рис. 4) при $\omega = 10 \text{ c}^{-1}$. Напрям просування частинки в коливальному русі значною мірою залежить від кута нахилу β циліндра. Нахил циліндра всього на 1 градус суттєво відхиляє траєкторію руху частинки в сторону нахилу (на рис. 4 лінія нахилу найвищої твірної циліндра спрямована в сторону горизонтальної площини і позначена стрілкою). При збільшенні кута β напрям просування частинки в коливальному русі все більше наближається до верхньої твірної циліндра.



Рис. 4. Траєкторії відносного руху частинки по циліндру, нахиленому під різними кутами β (*R*=5 *м*; $r=0,05 \text{ м}; f=0,3; \omega = 10 \text{ c}^{-1}$).

Fig. 4. Trajectories of relative particle movement on a cylinder, inclined at different angles β (*R*=5 m; r=0.05 m; f=0.3; $\omega=10 \text{ s}^{-1}$).

З'ясуємо, як впливає на траєкторію відносного руху частинки коефіцієнт тертя f. На рис. 5 побудовані траєкторії для частинок із різним коефіцієнтом тертя. Було взято циліндр із радіусом R=5~m і кутом його нахилу $\beta = 10^0$. Частота коливань ω становила 20 с-1. На рис. 5,а побудовані траєкторії для частинок із різним коефіцієнтом тертя і з різними значеннями радіусів r кіл, які описують точки циліндра при його коливальному русі. Значення коефіцієнта тертя f брали в межах від 0,25 до 0,35. Ліворуч на рис. 5,а побудовані траєкторії для *r*=0,02 м, які майже зливаються. Якщо ж радіус r коливань зменшити до 0,01 м, то траєкторії відносного руху частинок по мірі їх ковзання по поверхні циліндра віддаляються одна від одної на значну відстань. Ці траєкторії побудовані на рис. 5,а праворуч. Отже можна підібрати такі параметри циліндра і його коливань, які можуть забезпечити сепарування технологічного матеріалу в залежності від коефіцієнта тертя. На рис. 5,6 зображено поверхню циліндра і траєкторії руху частинок по ньому при *r*=0,02 м. Цифрами позначено траєкторії для частинок із різним коефіцієнтом тертя: 1 - f = 0,25; 2 - f = 0,3; 3-f=0,35. Різниця L у відстані між крайніми точками у момент сходу частинок із обмеженого відсіку циліндра становить близько 1 м.



Рис. 5. Траєкторії відносного руху частинок з різними коефіцієнтами тертя по поверхні похилого циліндра ($R=5 \ M; \ \beta=10^{0}; \ \omega=20 \ c^{-1}$): а) $r=0,02 \ M$ (ліворуч) і $r=0,01 \ M$ (праворуч); б) траєкторії на горизонтальній проекції.

Fig. 5. Trajectories of relative movement of particles with different coefficients of friction on the surface of an inclined cylinder (R=5 m; $\beta=10^{0}$; $\omega=20 s^{-1}$): a) r=0.02 m (left) and r=0.01 m (right); b) trajectory on a horizontal plane of projections.

Висновки

1. При коливальному русі горизонтального циліндра частинка теж здійснює коливальний рух, пересуваючись по його зовнішній поверхні в поперечному напрямі по відношенню до прямолінійних твірних циліндра. При нахилі циліндра навіть на незначний кут траєкторія переміщення частинок суттєво змінюється, відхиляючись від поперечного напряму в сторону нахилу циліндра. Частинки із різним коефіцієнтом тертя рухаються по різних траєкторіях, причому відстань між ними збільшується по мірі ковзання по поверхні. Це може бути використано для сепарації технологічного матеріалу за його фрикційними властивостями.

Список літератури

1. Василенко П. М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. Киев: Изд-во Укр. акад. сельск. наук. 1960. 283 с.

2. Гортинский В. В., Демский А. Б., Борискин М. А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. Москва. Колос. 1980. 304 с.

3. Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. Вибрационное перемещение. Москва. Наука. 1964. 410 с.

4. *Блехман И. И.* Вибрационная механика. Москва. Физматлит. 1994. 400 с.

5. Заика П. М. Об одном семействе регулярных режимов движения частицы по колеблющейся плоскости вибрационной зерноочистительной машины. Теория механизмов и машин. Харьков. Изд. ХГУ им. М. Горького. 1966. Вып. 1. С. 28-33.

6. Войтюк Д. Г., Пилипака С. Ф. Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій площині, яка здійснює горизонтальні криволінійні поступальні коливання. Техніка АПК. 2004. № 10–11. С. 26-28.

7. Клендій М. Б., Пилипака С. Ф. Взаємодія похилої площини, всі точки якої при поступальному коливанні описують еліпси, із частинками матеріалу. Механізація та електрифікація сільського господарства. Міжвідомчий тематичний науковий збірник. 2013. Вип. 98. Т. 1. С. 574-587.

References

1. *Vasilenko P. M.* (1960). The theory of particle motion on rough surfaces of agricultural machines. Kyiv: Publishing house of Ukr. acad. rural sciences. 283.

2. Gortinskij V. V., Demskij A. B., Boriskin M. A. (1980). Separation processes at grain processing enterprises. Moscow. Kolos. 304.

3. Blehman I. I., Dzhanelidze G. Yu. (1964). Vibration displacement. Moscow. Science. 410.

4. *Blehman I. I.* (1994). Vibration mechanics. Moscow. Fizmatlit. 400.

5. Zaika P. M. (1966). About one family of regular modes of motion of a particle along an oscillating plane of a vibrating grain cleaning machine. The theory of mecha-

nisms and machines. Kharkiv. Publishing house of KSU named after M. Gorky. 1. 28-33.

6. *Vojtyuk D. G., Pylypaka S. F.* (2004). Investigation of the motion of a material particle on a rough plane, which performs horizontal curvilinear translational oscillations. Agricultural machinery. 10(11). 26-28.

7. *Klendij M. B., Pylypaka S. F.* (2013). Interaction of an inclined plane, all points of which are described by ellipses with gradual oscillations, with particles of material. Mechanization and electrification of agriculture. Inter-departmental thematic scientific collection. 98(1). 574-587.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЧКИ ПО ВНЕШНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА ПРИ ЕГО ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЯХ *Т. Н. Волина, С. Ф. Пилипака*

Аннотация. В статье составлены дифференциальные уравнения относительного перемещения частички по наружной поверхности наклонного цилиндра, который осуществляет колебательные движения. Все точки цилиндра описывают окружности в горизонтальных плоскостях. Уравнения решены численными методами и построено траектории относительного движения частички по поверхности цилиндра. Приведены графики других кинематических характеристик в функции времени. Рассмотрены частные случаи, когда ось цилиндра расположена горизонтально или под углом трения в горизонтальной плоскости.

Ключевые слова: относительное движение, наклонный цилиндр, внешняя поверхность, частичка, дифференциальные уравнения, кинематические параметры.

RESEARCH OF PARTICLE MOVEMENT ON CYLINDER OUTER SURFACE DURING ITS PROGRESSIVE OSCILLATIONS IN HORIZONTAL PLANES T. M. Volina, S. F. Pylypaka

Abstract. The differential equations of relative movement of a particle on the external surface of the inclined cylinder which carries out oscillatory movement were received in the article. All points of the cylinder describe circles in horizontal planes. The equations were solved by numerical methods and the trajectories of the relative motion of the particle on the surface of the cylinder are constructed. Graphs of other kinematic characteristics as a function of time are given. Partial cases when the axis of the cylinder is located horizontally or at an angle of friction to the horizontal plane are considered.

Key words: relative motion, inclined cylinder, outer surface, particle, differential equations, kinematic parameters.

Т. М. Воліна ORCID 0000-0001-8610-2208. **С. Ф. Пилипака** ORCID 0000-0002-1496-4615.