

2. Мельничук М. Удосконалення методів визначення показників якості при виробництві ентомологічного препарату трихограми / М. Мельничук, В. Таргоня, Н. Ясинська // Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки та технологій для сільського господарства України. – Дослідницьке, 2006. – Вип. 9 (23), кн. 2. – С. 111–122.
3. Мельничук М.Д. Основи технології біологічного захисту рослин у сучасному землеробстві / [М.Д. Мельничук, І.П. Григорюк, В.О. Дубровін та ін.] // Біоресурси і природокористування. – К.: НУБіП України, 2010. – Т. 2. – №1-2. – С. 5–11.

В статті розкрито перспективну тенденцію розвитку виробничо-технічної практики екологічних і чистих рослинних продуктів в системі органічного землеробства. Як детермінованих наукових і організаційних заходів ефективного використання безпілотних літальних апаратів в технологіях біологічного захисту рослин.

Екологічно чисті продукти, органічне землеробство, безпілотні літальні апарати, ефективність.

В статье раскрыто перспективную тенденцию развития производственно-технической практики экологических и чистых растительных продуктов в системе органического земледелия. Как детерминированных научных и организационных мероприятий эффективного использования беспилотных летательных аппаратов в технологиях биологической защиты растений.

Экологически чистые продукты, органическое земледелие, беспилотные летательные аппараты, эффективность.

УДК 620.17:582.623.2:662.63

ПРО ЗГИН ЖОРСТКО ЗАРОБЛЕНОГО ПРУТКА

**В.О. Гридякін, кандидат технічних наук
Глухівський національний педагогічний університет
імені Олександра Довженка
В.П. Ковбаса, доктор технічних наук
Л.М. Матюшенко, аспірант*
Національний університет біоресурсів і
природокористування України**

*Науковий керівник – доктор технічних наук В.П. Ковбаса

© В.О. Гридякін, В.П. Ковбаса, Л.М. Матюшенко, 2014

Викладені результати досліджень визначення лінії прогину прутка і розподілу напружень у довільному перерізі прутка. Отримані нами результати можуть бути використані при вирішенні завдань пов'язаних з експлуатацією, що полягає в проектуванні робочих органів сільськогосподарських, лісогосподарських та інших машин.

Згин стержня, деформація, лінія прогину, розподілення напружень.

Постановка проблеми. У багатьох задачах, які вирішуються в галузях механізації сільського господарства та сільськогосподарського машинобудування виникають задачі про прогин жорстко заробленого стержня зі змінним перетином по висоті, причому із різним по геометрії перетином. Однією з таких задач є відхилення рослини при дії переміщення (кінематичні початкові умови) і під дією сили (динамічні початкові умови).

Аналіз останніх досліджень. Відомі з опору матеріалів рішення [1] можна застосовувати лише для випадку невеликих зміщень і не можуть застосовуватися для аналізу відхилення стержня, оскільки в таких задачах спостерігається значний по величині прогин. Відомі рішення про великі прогини тонких стержнів [2], але в цих задачах не розглядаються напружено-деформований стан в самих стержнях. Тому, аналіз, який приводиться тут, може бути актуальним для фахівців.

Для вирішення поставленого завдання вивчалися відхилення рослини при дії переміщення і під дією сили з використанням напівзворотнього методу Сен-Венана. Він полягає в тому, що робиться припущення про вигляд деяких функцій напружень або переміщень.

Мета досліджень. Визначити залежність лінії прогину прутка. Визначити залежність розподілу напружень в довільному перерізі прутка, що дозволить визначити силу, яку необхідно прикласти для отримання певного прогину або напруженого стану в перетинах прутка змінного перерізу з певними пружними постійними.

Результати досліджень. Приймемо деякі припущення про розподіл напружень. Припустимо, що нормальна напруга в деякому перетині на відстані x від точки зароблення розподіляється таким же чином, що і у випадку чистого згину:

$$\sigma_x = -\frac{P(h-x)z}{J}, \quad (1)$$

де J – момент інерції перерізу, який залежить від x .

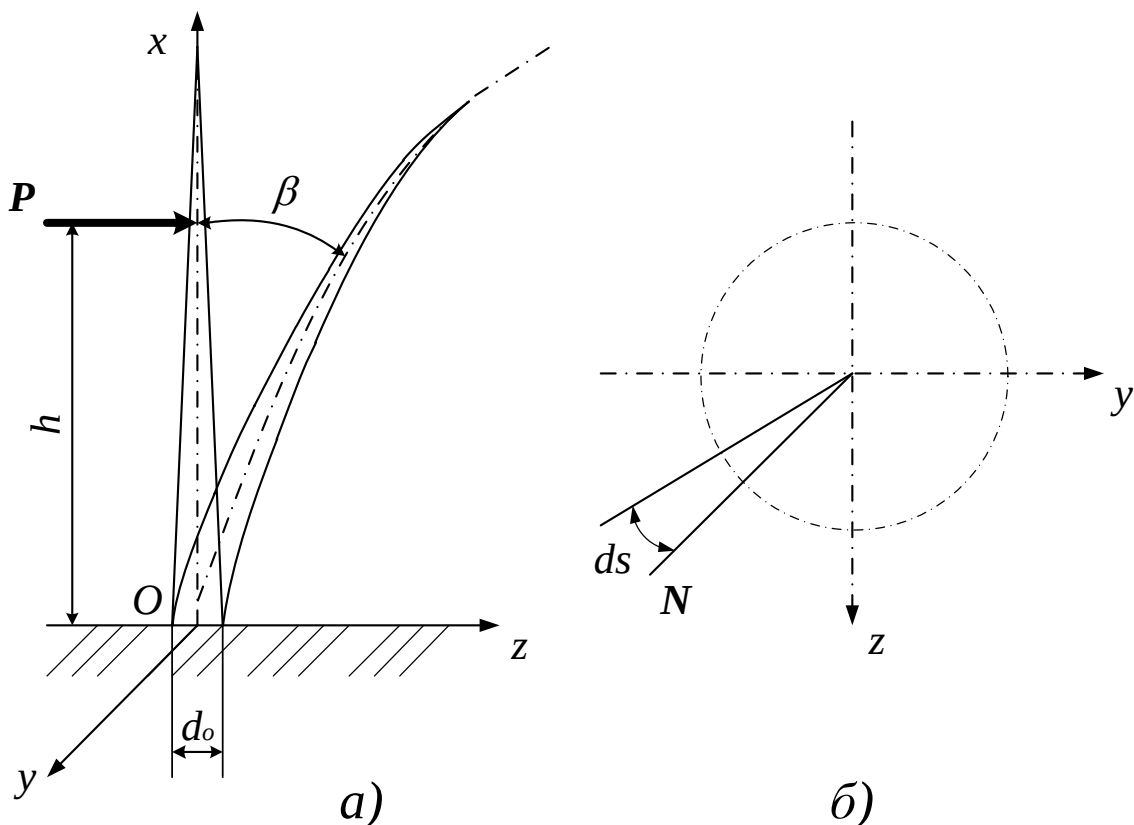


Рис. 1. Розрахункова схема згину прутка (а), перетин прутка (б).

Припустимо, що в тих же поперечних перетинах діють дотичні напруження τ_{xy}, τ_{xz} . Припустимо, що інші три компоненти напружень $\{\sigma_z, \sigma_y, \tau_{yz}\} = 0$.

При таких припущеннях розподіл навантаження P при $x = h$ і реакції в перетині $x = 0$ повинні задовольняти всі рівняння динаміки теорії пружності [4].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0, \end{aligned}$$

де X, Y, Z – об'ємні сили.

При прийнятих припущеннях $\{\sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz}\} = 0$, і нехтуючи об'ємними силами $X = Y = Z = 0$ рівняння рівноваги (динаміки) приймуть вигляд:

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{Pz}{J}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0; \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Групу рівнянь (2) і (3) позначимо (а). Із рівняння (3) видно, що дотичні напруження не залежать від x . Звернемося до умов на поверхні (граничні умови) [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n &= \bar{X}; \\ \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n &= \bar{Y}; \\ \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n &= \bar{Z}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ – поверхневі сили, l, m, n – направляючі косинуси зовнішньої нормалі до поверхні прутка.

Враховуючи те, що бокова поверхня прутка вільна від зовнішніх сил і те, що $\{\sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz}\} = 0$ приходимо до того, що з (4) залишається одне рівняння:

$$\tau_{xy} m + \tau_{xz} n = 0.$$

Із рис. 1,б напрямні косинуси можуть бути представлені наступним чином:

$$m = \cos N\hat{y} = \frac{dz}{ds}; n = \cos N\hat{z} = -\frac{dy}{ds},$$

де ds – елемент кривої, який обмежує поперечний переріз.

Тоді умова на поверхні прийме вигляд:

$$\tau_{xy} \frac{dy}{ds} - \tau_{xz} \frac{dz}{ds} = 0.$$

Розглянемо рівняння сумісності в напруженнях [4]:

$$\begin{aligned} (1+\nu)\Delta\sigma_x + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} &= 0; (1+\nu)\Delta\sigma_y + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0; (1+\nu)\Delta\sigma_z + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0; \\ (1+\nu)\Delta\tau_{xy} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} &= 0; (1+\nu)\Delta\tau_{xz} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial z} = 0; (1+\nu)\Delta\tau_{yz} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y \partial z} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, $\theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$.

У рівняннях (5) перші три, які містять нормальні компоненти напружень, задовольняються тотожно, аналогічно останнє, що містить τ_{yz} , також задовольняється тотожно. Тоді залишаються два рівняння:

$$\Delta \tau_{yz} = 0; \Delta \tau_{xz} = -\frac{P}{J(1+\nu)}.$$

Через функцію напружень $\varphi(y, z)$ (у плоскій постановці – функція Ері) компоненти напружень виражаються залежностями:

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}; \tau_{yz} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z}. \quad (6)$$

Враховуючи те, що $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y \partial z}$, а також (6), рівняння (2) і (3) групи (а) (після інтегрування по x) приймуть вигляд:

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{P z^2}{J} + f(y); \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\tau_{xy}, \quad (7)$$

де $f(y)$ – функція, яка залежить від y і повинна бути визначена із початкових умов.

Підставляючи (7) у рівняння сумісності (г) виходить:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) &= \frac{P}{(1+\nu)J} - \frac{d^2 f}{dy^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

або

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z \partial y^2} &= 0; \\ \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y \partial z^2} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} &= \frac{P}{(1+\nu)J} - \frac{d^2 f}{dy^2}. \end{aligned}$$

Інтегруючи останнє із (8) по y виходить:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{Py}{(1+\nu)J} - \frac{df}{dy} + c, \quad (9)$$

де c – постійна інтегрування, яка може бути отримана з аналізу обертання елементарної площадки в площині поперечного перерізу прутка, тобто в площині YOZ .

Обертання навколо осі OX визначиться залежністю:

$$w_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right).$$

Похідна від кута повороту в напрямку осі прутка x можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} \right).$$

Якщо додати до двох складових останнього виразу $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$, тоді:

$$\frac{\partial(2w_x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}.$$

Використовуючи закон Гука для деформацій зсуву $\gamma_{ij} = \frac{1}{G} \tau_{ij}$, можна записати функцію обертання в наступному вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial x} (2w_x) = \frac{1}{G} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} \right),$$

а, враховуючи рівняння (7), із урахуванням того, що $-\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$

можна отримати: $\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial f}{\partial y}$, тоді

$$\frac{\partial}{\partial x} (2w_x) = \frac{1}{G} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial f(y)}{\partial y} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right)$$

або $G \frac{\partial}{\partial x} (2w_x) - \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$.

Після підстановки останнього виразу в (9), виходить:

$$G \frac{\partial}{\partial x} (2w_x) = \frac{P}{(1+\nu)J} + c. \quad (10)$$

Якщо z – вісь симетрії поперечного перерізу прутка, який згинається під дією сили P , то поле обертання w_x елементів поперечного перерізу відповідає від'ємній кривизні, при цьому середнє значення для всього поперечного перерізу дорівнює нулю.

Тоді середнє значення $\frac{\partial w_x}{\partial x}$ також має дорівнювати нулю. У цьому випадку постійна інтегрування c в рівності (10) також повинна дорівнювати нулю.

При $c = 0$, рівняння (9) прийме вигляд:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{P y}{(1 + \nu) J} - \frac{\partial f}{\partial y}. \quad (11)$$

Підставляючи (7) в граничні умови (в) можна знайти $\tau_{xy} \frac{\partial z}{\partial s} - \tau_{xz} \frac{\partial y}{\partial s} = 0$:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = \left(\frac{P z^2}{2J} - f(y) \right) \left(\frac{dy}{ds} \right). \quad (12)$$

Якщо задати функцію $f(y)$, то із рівняння (11) можна визначити значення φ вздовж контуру поперечного перерізу. У разі круглого поперечного перерізу, що відповідає перетину стебла, рівняння контуру буде мати вигляд:

$$y^2 + z^2 = r^2, \quad (13)$$

де r – радіус перетину прутка.

Права частина рівняння (12) буде дорівнювати нулю, якщо прийняти, що $f(y) = \frac{P}{2J}(r^2 - y^2)$. Підставляючи цей вираз в (11), можна отримати для функції φ наступний вираз:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{P y}{(1 + \nu) J} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{2J} (r^2 - y^2) \right) = \frac{P y}{(1 + \nu) J} + \frac{P y}{J} = \frac{(2 + \nu) P y}{(1 + \nu) J}, \quad (14)$$

для якого на контурі прутка $\varphi = 0$.

Таким чином, функція напруги визначається поперечним навантаженням, інтенсивність якого пропорційна $\frac{(2 + \nu) P y}{(1 + \nu) J}$.

Рівняння (14) і граничні умови (13) задовольняються в тому випадку, якщо $\varphi = m(z^2 + y^2 - r^2)y$. (15)

При цьому $m = \frac{2 + \nu P}{8(1 + \nu)I}$, тоді рівняння (15) прийме вигляд:

$$\varphi = \frac{(2 + \nu)P}{8(1 + \nu)J} (z^2 + y^2 - r^2)y.$$

Таким чином, визначена невідома потенційна функція φ . При відомій функції φ за допомогою рівняння (7) визначаються невідомі компоненти дотичних напружень:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \frac{P(-y^2(-2 + \nu) + r^2(2 + 3\nu) - z^2(2 + 3\nu))}{8J(1 + \nu)}; \\ \tau_{xy} &= \frac{Pyz(2 + \nu)}{4J(1 + \nu)}; \sigma_x = \frac{-P(h - x)z}{J}. \end{aligned} \quad (16)$$

Графічно залежності (16) проілюстровані на рис. 2.

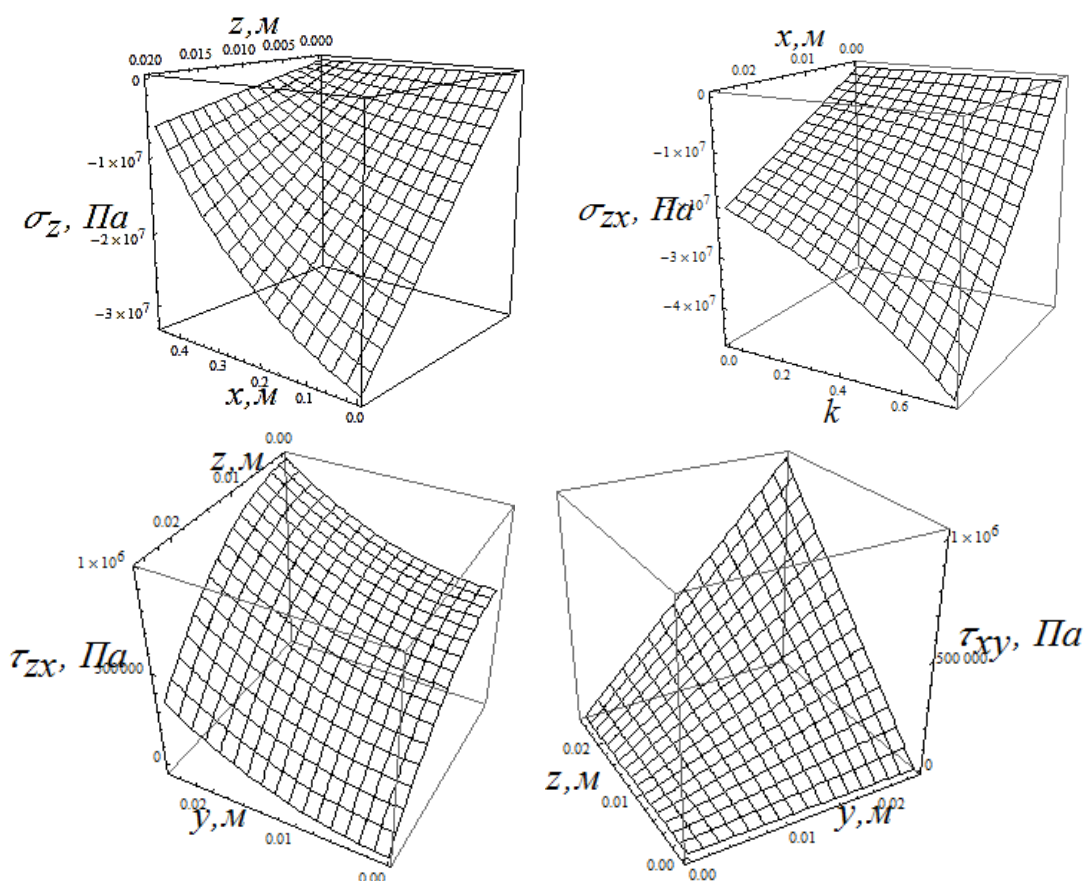


Рис. 2. Графіки залежностей (16) при змінному діаметрі прутка.

При відомих значеннях компонента напружень знайти переміщення не складає труднощів. Для знаходження переміщень можна використовувати геометричні рівняння Коші:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}.\end{aligned}\quad (17)$$

Для знаходження переміщень, в напрямку дії сили, тобто в напрямку осі OZ , можна використовувати п'яте рівняння із (17) у вигляді: $\frac{\partial w}{\partial x} = \gamma_{xz} - \frac{\partial u}{\partial z}$. Враховуючи те, що $u = \int \varepsilon_x dx = \varepsilon_x x + c$, де

постійна інтегрування $c = 0$, можна записати $\frac{\partial w}{\partial x} = \gamma_{xz} - \frac{\partial(\varepsilon_x x)}{\partial z}$.

Далі, скориставшись законом Гука, при відомих компонентах напружень: $\varepsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x$; $\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$; $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, з урахуванням (16),

шляхом інтегрування $\frac{\partial w}{\partial x}$ по x , визначається функція переміщення:

$$w = \frac{h P x^2}{2 E J} - \frac{P x^3}{3 E J} + \frac{P x (-y^2 (-2 + \nu) + r^2 (2 + 3\nu) - z^2 (2 + 3\nu))}{2 G \pi r^4 (1 + \nu)} + C. \quad (17)$$

Вираз (18) записано для випадку, коли момент інерції перерізу стержня J не залежить від координати x . Для випадку змінного діаметра стрижня, тобто при $J \rightarrow \frac{\pi r^4}{4}$, де $r = r_0 (1 - k x)$ (r_0 – половина діаметра прутка в початковому перерізі, тобто точці зароблення; k – коефіцієнт зміни перерізу прутка), вираз для переміщення прийме вигляд:

$$w = P \left[\frac{2E(2 - 6kx + 6k^2 x^2 + h(k - 3k^2 x))}{3E^2 k^3 \pi r_0^4 (-1 + kx)^3} + \frac{E k^2 (y^2 (-2 + \nu) - 3r_0^2 (-1 + kx)^2 (2 + 3\nu) + z^2 (2 + 3\nu))}{3E^2 k^3 \pi r_0^4 (-1 + kx)^3} \right] + C. \quad (18)$$

Постійні інтегрування в залежностях (18) і (19) визначаються з початкових умов, а саме: $w|_{x=0} = 0$. У першому випадку постійного поперечного перерізу постійна інтегрування $C = 0$ і вираз залишається незмінним (18).

У випадку, коли поперечний переріз змінний, постійна інтегрування $C \neq 0$ і вираз (19) набуває кінцевого вигляду:

$$w = \frac{1}{3E \pi r_0^4 (-1 + kx)^3} P \times$$

$$\times x(-6(y-z)(y+z) + 2x(2x + (-3 + kx)(h + k(-y^2 + z^2)))) + . \quad (19)$$

$$+ (3 + kx(-3 + kx))(y^2 + 3z^2)\nu - 3r_0^2(-1 + kx)^2(2 + 3\nu))$$

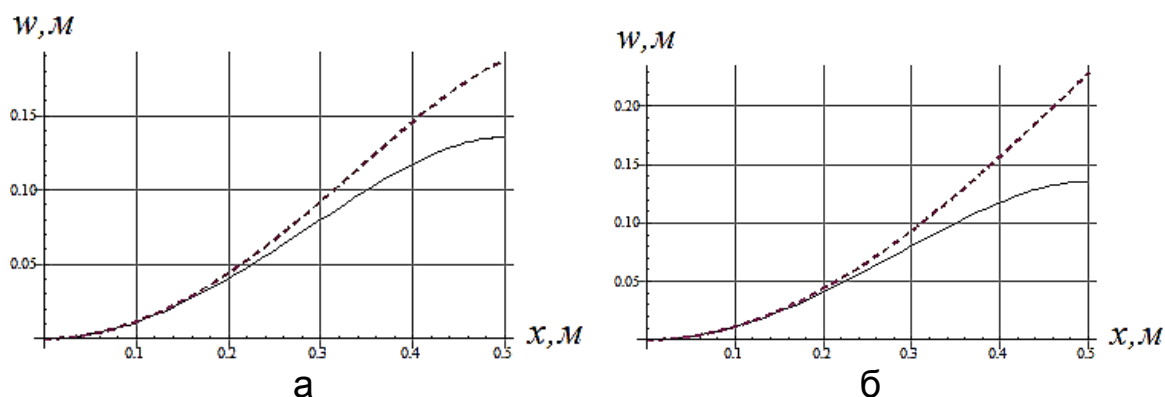


Рис. 3. а) суцільна лінія – змінний діаметр прутка, пунктирна – постійний діаметр, б) суцільна лінія – залежність (20), пунктирна – по залежності прийнятій в опорі матеріалів.

Висновки

Отримана залежність (20) дозволяє визначити силу, яку необхідно прикласти для отримання певного прогину або напруженого стану в перетинах прутка змінного перерізу з певними пружними постійними.

Отримані залежності для компонентів напружень і переміщень прутка круглого перетину змінної жорсткості мають суттєві відмінності від результатів, які можуть бути отримані методами опору матеріалів та методами великих прогинів тонких прутків. При цьому жоден з перерахованих методів не дає можливості визначити розподіл напружень довільному перерізу прутка.

Отримані рішення можуть бути використані при вирішенні завдань пов'язаних з експлуатацією, що полягає в проектуванні робочих органів сільськогосподарських, лісгосподарських та інших машин.

Список літератури

1. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко. – К.: Высшая школа, 1973. – 672 с.
2. Попов Е.П. Теория и расчет упругих стержнем / Е.П. Попов. – М.: Наука, 1986. – 296 с.
3. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности / В.И. Самуль. – М.: Высшая школа, 1982. – 264 с.
4. Лурье А.И. Теория упругости / А.И. Лурье. – М.: Наука, 1970. – 940 с.

Изложены результаты исследований определения линии прогиба прутка и распределения напряжений в произвольном сечении прутка. Полученные нами результаты могут быть использованы при решении задач связанных с эксплуатацией, заключающийся в проектировании рабочих органов сельскохозяйственных, лесохозяйственных и других машин.

Сгиб стержня, деформация, линия прогиба, распределения напряжений.

The results of research line identification rod deflection and stress distribution in any section of rod. Our results can be used in solving problems related to operation that is working in design of agricultural, forestry and other machinery.

Rod bending, deformation, line deflection, stress distribution.

УДК 631.331

РЕЗУЛЬТАТИ ЛАБОРАТОРНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ З ВИСІВУ НАСІННЯ, ЩО ЗАБЕЗПЕЧУЄ СТАБІЛІЗАЦІЮ ВОДНО-ПОВІТРЯНОГО РЕЖИМУ В КОРЕНЕВОМУ ШАРІ ҐРУНТУ

***В.О. Дубровін, доктор технічних наук
Національний університет біоресурсів
і природокористування України***

***М.С. Шведик, кандидат технічних наук
Луцький національний технічний університет***

У статті наведено методику висіву насіння зернових колосових культур, який забезпечує стабілізацію водно-повітряного режиму в кореновому шарі та результати спостережень за проростанням насіння у ящиках з свіжо розпушеним ґрунтом і ущільненим його поверхневим шаром та прорізними щілинами по центру кожного рядка, а також розвитком паростків після їх виходу на денну поверхню.

Ящик, піддон, ґрунт, лінія, насіння, брусок, ущільнення, поверхневий шар, щілина.

Постановка проблеми. Вода і повітря є основними компонентами ґрунту і вони відіграють важливу роль в його утворенні та формуванні родючості [1]. Регулювання водного

© В.О. Дубровін, М.С. Шведик, 2014