

ГИДРОДИНАМИКА ВРЕДНЫХ ВЫБРОСОВ В ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ МЕТОДОМ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

*Б. Х. Драганов, доктор технических наук
e-mail: nni.elektrik@gmail.com*

Аннотация. *Приведены основы неравновесной термодинамики и положения о производстве энтропии. Представлена диссипативная функция происходящих процессов.*

Ключевые слова: *реологические соотношения Онзагера, термодинамические силы и потоки, принцип Кюри, энтропия двухфазной среды, диссипативная функция, тензор.*

Исследование гидродинамики вредных выбросов в окружающую среду при помощи математического моделирования является актуальной проблемой.

Цель исследований – сформулировать математическую модель техногенных выбросов методом неравновесной термодинамики.

Материалы и методика исследований. В линейной неравновесной термодинамике в качестве определяющих (реологических) соотношений, которые дополняют систему гидродинамических уравнений сохранения, применяются феноменологические соотношения необратимых процессов (соотношения Онзагера) [1]:

$$J_k = \sum_{l=1}^Q L_{kl} \cdot X_l; \quad (k = 1, 2, \dots, Q), \quad (1)$$

где Q – число независимых физических процессов;

L_{kl} – матрица феноменологических (кинетических) коэффициентов, связывающая между собой потоки J_k и термодинамические силы X_l . Первые соответствуют скоростям изменения экстенсивных величин (таких как масса, энергия), для которых существуют законы сохранения, или переносимых величин (таких как теплота), которые связаны с потоками в законах сохранения; вторые пропорциональны градиентам интенсивных параметров, отклоняющих термодинамическую систему от равновесия. Потоки и термодинамические силы в (1) являются, в общем случае, тензорными величинами любого ранга.

Как было упомянуто выше, в рамках феноменологической теории явный вид кинетических коэффициентов в (1) не расшифровывается, однако их физический смысл может быть выяснен в рамках молекулярно-кинетической теории [4]. Число отличных от нуля кинетических коэффициентов в (1) ограничивается принципом Кюри, согласно которому, в силу свойств симметрии рассматриваемой материальной среды, компоненты (здесь составляющие векторов вдоль осей координат) потоков будут

зависеть не от всех компонентов термодинамических сил.

Так, в частности изотропной системы (свойства которой в равновесном состоянии одинаковы во всех направлениях), процессы разной тензорной размерности не взаимодействуют друг с другом. Кроме того, при аксиоматическом подходе принимаются в качестве независимого постулата соотношения симметрии Онзагера – Казимира (принцип взаимности):

$$L_{kl} = (B, \Omega) = \varepsilon_k \varepsilon_l \cdot L_{lk}(-B, -\Omega), \quad (2)$$

позволяющее свести до минимума число феноменологических коэффициентов в линейных соотношениях (1). Здесь B – магнитная индукция, Ω – угловая скорость вращения системы, а $\varepsilon_k = 1$ для четных (энергия, концентрации) и $\varepsilon_l = -1$ для нечетных (плотность импульса) макроскопических параметров (четных или нечетных функции скоростей частиц). Для изотропной не вращающейся системы, в отсутствие внешнего магнитного поля, соотношения симметрии (2) приобретают более простой вид [1]:

$$L_{kl} = L_{lk}, \quad (3)$$

где L_{kl} – скалярные величины.

Соотношения симметрии (2) могут считаться эмпирически устойчивой аксиомой, независимо от их доказательства в рамках статистической механики [2]. Согласно [3], экспериментальное подтверждение принципа взаимности столь же убедительно, как и подтверждение 1, 2 и 3-го начала термодинамики. Это дает основание возвести постулат (2) в статус парадигмы и использовать в качестве основы для описания широкого круга явлений.

Для определения потоков и сопряженных им термодинамических сил используется обычно конкретное представление скорости производства (плотности источника) энтропии внутри системы в рассматриваемом необратимом процессе в виде билинейной формы [2].

$$T\sigma_{(S)} = \sum_{k=1}^Q J_k X_k \geq 0, \quad (4)$$

причем, после того как определены потоки J_k , сопряженные им силы X_k находятся однозначным образом, как коэффициенты перед соответствующими потоками в этом выражении.

Результаты исследований. Приложим изложенные положения к анализу диссипативной функции и производства энтропии в двухфазной среде.

Примем предположение о локальном термодинамическом равновесии в пределах фазы, а также допущение об аддитивности внутренней энергии смеси и энтропии смеси по массам входящих в смесь фаз [4].

$$\rho u = \sum_{i=1}^N \rho_i u_i(\rho_i^o, T_i), \quad \rho s = \sum_{i=1}^N \rho_i s_i(\rho_i^o, T_i), \quad (5)$$

где ρ – плотность смеси;

u – внутренняя энергия;

T – абсолютная температура;

s – энтропия;

N – число фаз;

ρ_i^o – истинная плотность i -той фазы;

i – индекс, обозначающий номер фазы.

Рассмотрим диссипативную функцию для гетерогенной среды, т. е. функцию, дающую производство энтропии смеси для фиксированной массы среды за счет внутренних процессов. Субстанциональная производная энтропии вдоль линии тока фаз имеет вид [5].

$$\rho \frac{D_s}{Dt} = \sum_{i=1}^N \left\{ \rho_i \frac{d_i s_i}{dt} + \sum_{j=1}^{i-1} J_{ij} (s_i - s_j) \right\}. \quad (6)$$

В отличие от изменения полной энергии среды E , описываемого производной DE/Dt , изменение энтропии смеси, описываемое Ds/Dt , связано не только с внешним воздействием, но и с внутренними процессами (между фазами и внутри фаз) в выделенном объеме среды. Так же, как и DE/Dt , величина Ds/Dt не связана с притоком и оттоком вещества фаз из выделенного объема.

В данном случае гетерогенную смесь можно рассматривать как состоящую из двух фаз. Диссипативная функция представлена следующими термодинамическими силами:

$$\begin{aligned} X_1^k &= \frac{e_1^k}{T_1}; \quad X_2^k = \frac{e_2^k}{T_2}; \quad X_{q1}^k = \nabla^k \left(\frac{1}{T_1} \right); \quad X_{q2}^k = \nabla^k \left(\frac{1}{T_2} \right); \\ X_F^k &= (\nu_1^k - \nu_2^k) \left(\frac{\chi_{21}}{T_1} + \frac{\chi_{12}}{T_2} \right); \quad X_Q = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}; \\ X &= \frac{Z_1}{T_1} - \frac{Z_2}{T_2} + i_{12} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) + \frac{(V_{12} - V_2)^2}{2T_2} - \frac{(V_{21} - V_1)^2}{2T_1}; \end{aligned} \quad (7)$$

и термодинамическими потоками:

$$\begin{aligned} J_1^k &= \tau_1^k; \quad J_2^k = \tau_2^k; \quad J_{q1}^k = q_1^k; \\ J_{q2}^k &= q_2^k; \quad J_Q = Q_{12}. \end{aligned} \quad (8)$$

В соответствии с неравновесной термодинамикой, диссипативная функция имеет вид суммы произведений термодинамических сил на термодинамические потоки.

$$\begin{aligned} D_s^{(int)} &= \sum J_0 X_0 = \tau_1^k \frac{e_1^k}{T_1} + \tau_2^k \frac{e_2^k}{T_2} + q_1^k \nabla^k \left(\frac{1}{T_1} \right) + q_2^k \nabla^k \left(\frac{1}{T_2} \right) + \\ &+ F_{12}^k (\nu_1^k - \nu_2^k) \left(\frac{\chi_{21}}{T_1} + \frac{\chi_{12}}{T_2} \right) + Q_{12} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) + \\ &+ J_{12} \left[\frac{z_1}{T_1} - \frac{z_2}{T_2} + i \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) + \frac{(V_{12} - V_2)^2}{T_2} - \frac{(V_{21} - V_1)^2}{2T_1} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

В формулах (6) – (9) приняты обозначения:

τ^k – тензор сдвиговых направлений;

J_{ij} – интенсивность фазовых переходов массив к единице объема смеси;

e_1^k – тензор скоростей деформации;

U_1^k – коэффициент диффузии;

z_i – термодинамический потенциал;

q_1^k – тензор потока тепла;

χ – показатель политропы;

v_{ji} – скорость массы, обусловленная фазовым переходом;

i, j – индекс, обозначающий номер фазы;

верхний индекс k – номер декартовой координаты.

Список литературы

1. Де Грот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика / С. де Грот, П. Мазур. – М. : Мир, 1964.
2. Новиков Л. Термодинамика / Л. Новиков. – М. : Машиностроение, 1984. – 592 с.
3. Нигматулин П. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1 / П. И. Нигматулин. – М. : Наука, 1987. – 464 с.
4. Miller D. G. The onsager relations: experimental evidence // Foundations of continuum thermodynamics. – London and Basingstoke : Millan, 1974.
5. Mason E. A. The onsager reciprocal relations. Experimental evidence // Foundations of continuum thermodynamics. – London and Basingstoke : Millan, 1974.

ГІДРОДИНАМІКА ШКІДЛИВИХ ВИКИДІВ У НАВКОЛИШНЄ СЕРЕДОВИЩЕ МЕТОДОМ НЕРІВНОВАЖНОЇ ТЕРМОДИНАМІКИ

Б. Х. Драганов

Анотація. Наведено основи нерівноважної термодинаміки й положення про виробництво ентропії. Представлено дисипативну функцію процесів, що відбуваються.

Ключові слова: реологічні співвідношення Онзагера, термодинамічні сили й потоки, принцип Кюрі, ентропія двофазного середовища, дисипативна функція, тензор.

HYDRODYNAMICS HARMFUL EMISSIONS AMONG THE METHODS OF NONEQUILIBRIUM THERMODYNAMICS

B. Draganov

Annotation. Shows the basics of thermodynamics and imbalance position of entropy production. Presented dissipative function of the processes.

Key words: rheological value Onsager, thermodynamic forces and flows, Curie principle, entropy of two-phase medium, dissipative function, tensor.