of energocredit to guide research and development work in the direction of creating the necessary means and conditions aggregation of energy module technology modules, and may constitute areas for further scientific research on this issue.

Key words: *mobile power-tool, machine-tractor unit, acquisition, evaluation, integral structurally-layout scheme, criterion*

УДК 635.82; 631.333.92

"ГРОП-ДЕЙСТВИЕ" В МЕТОДЕ КАНОНИЧЕСКОГО УСРЕДНЕНИЯ ДЛЯ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ БЛИЗКИХ К ТОЧНО ИНТЕГРИРУЕМЫМ

Ю. В. Човнюк, И. Н. Сивак, кандидаты технических наук
e-mail: sivakim@ukr.net

Аннотация. *Обоснован метод канонического усреднения для существенно нелинейных механических систем, близких к точно интегрируемым. При этом использование переменные "гроп-действие", которые приняты в практике квантовомеханических расчётов. Проведен анализ движения гибкого вала с неуравновешенным диском/барабаном, симметрично расположенным относительно опор*.

Итак, рассмотренный в данном исследовании случай колебаний гибкого вала с симметрично (относительно его опор) насыщенным диском/барабаном показывает, что нахождение общего решения нелинейной канонической системы сопряжено с довольно громоздкими выкладками при нахождении параметров самого канонического преобразования.

В ряде случаев, по-видимому, более простым способом решения может оказаться выполнения канонического преобразования по принципу усреднения.

Ключевые слова: *переменные "гроп-действие", квантовая механика, каноническое усреднение, существенная нелинейность, механическая система*

Постановка проблемы. Известно [1–4], что для построения функции преобразования (производящей функции канонического преобразования) в тех случаях, когда уравнения Гамильтона-Якоби интегрируется в квадратурах, можно использовать идею асиметрических методов нелинейной механики и в частности, метод возмущений нелинейной механики, приведенный в классическом сочинении А. Пункаре [1], а также в работах [2, 3], где дано его математическое обоснование.

Цель исследований. В данной работе указанным выше методом исследованы движения гибкого вала с неуравновешенным диском/барабаном, симметрично расположенным относительно опор.

Результаты исследований. Положения диска/барабана можно определить декартовыми координатами центра тяжести *S'(x,y)* и углом вращения. Функция Гамильтона для этого случая с точностью до величин второго порядка малости может быть записана в виде следующей суммы:

$$H=H_o+\mu\cdot H_1, \quad 0<\mu<<1, \tag{1}$$

где: $H_o=\frac{P_1^2}{2m}+\frac{P_2^2}{2m}+\frac{P_3^2}{2mr^2}+\frac{1}{2}\alpha x^2+\frac{1}{2}\alpha\cdot y^2$; $H_1=-\alpha\varepsilon(x\cos\varphi+y\sin\varphi)$; α – прямая константа вала; ε – малый линейный ексцентриситет диска/барабана, характеризующий его статическую неуравновешенность; *r* – радиус инерции диска/барабана; *m* – его масса; *(x,y)* – пространственные координаты перпендикулярные и оси диска/барабана *(Qz)*; $P_{1,2,3}$ – импульсы движения диска/барабана вдоль соответствующих осей *(Ox;Oy;Oz)*

Уравнение движения ротора можно записать так:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}=\frac{P_1}{m};\ \frac{dp_1}{dt}=-\alpha x+\alpha\varepsilon\cdot\cos\varphi;\ \frac{dy}{dt}=\frac{P_2}{m};\ \frac{dp_2}{m}=-\alpha y+\alpha\varepsilon\cdot\sin\varphi; \\ \frac{d\varphi}{dt}=\frac{P_3}{mr^2};\ \frac{dp_3}{dt}=-\alpha\varepsilon(y\cdot\cos\varphi-x\cdot\sin\varphi). \end{cases} \tag{2}$$

Вместо переменных *(x,y,*p_1,p_2*)* вводим новые переменные: "гроп" (w_1,w_2) – "действие" (j_1,j_2) обычно используемые в квантовой механике, что позволяет записать следующие:

$$\begin{cases} x=\sqrt{\frac{j_1}{m\omega_k}}\cdot\cos W_1+\sqrt{\frac{j_2}{m\omega_k}}\cdot\cos W_2; \\ y=\sqrt{\frac{j_1}{m\omega_k}}\cdot\sin W_1+\sqrt{\frac{j_2}{m\omega_k}}\cdot\sin W_2; \\ p_1=\sqrt{mj_1\omega_k}\cdot\sin W_1-\sqrt{mj_2\omega_k}\cdot\sin W_2; \\ p_2=\sqrt{mj_1\omega_k}\cdot\cos W_1-\sqrt{mj_2\omega_k}\cdot\cos W_2. \end{cases} \tag{3}$$

В новых переменных невозмущённый гамильтолиан H_o зависит только от переменных j_n (действие):

$$H_o=\omega_k\cdot(j_1+j_2)+\frac{\emptyset^2}{2mr^2}, \quad \emptyset=p_3. \tag{4}$$

Возмущающая функция H_1 в новых переменных записывается так:

$$\mu H_1=-\mu\cdot\alpha\cdot\varepsilon\cdot\left\{\sqrt{\frac{j_1}{m\omega_k}}\cdot\cos(W_1-\varphi)+\sqrt{\frac{j_2}{m\omega_k}}\cdot\cos(W_2+\varphi)\right\} \tag{5}$$

Уравнения движения в новых переменных имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dW_1}{dt}=\omega_k-\frac{\mu}{2}\cdot\frac{\varepsilon}{\sqrt{j_1\cdot m\cdot\omega_k}}\cdot cos(W_1-\varphi); \\ \frac{dW_2}{dt}=\omega_k-\frac{\mu}{2}\cdot\frac{\varepsilon}{\sqrt{j_2\cdot m\cdot\omega_k}}\cdot cos(W_2+\varphi); \\ \frac{dy}{dt}=\frac{\emptyset}{mr^2} \\ \frac{dj_1}{dt}=\mu\varepsilon\sqrt{\frac{j_1}{m\omega_k}}\cdot sin(W_1-\varphi) \\ \frac{dj_2}{dt}=\mu\varepsilon\sqrt{\frac{j_2}{m\omega_k}}\cdot sin(W_2+\varphi) \\ \frac{d\emptyset}{dt}=\mu\varepsilon\left\{\sqrt{\frac{j_1}{m\omega_k}}\cdot sin(W_1\sqrt{\frac{j_2}{m\omega_k}}\cdot sin(W_2+\varphi)\right\} \end{cases} \qquad (6)$$

Из уравнений (6) следует, что координаты W_1, W_2, φ, в невозмущённом движении $(\varepsilon = 0)$ являются циклическими, а в возмущённом движении $(\varepsilon \neq 0)$ – "квазициклическими".

Для невозмущённого движения пишем:

$$j_1 = j_1^0 = C_1^*;\ j_2 = j_2^0 = C_2^*;\ \emptyset = \emptyset_0 = C_3^*; \qquad (7)$$

$$W_1^0 = \omega_k \cdot t + \delta_1;\ W_2^0 = \omega_k \cdot t + \delta_2;\ \varphi = \frac{\emptyset_0 \cdot t}{mr^2} + \delta_3 \qquad (8)$$

Переходя к первоначальным переменным для невозмущённого движения, получим:

$$\begin{cases} x_0 = \sqrt{\frac{C_1^*}{m\omega_k}} \cdot cos(\omega_k \cdot t + \delta_1) + \sqrt{\frac{C_2^*}{m\omega_k}} \cdot cos(\omega_k \cdot t - \delta_2); \\ y_0 = \sqrt{\frac{C_1^*}{m\omega_k}} \cdot sin(\omega_k \cdot t + \delta_1) + \sqrt{\frac{C_2^*}{m\omega_k}} \cdot sin(\omega_k \cdot t + \delta_2); \\ \varphi = \omega t + \delta_3 \end{cases} \qquad (9)$$

где: $\omega = \frac{\emptyset_0}{mr^2} = \frac{C_3^*}{mr^2}$.

Таким образом, невозмущённое движение гибкого вала представляет собой вращения с постоянной угловой скоростью ω, при котором центр тяжести *S* совершает малые колебания с частотой $\omega_k = \alpha/m$ около состояния равновесия.

Для нахождения производящей функции *(Ŝ)* канонического преобразования методом возмущений, представляя *S* в виде разложения:

$$S' = S_o + \mu S_1 + \mu^2 \cdot S_2 + \ldots., \quad 0 < \mu << 1, \qquad (10)$$

где: S_o – производящая функция тождественного преобразования.

На основе [1–4] для определения S_1 получим уравнение:

$$\frac{\partial S_1}{\partial(W_1 - 4)} \cdot (\omega_k - \omega) + \frac{\partial S_2}{\partial(W_2 + \varphi)} \cdot (\omega_k - \omega) =$$

$$= \alpha \cdot \sqrt{\frac{j_2}{m\omega_k}} \cdot cos(W_1 - 4) + \alpha \cdot \sqrt{\frac{j_1}{m\omega_k}} \cdot cos(W_2 - 4). \qquad (11)$$

Решая его методом разделения переменных, получим для СИМ выражение:

$$S_1 = \frac{\delta_1 \cdot \varepsilon}{(1 - \frac{\omega}{\omega_k})} \cdot sin(W_1 - \varphi) + \frac{\delta_2 \cdot \varepsilon}{(1 - \frac{\omega}{\omega_k})} \cdot sin(W_2 - \varphi), \qquad (12)$$

где: $\delta_1 = \sqrt{j_1 \cdot m \cdot \omega_k}$; : $\delta_2 = \sqrt{j_2 \cdot m \cdot \omega_k}$.

На основании (8) запишем:

$$\begin{cases} W_1 = W_1^0 + \frac{m \cdot \omega_k \cdot \varepsilon}{2 \cdot \sqrt{j_1 \cdot m \cdot \omega_k}} \cdot \frac{1}{(1+\frac{\omega}{\omega_k})} \cdot sin(W_1^0 - \varphi); \\ W_2 = W_2^0 + \frac{m \cdot \omega_k \cdot \varepsilon}{2 \cdot \sqrt{j_2 \cdot m \cdot \omega_k}} \cdot \frac{1}{(1+\frac{\omega}{\omega_k})} \cdot sin(W_2^0 - \varphi); \end{cases} \quad (13)$$

Возвращаясь к первоначальным переменным, получим для возмущённого движения в первом приближении:

$$x = \sqrt{\frac{j_1}{m \cdot \omega_k}} \cdot cosW_1^0 - \frac{\varepsilon}{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_k}\right)} \cdot sinW_1^0 \cdot sin(W_1^0 - \varphi) + \sqrt{\frac{j_2}{m \cdot \omega_k}} \cdot$$
$$\cdot cosW_2^0 - \frac{\varepsilon}{(1+\frac{\omega}{\omega_k})} \cdot sinW_2^0 \cdot sin(W_2^0 + \varphi); \quad (14)$$

$$y = \sqrt{\frac{j_1}{m \cdot \omega_k}} \cdot sinW_1^0 - \frac{\varepsilon}{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_k}\right)} \cdot sinW_1^0 \cdot sin(W_1^0 - \varphi) + \sqrt{\frac{j_2}{m \cdot \omega_k}} \cdot$$
$$\cdot sinW_2^0 - \frac{\varepsilon}{(1+\frac{\omega}{\omega_k})} \cdot sinW_2^0 \cdot sin(W_2^0 + \varphi). \quad (15)$$

Указанный метод приближенного нахождения функции *($\hat{S}$)* теряет смысл при $\omega = \omega_k$ (критическая частота вращения вала), так как один из знаминателей в вращениях (12)–(15) обращаясь при этом в нуль. Для нахождения функции преобразования *($\hat{S}$)* в этом случае можно воспользоваться разложениям по дробным степеням параметра μ:

$$\hat{S} = S_o + \mu^{\frac{1}{2}} \cdot S_1' + \mu \cdot S_2 + \ldots. \quad (16)$$

Выводы

Итак, рассмотренный в данном исследовании случай колебаний гибкого вала с симметрично (относительно его опор) насыщенным диском/барабаном показывает, что нахождение общего решения нелинейной канонической системы сопряжено с довольно громоздкими выкладками при нахождении параметров самого канонического преобразования (собственно функции $\hat{S}$).

В ряде случаев, по-видимому, более простым способом решения может оказаться выполнения канонического преобразования по принципу усреднения [2, 3].

Список литературы

1. *Пункарь А.* Избранные труды / *А. Пункарь.* – М.: Наука, 1972. – Т. 2. – 961 с.
2. *Боголюбов Н. Н.* О некоторых статистических методах в математической физике / *Н. Н. Боголюбов*. – К.: АН УССР, 1945. – 137 с.
3. *Боголюбов Н. Н.* Ассиметрические методы в теории нелинейных колебаний / *Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский*. – М.: Физмат, 1963. – 410 с.
4. *Гробов В. А.* Теория колебаний механических систем / *В. А. Гробов*. – К.: Вища школа, 1982. – 183 с.

References

1. *Punkar', A.* (1972). Yzbrannye trudy [Selected works]. M.: Nauka, T. 2, 961.
2. *Boholyubov, N. N.* (1945). O nekotorykh statystycheskykh metodakh v matematycheskoy fyzyke [On some statistical methods in mathematical physics]. K.: AN USSR, 137.
3. *Boholyubov, N. N., Mytropol'skyy, Yu. A.* (1963). Asymetrycheskye metody v teoryy nelyneynykh kolebanyy [Asymmetric methods in the theory of nonlinear oscillations]. M.: Fyzmat, 410.
4. *Hrobov, V. A.* (1982). Teoryya kolebanyy mekhanycheskykh system [Theory of oscillations of mechanical systems]. K.: Vyshcha shkola, 183.

«ГРОП-ДІЯ» В МЕТОДІ КАНОНІЧНОГО УСЕРЕДНЕННЯ ДЛЯ ІСТОТНО НЕЛІНІЙНИХ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ БЛИЗЬКИХ ДО ТОЧНО ІНТЕГРОВАНИХ

Ю. В. Човнюк, І. М. Сівак

Анотація. *Обгрунтовано метод канонічного усереднення для істотно нелінійних механічних систем, близьких до точно интегрируемым. При цьому використання змінні «гроп-дія», що прийняті в практиці квантовомеханических розрахунків. Проведений аналіз руху гнучкого валу з неврівноваженим диском/барабаном, симетрично розташованих відносно опор.*

Отже, розглянутий у даному дослідженні випадок коливань гнучкого валу з симетрично (щодо його опор) насиченим диском/барабаном показує, що знаходження загального розв'язку нелінійної канонічної системи пов'язане з досить громіздкими викладками при знаходженні параметрів самого канонічного перетворення.

У ряді випадків, мабуть, більш простим способом рішення може виявитися виконання канонічного перетворення за принципом усереднення.

Ключові слова: ***змінні «гроп-дія», квантова механіка, канонічне усереднення, суттєва нелінійність, механічна система***

«GROP-CANONICAL» METHOD OF AVERAGING FOR STRONGLY NON-LINEAR MECHANICAL SYSTEMS CLOSE TO EXACTLY INTEGRABLE

Yu. V. Chovnyuk, I. M. Sivak

Abstract. *Justified the canonical method of averaging for strongly non-linear mechanical systems close to the exactly integrable. The use of variables grop-action taken in the practice of quantum-mechanical calculations. The analysis of the movement of the flexible shaft with an unbalanced disc/drum, symmetrically located with respect to the supports.*

So considered in this case study of the oscillations of the flexible shaft with symmetrically (relative to its supports) of the saturated disc/drum shows that finding a common solution of nonlinear canonical system involves rather cumbersome calculations when finding the parameters of the canonical transformations.

In some cases, apparently, more simple solution could be perform a canonical transformation on the principle of averaging.

Key words: ***variable «grop-action», quantum mechanics, canonical averaging, significant nonlinearity, mechanical system***

УДК 635.82; 631.333.92

ВИБІР СТРУКТУРИ ЦЕХІВ ПО ВИРОБНИЦТВУ СУБСТРАТІВ ТА ВИРОЩУВАННЮ ГРИБІВ

Г. А. Голуб, доктор технічних наук
Національний університет біоресурсів і природокористування України
О. І. Кепко, кандидат технічних наук
Уманський національний університет садівництва
e-mail: gagolub@mail.ru

Анотація. *Будь яке промислове виробництво передбачає отримання прибутку. Мінімізація інвестицій, в тому числі і за рахунок зменшення капіталовкладень в будівництво, безпосередньо впливає на термін окупності інвестицій, що збільшує прибутки. Метою досліджень в цій роботі є оцінка можливості зменшення капітальних витрат при будівництві підприємства з виробництва субстратів та вирощуванню грибів за рахунок оптимізації капітальних витрат на будівництво при поєднанні декількох технологічних операцій в одному приміщенні. Оцінка варіантів проводилась за умови однакової вартості будівельних матеріалів та нормативної вартості будівельно-монтажних робіт для всіх варіантів виробництв. Оцінка проводилась за критерієм оптимізації структури цеху, який характеризується відношенням необхідної кількості будівельних матеріалів до об'ємної продуктивності цеху по субстрату. Вихідними матеріалами для дослідження є дані технологічних карт з вирощування грибів. Аналіз результатів досліджень дозволяє зробити висновки, що кращими є варіанти реалізації структури цеху при одній споруді на кожну технологічну операцію. Але в умовах покрокового розвитку підприємства з виробництва, грибів може бути використана схема за якою пророщення міцелію і*