

regulation of the concentration of inhibitors in the reactor should increase stability and efficiency. The decrease in the concentration of ammonia and sulfides during methane fermentation, possibly due to the recirculation of biogas with its cleaning. Given the large volumetric flow rates of gas, the purpose of this study was to assess the feasibility of using this approach to improve the stability and effectiveness of the process. A comparison of the amount of energy that can be obtained from biogas with the amount of energy that is required for the operation of the compressor to reduce the content of ammonia nitrogen to acceptable for operation of the biogas plant level. Main factors controlling the removal of ammonia and hydrogen sulfide is pH, temperature and gas flow. The parameters extraction of the inhibitors restricted by physiological limits of the methanogenic community. The minimum energy consumption of the compressor when removing the ammonium nitrogen is from 41,1% to 233,6%, sulphides – from 0.6% to 4.9% relative to the amount of energy that can be obtained from biogas. Thus, the use of recirculation of the gas phase with its purification to reduce the concentration of ammonia nitrogen is impractical from the point of view of energy consumption, while its use to reduce the concentration of sulfides may be considered as acceptable.

Keywords: chicken manure, methane fermentation, biogas, purification, inhibition, ammonia nitrogen, sulfides

УДК 514.18

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ІЗОТРОПНИХ ЛІНІЙ НА ПОВЕРХНІ ПСЕВДОСФЕРИ ТА ПОБУДОВА МІНІМАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ

**С. Ф. Пилипака, доктор технічних наук
М. М. Муквич, докторант***

Анотація. У статті здійснено аналітичний опис мінімальних поверхонь за допомогою ізотропних ліній, які лежать на поверхні псевдосфери. Використано запропонований авторами статті метод аналітичного опису мінімальних поверхонь за допомогою ізотропних ліній, які лежать на поверхнях обертання, віднесених до ізометричної сітки координатних ліній. Знайдено аналітичну умову віднесення псевдосфери до ізометричної сітки координатних ліній. Параметричні рівняння сімей ізотропних ліній отримано із умови рівності нулю лінійного елемента псевдосфери, віднесеної до ізометричної сітки координатних ліній. Для

*Науковий консультант – доктор технічних наук С. Ф. Пилипака

© С. Ф. Пилипака, М. М. Муквич, 2016

знаходження аналітичного опису мінімальних поверхонь використано властивості функцій комплексної змінної. Показано, що величина середньої кривини утворених мінімальних поверхонь, знайдена за допомогою коефіцієнтів першої та другої квадратичних форм, дорівнює нулю. Здійснено візуалізацію знайдених мінімальної та приєднаної мінімальної поверхні.

Використовуючи запропонований метод аналітичного опису мінімальних поверхонь на поверхні псевдосфери, віднесеної до ізометричної сітки координатних ліній, для кожного значення довільної сталої можна знайти параметричні рівняння чотирьох сімей ізотропних кривих, і кожній кривій поставити у відповідність мінімальну поверхню та приєднану до неї. Утворені мінімальні поверхні та приєднані мінімальні поверхні мають спільні метричні властивості та спільні властивості кривини поверхні.

Ключові слова: *ізотропна лінія, мінімальна поверхня, лінійний елемент поверхні, псевдосфера*

Постановка проблеми. Проблема аналітичного опису мінімальних поверхонь зумовлена їх застосуванням при проектуванні поверхонь технічних форм та архітектурних конструкцій. Фізичним аналогом мінімальної поверхні є поверхня, утворена рідкою плівкою на замкнутому контурі (просторовій кривій), яка прагне до найменшої площі в силу її поверхневого натягу [1, с. 152]. Мінімальні поверхні мають найменшу площу для заданого опорного контура, тому їх використання при проектуванні технічних форм забезпечує мінімальні витрати матеріалу. Оболонки мінімальних поверхонь допускають створення полів попередніх мембранних напружень, які забезпечують додаткову жорсткість технічних форм [1, с. 153].

Аналіз останніх досліджень. Основною проблемою аналітичного опису мінімальних поверхонь є труднощі, пов'язані із знаходженням їх параметричних рівнянь. Зокрема, для математичного опису мінімальної поверхні використовується точковий каркас цієї поверхні з різноманітними плоскими опорними контурами [2]. Для утворення точкового каркасу мінімальних поверхонь найчастіше застосовують варіаційні [1–5] методи.

Конструювання неперервного каркасу мінімальних поверхонь пов'язане із знаходженням аналітичного опису ізотропних ліній нульової довжини [6]. У дисертаційному дослідженні [7] знайдено способи конструювання просторових ізотропних ліній за формулами Шварца та Вейєрштрасса [6], і на основі рівнянь ізотропних кривих побудовано мінімальні та приєднані до них мінімальні поверхні. У дисертаційному дослідженні [8] розглянуто побудову мінімальних поверхонь за допомогою ізотропних ліній Без'є та застосовуються ізотропні відрізки, які визначають сторони характеристичних

многокутників. Отже, розширення способів утворення ізотропних кривих є необхідною умовою вирішення проблеми конструювання неперервного каркасу мінімальних поверхонь. У даній роботі використано властивості функцій комплексної змінної та реалізовано метод аналітичного опису мінімальних поверхонь за допомогою ізотропних ліній, які лежать на поверхнях обертання, віднесених до ізометричної сітки координатних ліній [9].

Мета досліджень. Знайти аналітичний опис ізотропних ліній, які лежать на поверхні псевдосфери, віднесеної до ізометричної сітки координатних ліній. На основі вказаних ізотропних ліній побудувати мінімальні поверхні та приєднані до них.

Результати досліджень. Розглянемо поверхню обертання, параметричні рівняння якої мають вигляд:

$$X(\tau; v) = \varphi(\tau) \cdot \cos v; \quad Y(\tau; v) = \varphi(\tau) \cdot \sin v; \quad Z(\tau; v) = \psi(\tau), \quad (1)$$

де: $\varphi = \varphi(\tau)$; $\psi = \psi(\tau)$ – параметричні рівняння меридіана поверхні обертання.

У роботі [10] перехід від ортогональної до ізометричної сітки координатних ліній здійснюється за допомогою введення нової змінної t , яка пов'язана із змінною τ наступним чином [10]:

$$t = \int \frac{\sqrt{(\varphi'_\tau)^2 + (\psi'_\tau)^2}}{\varphi} d\tau. \quad (2)$$

Розглянемо поверхню псевдосфери, яку задано параметричними рівняннями:

$$\begin{aligned} X(\tau; v) &= a \cdot \sin \tau \cdot \cos v; & Y(\tau; v) &= a \cdot \sin \tau \cdot \sin v; \\ Z(\tau; v) &= a \left(\cos \tau + \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\tau}{2} \right| \right), \end{aligned} \quad (3)$$

де: a – параметр трактиси (меридіана поверхні); $\tau \in (0; \pi)$; $v \in [0; 2\pi)$.

Знайдемо умову переходу до ізометричної сітки координатних ліній, підставивши параметричні рівняння трактиси (меридіана псевдосфери) $\varphi(\tau) = a \sin \tau$; $\psi(\tau) = a \left(\cos \tau + \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\tau}{2} \right| \right)$ у (2), і, після перетворень, отримаємо залежність:

$$t = -\frac{1}{\sin \tau}. \quad (4)$$

Виразимо із (4) $\tau(t) = -\arcsin\left(\frac{1}{t}\right)$ і підставимо у рівняння (3).

Після перетворень отримаємо параметричні рівняння псевдосфери, віднесеної до ізометричної сітки координатних ліній:

$$X(t;v) = -\frac{a \cdot \cos v}{t}; \quad Y(t;v) = -\frac{a \cdot \sin v}{t}; \quad Z(t;v) = -a \cdot \left(\frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t} + \ln(\sqrt{t^2 - 1} - t) \right), \quad (5)$$

де: $t \leq -1, v \in [0; 2\pi)$. Знайдемо коефіцієнти першої квадратичної форми псевдосфери, заданої рівняннями (5), за формулами [6]:

$$E = \left(\frac{\partial X}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2; \quad F = \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial v} + \frac{\partial Y}{\partial t} \frac{\partial Y}{\partial v} + \frac{\partial Z}{\partial t} \frac{\partial Z}{\partial v};$$

$$G = \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial v} \right)^2. \quad (6)$$

Диференціюючи вирази (5), після перетворень, згідно (6), отримаємо: $E = G = \frac{a^2}{t^2}; F = 0$. Тоді лінійний елемент псевдосфери, віднесеної ізометричної сітки координатних ліній, має вигляд:

$$ds^2 = \frac{a^2}{t^2} \cdot (dv^2 + dt^2). \quad (7)$$

Розклавши на множники вираз (7), отримаємо:

$$ds^2 = \frac{a^2}{t^2} \cdot (dv - i \cdot dt)(dv + i \cdot dt),$$

де: i – уявна одиниця.

Прирівнюючи до нуля праву частину останньої рівності, після інтегрування отримаємо:

$$v = i \cdot t + C, \quad (8)$$

або

$$v = -i \cdot t + C, \quad (9)$$

де C – довільна стала інтегрування.

Вирази у правій частині рівностей (8) та (9) називають координатами Дарбу (Darboux) [6]. Лінійний елемент (7) псевдосфери визначає довжину будь-якої кривої, яка лежить на її поверхні. Тому при підстановці виразів (8) або (9) у параметричні рівняння псевдосфери (5) отримаємо параметричні рівняння двох сімей уявних ізотропних ліній нульової довжини. Зокрема, при підстановці виразу (8) у рівняння (5) для кожного значення C отримаємо параметричні рівняння уявної ізотропної кривої, яка лежить на поверхні псевдосфери:

$$x(t) = -\frac{a \cdot \cos(i \cdot t + C)}{t}; \quad y(t) = -\frac{a \cdot \sin(i \cdot t + C)}{t};$$

$$z(t) = -a \cdot \left(\frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t} + \ln(\sqrt{t^2 - 1} - t) \right). \quad (10)$$

Для знаходження рівнянь мінімальної та приєднаної до неї мінімальної поверхні для функцій комплексної змінної (10) уведемо

заміну [6]: $t = u + i \cdot v$. Тоді отримаємо параметричні рівняння мінімальної поверхні [6] $X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)$:

$$\begin{aligned} X(u, v) &= \operatorname{Re}\{x(u + i \cdot v)\}; \quad Y(u, v) = \operatorname{Re}\{y(u + i \cdot v)\}; \\ Z(u, v) &= \operatorname{Re}\{z(u + i \cdot v)\}; \end{aligned} \quad (11)$$

та приєднаної мінімальної поверхні $X^*(u, v), Y^*(u, v), Z^*(u, v)$:

$$\begin{aligned} X^*(u, v) &= \operatorname{Im}\{x(u + i \cdot v)\}; \quad Y^*(u, v) = \operatorname{Im}\{y(u + i \cdot v)\}; \\ Z^*(u, v) &= \operatorname{Im}\{z(u + i \cdot v)\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Відокремивши дійсну та уявну частину для кожної з функцій (10), маємо рівняння мінімальної поверхні:

$$\begin{aligned} X(u, v) &= -\frac{a \cdot (u \cdot \cos(C - v) \cdot \operatorname{ch}(u) - v \cdot \sin(C - v) \cdot \operatorname{sh}(u))}{u^2 + v^2}, \\ Y(u, v) &= -\frac{a \cdot (u \cdot \sin(C - v) \cdot \operatorname{ch}(u) + v \cdot \cos(C - v) \cdot \operatorname{sh}(u))}{u^2 + v^2}, \\ Z(u, v) &= -\frac{a \cdot p \cdot (u \cdot \cos \alpha + v \cdot \sin \alpha)}{u^2 + v^2} - \\ &\quad - \frac{a}{2} \cdot \ln((p \cdot \cos \alpha - u)^2 + (p \cdot \sin \alpha - v)^2), \end{aligned} \quad (13)$$

де: C – довільна стала інтегрування:

$$p = p(u, v) = (4u^2v^2 + (u^2 - v^2 - 1)^2)^{\frac{1}{4}}; \quad \alpha = \alpha(u, v) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2uv}{u^2 - v^2 - 1}.$$

Параметричні рівняння приєднаної мінімальної поверхні мають вигляд:

$$\begin{aligned} X^*(u, v) &= \frac{a \cdot (v \cdot \cos(C - v) \cdot \operatorname{ch}(u) + u \cdot \sin(C - v) \cdot \operatorname{sh}(u))}{u^2 + v^2}, \\ Y^*(u, v) &= \frac{a \cdot (v \cdot \sin(C - v) \cdot \operatorname{ch}(u) - u \cdot \cos(C - v) \cdot \operatorname{sh}(u))}{u^2 + v^2}, \\ Z^*(u, v) &= \frac{a \cdot p \cdot (v \cdot \cos \alpha - u \cdot \sin \alpha)}{u^2 + v^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{p \cdot \sin \alpha - v}{p \cdot \cos \alpha - u} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

де: C – довільна стала інтегрування;

$$p = p(u, v) = (4u^2v^2 + (u^2 - v^2 - 1)^2)^{\frac{1}{4}}; \quad \alpha = \alpha(u, v) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2uv}{u^2 - v^2 - 1}.$$

На рис. 1 зображено відсіки мінімальної та приєднаної поверхонь, побудованих за рівняннями (13) і (14) відповідно при $C = 0$; $u \in [-2; \dots 2]$; $v \in [2; \dots 7]$.

Коефіцієнти першої та другої квадратичних форм мінімальних поверхонь (13) та (14), перетворюють вираз середньої кривини

$$H = \frac{E \cdot N - 2 \cdot F \cdot M + G \cdot L}{2(E \cdot G - F^2)}, \text{ для кожної із указаних поверхонь, до нуля.}$$

Вираз (7) можна розкласти на множники у вигляді:

$$ds^2 = \frac{a^2}{t^2} \cdot (dt - i \cdot dv)(dt + i \cdot dv). \quad (15)$$

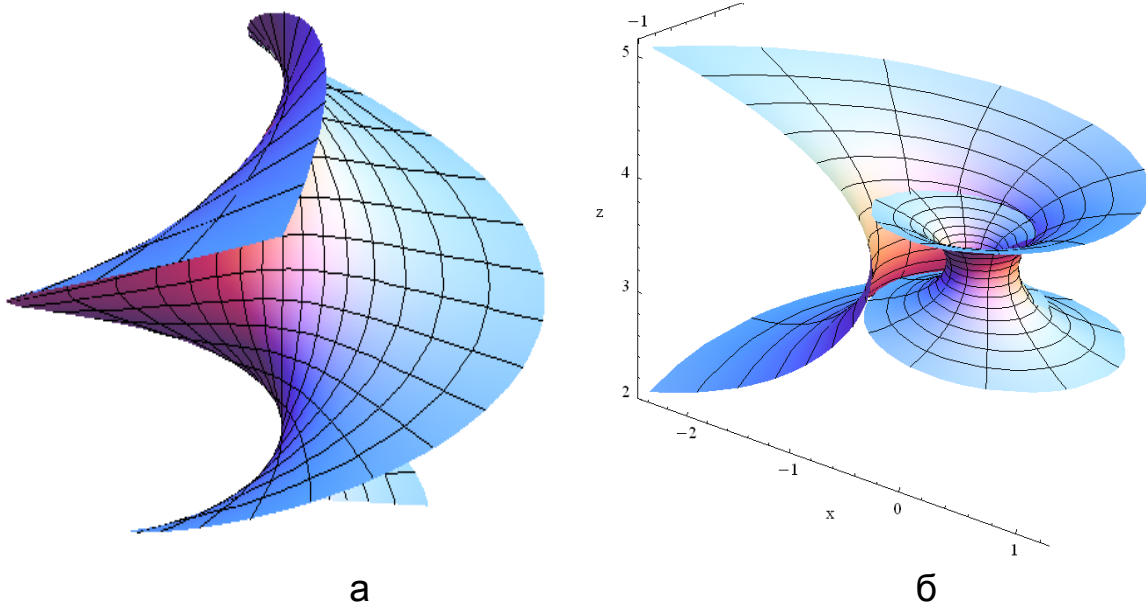


Рис. 1. Відсіки мінімальних поверхонь, побудованих за допомогою ізоотропних кривих, які лежать на поверхні псевдосфери: а) відсік мінімальної поверхні, побудованої за рівняннями (13); б) відсік приєднаної мінімальної поверхні, побудованої за рівняннями (14).

Прирівнюючи до нуля праву частину рівності (15), після інтегрування отримаємо:

$$t = i \cdot v + C \quad \text{або} \quad t = -i \cdot v + C. \quad (16)$$

Підставивши вирази (16) або вираз $v = -i \cdot t + C$, отриманий із рівностей (7), у параметричні рівняння псевдосфери (5), отримаємо рівняння ще трьох сімей уявних ізоотропних ліній нульової довжини. Для кожного значення C за допомогою знайдених ізоотропних ліній можна побудувати мінімальні поверхні та приєднані до них. Але утворені мінімальні поверхні мають рівні коефіцієнти першої та другої квадратичних форм із мінімальними поверхнями (13) і (14) відповідно, тобто вони характеризуються спільними метричними властивостями та спільними властивостями кривини поверхні.

Висновок. На поверхні псевдосфери, віднесеної до ізометричної сітки координатних ліній, для кожного значення C можна побудувати чотири сім'ї ізоотропних кривих, і кожній кривій поставити у відповідність мінімальну поверхню та приєднану до неї. Утворені мінімальні поверхні та приєднані мінімальні поверхні мають спільні метричні властивості та спільні властивості кривини поверхні.

Список літератури

1. *Расчёт оболочек сложной формы* / [Гуляев В. И., Баженов В. А., Гоцуляк Е. А., Гайдайчук В. В.]. – К.: Будівельник, 1990. – 192 с.
2. *Михайленко В. Е.* Конструирование форм современных архитектурных конструкций / В. Е. Михайленко, С. Н. Ковалёв. – К.: Будівельник, 1978. – 112 с.
3. *Абдюшев А. А.* Проектирование непологих оболочек минимальной поверхности / А. А. Абдюшев, И. Х. Мифтахутдинов, П. П. Осипов // Известия КазГАСУ. – 2009. – №2(12). – С. 86–92.
4. *Пульпинский Я. С.* Математическое моделирование оболочек вращения сложных форм : автореф. дисс. на соиск. уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.13.18 "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ" / Я. С. Пульпинский. – Пенза: Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2006. – 20 с.
5. *Гацунаев М. А.* О равномерной сходимости кусочно-линейных решений уравнения минимальной поверхности / М. А. Гацунаев, А. А. Клячин // Уфимский математич. журнал. – 2014. – №3. – Т. 6. – С. 3–16.
6. *Фиников С. П.* Теория поверхностей / С. П. Фиников. – М.–Л.: ГТТИ, 1934. – 206 с.
7. *Коровіна І. О.* Конструювання поверхонь сталої середньої кривини за заданими лініями інциденції: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.01.01 "Прикладна геометрія, інженерна графіка" / І. О. Коровіна. – К.: КНУБА, 2012. – 20 с.
8. *Аушева Н. М.* Геометричне моделювання об'єктів дійсного простору на основі ізотропних характеристик : автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.01.01/ Н. М. Аушева. – К.: КНУБА, 2014. – 38 с.
9. *Пилипака С. Ф.* Утворення мінімальних поверхонь за допомогою ізотропних кривих, які лежать на поверхні обертання астроїди / С. Ф. Пилипака, М. М. Муквич // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016. – №6. – С. 91–95.
10. *Несвидомин В. Н.* Способ аналитического отображения плоских изображений на криволинейные поверхности / В. Н. Несвидомин, Т. С. Пилипака, Т. С. Кремец // MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. – Lublin – Rzeszov, 2014. – Vol. 16, No 3. – С. 58–65.

References

1. *Hulyaev, V. Y., Bazhenov, V. A., Hotsulyak, E. A., Haydaychuk, V. V.* (1990). *Raschet obolochek slozhnoy formi* [Calculation of shells of complex shape]. K.: Budivel'nyk, 192.
2. *Mykhaylenko, V. E., Kovalev, S. N.* (1978). *Konstruyrovanye form sovremennikh arkhytekturnikh konstruksyy* [Design of forms of contemporary architectural designs]. K.: Budivel'nyk, 112.
3. *Abdyushev, A. A., Myftakhutdynov, Y. Kh., Osypov, P. P.* (2009). *Proektyrovanye nepolohykh obolochek mynymal'noy poverkhnosty* [Design nephology shells of minimal surface]. News University, 2(12), 86–92.
4. *Pul'pynskyy, Ya. S.* (2006). *Matematycheskoe modelyrovanye obolochek vrashchenyya slozhnykh form* [Mathematical simulation of shells of complex shapes] : avtoref. dyss. na soysk. uch. stepeny kand. tekhn. nauk: spets. 05.13.18 "Matematycheskoe modelyrovanye, chyslennye metody y kompleksi prohramm". Penza: Penzenskyy hosudarstvenniy unyversytet arkhytekturi y stroytel'stva, 20.

5. *Hatsunaev, M. A., Klyachyn, A. A. (2014). O ravnomernoy skhodymosty kusochno-lyneynykh reshenyy uravnenyya mynymal'noy poverkhnosty [On uniform convergence of piecewise linear solutions of the minimal surface equation]. Ufymskyy matematychny Zhurnal, 3, T. 6, 3–16.*
6. *Fynykov, S. P. (1934). Teoriya poverkhnostey [Theory of surfaces]. M.–L.: HTTY, 206.*
7. *Korovina, I. O. (2012). Konstruyuvannya poverkhon' staloyi seredn'oyi kryvyny za zadanyamy liniyamy intsydentsiyi [Construction of surfaces of constant mean curvature on the set lines incidents] : avtoref. dys. na zdobuttya nauk. stupenya kand. tekhn. nauk: spets. 05.01.01 "Prykladna heometriya, inzhenerna hrafika". K.: KNUBA, 20.*
8. *Ausheva, N. M. (2014). Heometrychne modelyuvannya ob'yektiv diysnoho prostoru na osnovi izotropnykh kharakterystyk [Geometric modeling of objects in the actual space based on isotropic characteristics] : avtoref. dys. ... d-ra tekhn. nauk: 05.01.01. K.: KNUBA, 38.*
9. *Pylypaka, S. F., Mukvych, M. M. (2016). Utvorenniya minimal'nykh poverkhon' za dopomohoyu izotropnykh kryvykh, yaki lezhat' na poverkhni obertannya astroyidy [Education minimal surfaces with isotropic curves lying on the surface of the rotation astrod]. Suchasni problemy modelyuvannya: zb. nauk. prats'. Melitopol': Vydavnytstvo MDPU im. B. Khmel'nyts'koho, 6, 91–95.*
10. *Nesvydomyn, V. N., Pylypaka, T. S., Kremets, T. S. (2014). Sposob analytycheskoho otobrazhenyya ploskykh yzobrazhenyy na kryvolinyeynie poverkhnosty [The analytical method of displaying a flat image on a curved surface]. MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture, Lublin. Rzeszov, Vol. 16, 3, 58–65.*

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИЗОТРОПНЫХ ЛИНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ПСЕВДОСФЕРЫ И ПОСТРОЕНИЕ МИНИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

С. Ф. Пилипака, М. М. Муквич

Аннотация. В данной работе осуществлено конструирование минимальных поверхностей с помощью изотропных линий, которые лежат на поверхности псевдосферы. Использован предложенный авторами статьи метод аналитического описания минимальных поверхностей с помощью изотропных линий, которые находятся на поверхностях вращения, отнесённых к изометрической сети координатных линий. Найдено аналитическое условие отнесения псевдосферы к изометрической сети координатных линий. Параметрические уравнения семейств изотропных линий получены из условия равенства нулю линейного элемента псевдосферы, отнесённой к изометрической сети координатных линий. Для нахождения аналитического описания минимальных поверхностей использованы свойства функций комплексной переменной. Показано, что величина средней кривизны образованных минимальных поверхностей, определена с помощью коэффициентов первой и второй квадратичных форм, равна

нулю. Осуществлена визуализация минимальной и присоединенной минимальной поверхности.

Используя предложенный метод аналитического описания минимальных поверхностей, на поверхности псевдосферы, отнесенной к изометрической сети координатных линий, для каждого значения произвольной постоянной можно отыскать параметрические уравнения четырёх семейств изотропных кривых, и каждой кривой поставить в соответствие минимальную поверхность и присоединённую к ней. Образованные минимальные поверхности и присоединённые минимальные поверхности имеют общие метрические свойства и общие свойства кривизны поверхности.

Ключевые слова: *изотропная кривая, минимальная поверхность, линейный элемент поверхности, псевдосфера*

ANALYTICAL DESCRIPTION ISOTROPIC LINE ON SURFACE PSEUDOSPHERE AND CONSTRUCTION MINIMAL SURFACES

S. F. Pylypaka, M. M. Mukvich

Abstract. *In paper the design of minimal surfaces using isotropic curve that lies on the surface of the pseudosphere. Used method proposed by the authors describe the analytical minimal surfaces using isotropic lines, that lie on the surfaces of revolution, referred to the isometric grid coordinate lines. Found analytical condition pseudosphere, referring to the isometric grid coordinate lines. Parametric equations families isotropic lines obtained from the condition of equality to zero line item pseudosphere, referred to the isometric grid of a coordinate lines. For analytical description of minimal surfaces used properties of complex variable. It is shown that the value of the average curvature of minimal surfaces formed, found the ratios of the first and second fundamental form is zero. Signs and found minimal and the associated minimal surface.*

Using the proposed method is analytical description of minimal surfaces on the surface pseudosphere, referred to the isometric grid coordinate lines, for each value of arbitrary constant can find parametric equations of four families of isotropic curves, each curve and put in line with minimum surface and associated to it. The resulting minimal surface and associated minimal surfaces have common properties and the common metric curvature properties of the surface.

Keywords: *isotropic curve, minimum surface, line element surface, pseudosphere*