УДК 534.1

УЗАГАЛЬНЕНИЙ КРИТЕРІЙ ДИНАМІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ РУХУ ТА ЇХ СТІЙКОСТІ ДЛЯ ЛІНЕАРИЗОВАНИХ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ З ДИСКРЕТНИМ СПЕКТРОМ

В. С. Ловейкін, доктор технічних наук
Ю. В. Човнюк, А. П. Ляшко, кандидати технічних наук
e-mail: lovvs@ukr.net

Анотація. *Запропонований узагальнений критерій динамічної оптимізації режимів руху та їх стійкості для механічних систем з дискретним спектром, заснований на мінімізації питомої енергії (кінетичної енергії на одиницю маси системи) та аналізі типів стану рівноваги (можливих рухів) у тривимірному фазовому просторі за допомогою дослідження коренів рівняння третього порядку.*

Розглянута можливість виникнення стійкого стану даної механічної системи «у малому», що визначається властивостями розв'язуваної лінеаризованої задачі. Досліджена нестійкість «у малому» вказаної системи, механізми (фізичні) її виникнення. Для цього здійснена процедура лінеаризації вихідних рівнянь за допомогою розкладу у ряд поблизу розв'язку, який розшукують, усіх нелінійних залежностей з подальшим виокремленням лише лінійних членів.

При динамічній оптимізації лінеаризованої механічної системи з дискретним спектром обраний критерій якості руху, що мінімізує її питому (на одиницю маси) кінетичну енергію у режимах пуску/гальмування. Встановлені необхідні умови для реалізації цього критерію якості руху (рівняння Ейлера-Пуассона), виходячи з відомих процедур/алгоритмів класичного числення. Виходячи з цього. Встановлені основні закони й закономірності істинного руху подібних механічних систем.

Проведений аналіз стійкості та можливих режимів руху механічної системи з дискретним спектром за відомої тривалості її розгону/гальмування при врахуванні пришвидшень до третього порядку включно. При цьому отримане рівняння Ейлера-Пуассона (шляхом заміни) може бути зведене до такого, аналіз характеристичного рівняння котрого є, по суті, аналізом коренів кубічного рівняння. Оскільки критерій Рауса-Гурвіца й умова, за якої можливий стійкий стан рівноваги даної системи, не виконується, тоді виникає, відповідно, нестійкий (стан рівноваги). Характер

виникаючої нестійкості суттєво залежить від параметрів системи.

Ключові слова: ***узагальнення, критерій, динамічна оптимізація, режими, рух, стійкість, лінеаризація, механічна система, дискретний спектр***

Постановка проблеми. Термін «стійкість» та «нестійкість» зараз набувають такого широкого вжитку, що без додаткових пояснень не завжди можна зрозуміти про що йде мова. Дійсно, у багатьох роботах вживають термін про стійкість систем (зокрема, механічної системи) взагалі, про стійкість її саме певного руху (режиму руху), траєкторії чи розв'язку, про стійкість рівноваги, тощо. Крім того, й сама стійкість чи нестійкість може бути різною. Може існувати стійкість у «великому» – по відношенню до довільних збурень, «у малому» – визначену властивостями лінеаризованої задачі. Прикметники біля слова «нестійкість» зазвичай характеризують вже не стільки математичні її особливості, скільки фізичні механізми виникнення коливань (чи хвиль) – дисипативна нестійкість, параметрична, випромінююча та ін.

У подальшому буде розглянута нестійкість «у малому» механічних систем, механізми її виникнення, досліджений стійкий рух «у малому», тобто у межах рівнянь, отриманих з вихідних за допомогою розкладу в ряд поблизу розв'язку, який нас цікавить, усіх нелінійних залежностей й виокремлення лише лінійних членів (процедура лінеаризації). Найбільш важливим, на думку авторів даної роботи, є дослідження стійкості, тобто стану рівноваги лінеаризованої системи з постійними коефіцієнтами.

Стосовно динамічної оптимізації лінеаризованих механічних систем з дискретним спектром слід зазначити наступне. За допомогою мінімізації питомої (на одиницю маси) кінетичної енергії у режимах пуску/гальмування механічних систем з дискретним спектром, яку можна здійснити за відомими процедурами/алгоритмами класичного варіаційного числення, можна встановити закони й закономірності істинного руху подібних механічних систем. Саме цим проблемам й присвячена дана робота.

Аналіз останніх досліджень. У роботах [1–14] розглянуті різноманітні аспекти динамічної оптимізації та аналізу стійкості руху лінійних (та лінеаризованих) механічних систем як з дискретним, так і з суцільним спектром.

Проте, авторам даного дослідження невідомі роботи, в яких були б вивчені типи станів рівноваги (стійкості), режимів усталеного руху у тривимірному фазовому просторі, де б вивчались фазові портрети станів рівноваги, їх типи, розмірність стійкого й нестійкого станів рівноваги на основі аналізу характеристичного рівняння третьогоо порядку [15], яке виникає в задачах механічних (лінеаризованих) систем з дискретним спектром, функціонуючи у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсування та ін.)

Мета досліджень полягає у встановленні основних закономірностей й параметрів руху механічних систем з дискретним спектром, які є або лінійними, або лінеаризованими й функціонують у перехідних режимах (пуск, гальмування, тощо). При цьому задля встановлення стійких режимів руху вказаних систем їх спочатку оптимізують (мінімізують небажані коливання у перехідних режимах роботи), використовуючи апарат та методи класичного варіаційного числення, а потім вивчають стійкість можливих режимів руху системи. Слід зазначити, що у даній роботі будуть частково використані результати досліджень авторів [15].

Результати досліджень. Узагальнений критерій динамічної оптимізації режимів руху лінеаризованих механічних систем з дискретним спектром. Нехай тривалість перехідного режиму руху системи, складає τ_0. Швидкість руху системи із зосередженими параметрами є, взагалі кажучи, вектор-функцією часу *t*, тобто $\vec{v}=\vec{v}(t)$. Для довільного моменту часу $t\in[0,\tau_0]$ вектор-функція $\vec{v}(t)$ й вектор-функція $\vec{v}(t+\tau_0)$ пов'язані між собою співвідношенням:

$$\vec{v}\Big|_{t+\tau_0}=\vec{v}(t+\tau_0)=\vec{v}\Big|_t+\frac{d\vec{v}}{dt}\bigg|_t\cdot\frac{\tau_0}{1!}+\frac{d^2\vec{v}}{dt^2}\bigg|_t\cdot\frac{\tau_0^2}{2!}+\frac{d^3\vec{v}}{dt^3}\bigg|_t\cdot\frac{\tau_0^3}{3!}+\frac{d^4\vec{v}}{dt^4}\bigg|_t\cdot\frac{\tau_0^4}{4!}+\ldots, \quad (1)$$

яке можна подати (із врахуванням того, що похідні (1) від $\vec{v}(t)$ по *t* вищих порядків теж є векторами) у вигляді *n*-вимірного вектору з компонентами, які мають складові вподовж кожного $\vec{i}_j$-орту, причому $j=\left(\overline{0,n}\right)$. До речі, $n\to\infty$, але у реальних ситуаціях *n* є скінченним числом. Тобто, замість (1) маємо:

$$\vec{v}(t+\tau_0)=\sum_{j=0}^{n}\frac{d^j\vec{v}}{dt^j}\bigg|_t\cdot\frac{\tau_0^j}{(j!)}\cdot\vec{i}_j. \quad (2)$$

Зрозуміло, що всі орти $\vec{i}_j$ між собою взаємно перпендикулярні.

З класичної механіки відомо, що $\frac{v^2}{2}$ є питомою енергією руху (кінетичною енергією на одиницю маси системи), тобто:

$$\frac{E}{m}=\frac{v^2}{2}=\frac{(\vec{v}\cdot\vec{v})}{2}, \quad (3)$$

де: *E* – кінетична енергія системи, *m* – її маса.

Оскільки *E/m* скалярною величиною, слід, використовуючи (2) та (3), подати цю величину наступним чином:

$$\frac{E}{m}(\overline{t})=\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{n}\left(\left.\frac{d^j\vec{v}}{dt^j}\right|_t\cdot\left.\frac{d^j\vec{v}}{dt^j}\right|_t\right)\cdot\left(\frac{\tau_0^j}{j!}\right)^2, \overline{t}=t+\tau_0. \tag{4}$$

Для *n=4* виразу *E/m*, як функція $\overline{t}$, має наступний вид:

$$\frac{E}{m}(\overline{t})=\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{v^2}{t}+\left(\left.\frac{dv}{dt}\right|_t\cdot\frac{\tau_0^1}{1!}\right)^2+\left(\left.\frac{d^2v}{dt^2}\right|_t\cdot\frac{\tau_0^2}{2!}\right)^2+\left(\left.\frac{d^3v}{dt^3}\right|_t\cdot\frac{\tau_0^3}{3!}\right)^2+\left(\left.\frac{d^4v}{dt^4}\right|_t\cdot\frac{\tau_0^4}{4!}\right)^2\right\} \tag{5}$$

де запис функції часу *E/m* здійснений у скалярній формі:

$$\frac{E}{m}(\overline{t})=\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{4}\left(\left.\frac{d^j\vec{v}}{dt^j}\right|_t\cdot\frac{\tau_0^j}{(j!)}\right)^2 \tag{6}$$

У подальшому будемо розглядати можливі рухи механічної системи протягом τ_0, які задовольняють наступному критерію якості руху:

$$\int_0^{\tau_0}\frac{E}{m}(t)dt\to\min, \overline{t}\to\tau_0, \text{ якщо } t\to 0. \tag{7}$$

Введемо безрозмірні величини за наступними формулами:

$$\overline{\tau}=\Omega\cdot t, v(\overline{\tau})=\frac{\overline{v}(\overline{\tau})}{A_0}, \overline{\tau}_0=\Omega\cdot\tau_0, \tag{8}$$

де: Ω – власна частота системи, A_0 – амплітуда швидкості руху.

Тоді критерій (7), з урахуванням (6), набуває виду:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\Omega}\cdot A_0^2\cdot\int_0^{\overline{\tau}_0}\left\{\sum_{j=0}^{4}\left(\left.\frac{d^j\overline{v}(\overline{\tau})}{d\overline{\tau}^j}\right|_t\cdot\frac{\tau_0^j}{(j!)}\right)^2\right\}d\overline{\tau}\to\min. \tag{9}$$

У розгорнутому вигляді (9) має наступний вид:

$$\frac{A_0^2}{2\cdot\Omega}\cdot\int_0^{\Omega\cdot\tau_0}\left[\overline{v}^2+(\Omega\cdot\tau_0)^2\cdot(\overline{v}_{\overline{\tau}})^2+\frac{1}{4}\cdot(\Omega\cdot\tau_0)^4\cdot(\overline{v}_{2\overline{\tau}})^2+\frac{1}{36}\cdot(\Omega\cdot\tau_0)^6\cdot(\overline{v}_{3\overline{\tau}})^2+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{24^2}\cdot(\Omega\cdot\tau_0)^8\cdot(\overline{v}_{4\overline{\tau}})^2\right]d\overline{\tau}\to\min, \tag{10}$$

де: $\overline{v}_{\overline{\tau}}=\frac{d\overline{v}}{d\overline{\tau}}$, $\overline{v}_{2\overline{\tau}}=\frac{d^2\overline{v}}{d\overline{\tau}^2}$, $\overline{v}_{3\overline{\tau}}=\frac{d^3\overline{v}}{d\overline{\tau}^3}$, $\overline{v}_{4\overline{\tau}}=\frac{d^4\overline{v}}{d\overline{\tau}^4}$.

1. Аналіз стійкості та можливих режимів руху механічних систем з дискретним спектром на проміжку часу $t\in[0,\tau_0]$ (при врахуванні до третього порядку включно). Необхідною умовою реалізації критерію (10) ($\overline{v}_{4\overline{\tau}}\equiv 0$) є рівняння Ейлера-Пуассона:

$$2\cdot\overline{v}-2\cdot(\Omega\cdot\tau_0)^2\cdot\overline{v}_{2\overline{\tau}}+\frac{1}{2}\cdot(\Omega\cdot\tau_0)^4\cdot\overline{v}_{4\overline{\tau}}-\frac{1}{18}\cdot(\Omega\cdot\tau_0)^6\cdot\overline{v}_{6\overline{\tau}}. \tag{12}$$

Введемо заміну: λ^2=z. Тоді (12) можна записати наступним чином:

$$z^3 - \frac{9}{(\Omega \cdot \tau_0)^2} \cdot z^2 + \frac{36}{(\Omega \cdot \tau_0)^4} \cdot z - \frac{36}{(\Omega \cdot \tau_0)^6} = 0. \qquad (13)$$

Згідно з [15], для рівняння третього порядку (13) необхідно виконати дві умови: 1) задовольнити критерію Реуса-Гурвіца, згідно якого всі головні мінори визначника Гурвіца Δ повинні бути додатними:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\frac{9}{(\Omega \cdot \tau_0)^2} & 1 & 0 \\ -\frac{36}{(\Omega \cdot \tau_0)^4} & \frac{36}{(\Omega \cdot \tau_0)^4} & -\frac{9}{(\Omega \cdot \tau_0)^2} \\ 0 & 0 & -\frac{36}{(\Omega \cdot \tau_0)^4} \end{vmatrix}, \quad \begin{array}{c} \Delta_1 = -\frac{9}{(\Omega \cdot \tau_0)^2}; \Delta_2 = -\frac{36 \cdot 8}{(\Omega \cdot \tau_0)^4}; \\ \Delta_3 = -\frac{36^2 \cdot 8;}{(\Omega \cdot \tau_0)^{12}} \end{array} \qquad (14)$$

де: Δ_1, Δ_2, Δ_3 – головні мінори Δ. З (14) видно, що не всі $\Delta_i, i = \left(\overline{1,3}\right)$ додатні; 2) для того, щоб всі головні мінори Δ були додатні, необхідно виконати ще наступну умову [15]: $-\frac{36 \cdot 9}{(\Omega \cdot \tau_0)^6} > -\frac{3}{(\Omega \cdot \tau_0)^6}$. Але й ця умова не виконується. Це означає, що стан рівноваги системи нестійкий, а характер виникаючої нестійкості суттєво залежить від параметрів самого Δ (Ω, τ_0, коефіцієнт).

Число стійких (нестійких) коренів визначає розмірність так званого стійкого W^s (нестійкого W^u) розмаїття, на котрому поблизу стану рівноваги розміщені наближені до нього (віддалені від нього) траєкторії. Коли, ці розмаїття двовимірні, ми бачимо на них звичайні стійкі (нестійкі) вузли чи фокуси. Будуть на цих розмаїттях вузли чи фокуси, залежить від закону дискримінанта:

$$\tilde{\Delta} = -\frac{81 \cdot 36^2}{(\Omega \cdot \tau_0)^{12}} + \frac{4 \cdot 36^2}{(\Omega \cdot \tau_0)^{12}} + 4 \cdot \frac{9^3 \cdot 36}{(\Omega \cdot \tau_0)^{12}} - \frac{18 \cdot 9 \cdot 36^2}{(\Omega \cdot \tau_0)^{12}} - \frac{27 \cdot 36^3}{(\Omega \cdot \tau_0)^{12}}. \qquad (15)$$

Оскільки $\tilde{\Delta} < 0$, тоді це будуть нестійкі вузли. Крім того, згідно [15], рівняння (13) має всі корені суто дійсні. Розміщення цих коренів на площині $p = p' + i \cdot p''$, $i^2 = -1$, подано на рис. 1.

Типу стану рівноваги відповідає нестійкий вузол (рис. 2), який має власний фазовий портрет стану рівноваги. Розмірності стійкого й нестійкого розмаїття наступні:

$$\dim W^u = 3, \dim W^s = 0. \qquad (16)$$

Для знаходження розв’язків (11) слід визначити характеристичні числа λ з (12). Застосуємо підхід роботи [1] для визначення коренів (13) (λ^2=z).

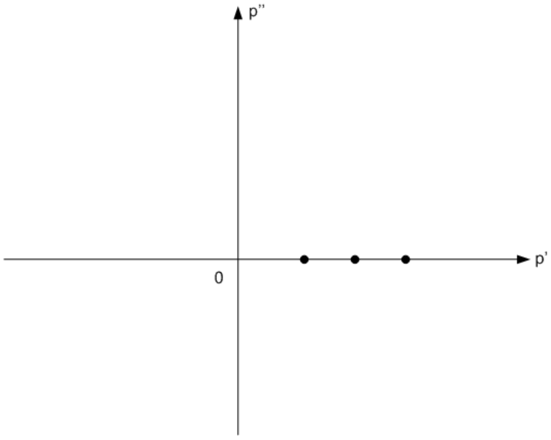

Рис. 1. Розміщення коренів (13) на площині $p = p' + i \cdot p''$.

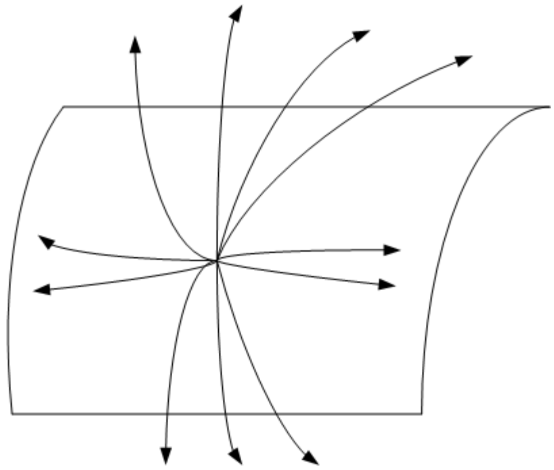

Рис. 2. Фазовий портрет стану рівноваги.

Введемо наступні позначення:

$$r = -\frac{9}{(\Omega \cdot \tau_0)^2}; s = \frac{36}{(\Omega \cdot \tau_0)^4}; \tilde{t} = -\frac{36}{(\Omega \cdot \tau_0)^6} \quad . \tag{17}$$

Тоді (13) можна подати наступним чином:

$$z^3 + r \cdot z^2 + s \cdot z + \tilde{t} = 0/ \tag{18}$$

Роблячи у (18) заміну невідомого $y = z + \frac{r}{3}$ ($y = z - \frac{r}{3}$), отримуємо приведене кубічне рівняння:

$$y^3 + p \cdot y + q = 0, \tag{19}$$

де: $p = \frac{3 \cdot s - r^2}{3}$, $q = \frac{2 \cdot r^2}{27} - \frac{r \cdot s}{3} + \tilde{t}$. Використовуючи (17), легко знаходимо: $p = \frac{9}{(\Omega \cdot \tau_0)^4}$; $q = \frac{18}{(\Omega \cdot \tau_0)^6}$. Число дійсних розв'язків кубічного рівняння (19) залежить від знаку дискримінанта:

$$D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2. \tag{20}$$

Оскільки *(p,q)>0*, тоді й *D>0*. Тому рівняння (19) має один дійсний корінь й два комплексно спрощених. Щоб їх визначити застосовуємо формулу Кардано [1] для приведеного кубічного рівняння (19):

$$\begin{cases} y_1 = u + v; y_2 = -\frac{(u+v)}{2} + \frac{(u-v)}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3}; y_3 = -\frac{(u+v)}{2} - \frac{(u-v)}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3}, \\ i^2 = -1?, \end{cases} \tag{21}$$

де: $u = \left\{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}\right\}^{1/3}$, $v = \left\{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}\right\}^{1/3}$.

Шляхом заміни $z_k = y_k - \frac{r}{3}, k = \left(\overline{1,3}\right)$ з y_k матимемо розв'язки z_k даного кубічного рівняння (13):

$$z_1 = y_1 - \frac{r}{3}; z_2 = y_2 - \frac{r}{3}; z_3 = y_3 - \frac{r}{3}. \quad (22)$$

При цьому корені z_2 й z_3 комплексно спрощені, а корінь z_1 – дійсний. Тоді розв'язки (12) можна подати наступним чином:

$$\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{z_1}; \lambda_{3,4} = \pm\sqrt{z_2}; \lambda_{5,6} = \pm\sqrt{z_3} \ . \quad (23)$$

Тоді розв'язок (11) можна подати у наступному вигляді:

$$\overline{v}\left(\overline{\tau}\right) = \sum_{j=1}^{6}\left\{C_j \cdot \exp\left[\lambda_j \cdot \overline{\tau}\right]\right\}. \quad (24)$$

Невизначені константи C_j у (24) можна знайти, задаючи, початкові умови для рівняння (11) типу:

$$\begin{gathered}\overline{v}\Big|_{\overline{\tau}=0} = \overline{v}_0; \left.\frac{d\overline{v}}{d\overline{\tau}}\right|_{\overline{\tau}=0} = \overline{v}_{\overline{\tau}}^{(0)}; \left.\frac{d^2\overline{v}}{d\overline{\tau}^2}\right|_{\overline{\tau}=0} = \overline{v}_{2\overline{\tau}}^{(0)}; \left.\frac{d^3\overline{v}}{d\overline{\tau}^3}\right|_{\overline{\tau}=0} = \overline{v}_{3\overline{\tau}}^{(0)}; \\ \left.\frac{d^4\overline{v}}{d\overline{\tau}^4}\right|_{\overline{\tau}=0} = \overline{v}_{4\overline{\tau}}^{(0)}; \left.\frac{d^5\overline{v}}{d\overline{\tau}^5}\right|_{\overline{\tau}=0} = \overline{v}_{5\overline{\tau}}^{(0)}.\end{gathered} \quad (25)$$

Якщо критерій якості руху має вагові коефіцієнти при кожному з членів підінтегрального виразу (10), котрі, по суті, є експертними оцінками значущості кожної окремої складової, тоді аналіз стійкості отриманих розв'язків ускладнюється й вимагає окремого дослідження. Щодо самого розв'язку рівняння типу (11) (з іншими, переформатованими коефіцієнтами, котрі враховують «експертну вагу»), то воно принципово не змінюється й процедура відшукання коренів характеристичного рівняння залишається тією ж самою: (17)–(24). Так само, врахування прискорень більш високого порядку у залежності $\frac{E}{m}(t)$ зведе задачу до диференціального рівняння (звичайного) більш високого – восьмого, десятого і т.д. порядку.

Аналіз стійкості отриманих при цьому розв'язків суттєво ускладнюється (у т.ч. у зв'язку з багатоваріантністю знаків коефіцієнтів рівняння). Слід також зазначити, що отримані вище розв'язки для рівняння, що визначає $\overline{v}\left(\overline{\tau}\right)$ справедливі у тому випадку, коли експертні оцінки складових підінтегрального виразу (10) мають однакову вагу. Для визначення закону руху $\overline{X}\left(\overline{\tau}\right)$ при знайденому $\overline{v}\left(\overline{\tau}\right)$, слід розв'язати наступне рівняння:

$$\overline{X}\left(\overline{\tau}\right) = \int_0^{\overline{\tau}} \overline{v}\left(\overline{\tau}'\right) d\overline{\tau}' + C_0. \quad (26)$$

Якщо $\overline{X}(0) = 0$, тоді $C_0 \equiv 0$.

Висновки

1. Обґрунтований узагальнений критерій динамічної оптимізації режимів руху лінеаризованих механічних систем з дискретним спектром, який зводиться до мінімізації в процесі пуску/гальмування (т.з. перехідний режим функціонування системи) питомої (на одиницю маси системи) кінетичної енергії (енергії руху системи). У критерії враховані складові, що описують прискорення системи вищих порядків (до третього включно).

2. Досліджена стійкість знайдених розв'язків модельного рівняння для швидкості руху системи за різних значень її параметрів.

3. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку подібних систем як на стадіях проектування чи конструювання, так і у режимах їх реальної експлуатації.

Список літератури

1. *Бронштейн И. Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / *И. Н. Бронштейн, К. А. Семендаяев*. – М.: Наука, 1986. – 544 с.
2. *Бидерман В. Л.* Теория механических колебаний / *В. Л. Бидерман*. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
3. *Богомолов С. И.* Оптимизация механических систем в резонансных режимах / *С. И. Богомолов, Э. А. Симсон*. – Х.: Вища школа, 1983. – 152 с.
4. *Ганиев Р. Ф.* Колеьания твердых тел / *Р. Ф. Ганиев, В. О. Кононенко*. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
5. *Гринев В. Б.* Оптимизация конструкций по механическим характеристикам / *В. Б. Гринев, А. П. Филипов*. – К.: Наукова думка, 1975. – 292 с.
6. *Гринев В. Б.* Оптимизация стержней по спектру собственных значений / *В. Б. Гринев, А. П. Филипов*. – К.: Наукова думка, 1979. – 211 с.
7. *Кузьмин П. А.* Малые колебания и устойчивость движения / *П. А. Кузьмин*. – М.: Наука, 1973. – 208 с.
8. *Мандельштам Л. И.* Лекции по теории колебаний / *Л. И. Мандельштам*. – М.: Наука, 1972. – 470 с.
9. *Пановко Я. Г.* Механика дефармируемого твердого тела / *Я. Г. Пановко*. – М.: Наука, 1985. 287 с.
10. *Пановко Я. Г.* Основы прикладной теории колебаний и удара / *Я. Г. Пановко*. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.
11. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы / *Е. Скучик*. – М.: Мир, 1971. – 558 с.
12. *Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле / *С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер*. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
13. *Филиппов А. П.* Колебания деформируемых систем / *А. П. Филипов*. – М.: Машиностроение, 1970. – 732 с.
14. *Черноусько Ф. Л.* Управление колебаниями / *Ф. Л. Черноусько, Л. Д. Акулов, Б. Н. Соколов*. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
15. *Рабинович М. И.* Введение в теорию колебаний и волн / *М. И. Рабинович, Д. И. Грубецков*. – М.: Наука, 1984. – 432 с.

References

1. *Bronshteyn, Y. N., Semendayaev, K. A.* (1986). Spravochnyk po matematyke dlya ynzhenerov y uchashchykhsya vtuzov [Handbook of mathematics for engineers and students of technical colleges]. M.: Nauka, 544.

2. *Byderman, V. L.* (1980). Teoryya mekhanycheskykh kolebanyy [Theory of mechanical vibrations]. M.: Visshaya shkola, 408.
3. *Bohomolov, S. Y., Symson, E. A.* (1983). Optymyzatsyya mekhanycheskykh system v rezonansnikh rezhymakh [Optimization of mechanical systems in resonant modes]. Kh.: Vyshcha shkola, 152.
4. *Hanyev, R. F., Kononenko, V. O.* (1976). Kole'anyya tverdikh tel [Coletania solids]. M.: Nauka, 432.
5. *Hrynev, V. B., Fylypov, A. P.* (1975). Optymyzatsyya konstruktsyy po mekhanycheskym kharakterystykam. K.: Naukova dumka, 292.
6. *Hrynev, V. B., Fylypov A. P.* (1979). Optymyzatsyya sterzhney po spektru sobstvennikh znachenyy [Optimization of cores in the spectrum of the eigenvalues]. K.: Naukova dumka, 211.
7. *Kuz'myn, P. A.* (1973). Malie kolebanyya y ustoychyvost' dvyzhenyya [Small oscillations and stability of motion]. M.: Nauka, 208.
8. *Mandel'shtam, L. Y.* (1972). Lektsyy po teoryy kolebanyy [Lectures on the calculus of variations]. M.: Nauka, 470.
9. *Panovko, Ya. H.* (1985). Mekhanyka defarmyruemoho tverdoho tela [Mechanics of deformation solids]. M.: Nauka, 287.
10. *Panovko, Ya. H.* (1990). Osnovi prykladnoy teoryy kolebanyy y udara [Fundamentals of applied theory of vibrations and shock]. L.: Polytekhnyka, 272.
11. *Skuchyk, E.* (1971). Prostie y slozhnie kolebatel'nie systemi [Simple and complex oscillatory systems]. M.: Myr, 558.
12. *Tymoshenko, S. P., Yanh, D. Kh., Uyver, U.* (1985). Kolebanyya v ynzhenernom dele [Oscillations in engineering]. M.: Mashynostroenye, 472.
13. *Fylyppov, A. P.* (1970). Kolebanyya deformyruemikh system [Oscillations of deformable systems]. M.: Mashynostroenye, 732.
14. *Chernous'ko, F. L., Akulov, L. D., Sokolov, B. N.* (1980). Upravlenye kolebanyyamy [Control of oscillations]. M.: Nauka, 384.
15. *Rabynovych, M. Y., Hrubetskov, D. Y.* (1984). Vvedenye v teoryyu kolebanyy y voln [Introduction to the theory of oscillations and waves]. M.: Nauka, 432.

ОБОБЩЕННЫЙ КРИТЕРИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ И ИХ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ЛІНЕАРИЗОВАНИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМ СПЕКТРОМ

В. С. Ловейкин, Ю. В. Човнюк, А. П. Ляшко

Аннотация. *Предложенный обобщенный критерий динамической оптимизации режимов движения и их устойчивости для механических систем с дискретным спектром, основанный на минимизации удельной энергии (кинетической энергии на единицу массы системы) и анализе типов состояния равновесия (возможных движений) в трехмерном фазовом пространстве с помощью исследования корней уравнения третьего порядка.*

Рассмотрена возможность возникновения устойчивого состояния данной механической системы «в малом», что определяется свойствами решаемой линеаризованной задачи. Исследована неустойчивость «в малом» указанной системы, механизмы (физические) ее возникновения. Для этого *осуществлена процедура линеаризации исходных уравнений с помощью разложения в ряд вблизи решения, который разыскивают, всех нелинейных зависимостей с последующим выделением только линейных членов.*

При динамической оптимизации линеаризованной механической системы с дискретным спектром выбран критерий качества движения, что минимизирует ее удельную (на единицу массы) кинетическую энергию в режимах пуска/торможения. Установлены необходимые условия для реализации этого критерия качества движения (уравнение Эйлера-Пуассона), исходя из известных процедур/алгоритмов классического исчисления. Исходя из этого, установлены основные законы и закономерности истинного движения подобных механических систем.

Проведенный анализ устойчивости и возможных режимов движения механической системы с дискретным спектром в известной продолжительности ее разгона/торможения при учете ускоренной к третьему порядку включительно. При этом полученное уравнение Эйлера-Пуассона (путем замены) может быть сведено к такому, анализ характеристического уравнения которого является, по сути, анализом корней кубического уравнения. Поскольку критерий Рауса-Гурвица и условие, при котором возможно устойчивое состояние равновесия данной системы, не выполняется, тогда возникает, соответственно, неустойчивый (состояние равновесия). Характер возникающей неустойчивости существенно зависит от параметров системы.

Ключевые слова: ***обобщение, критерий, динамическая оптимизация, режимы, движение, устойчивость, линеаризация, механическая система, дискретный спектр***

GENERALIZED CRITERION OF DYNAMIC OPTIMIZATION OF MOTION MODES AND STABILITY FOR LINEARIZED MECHANICAL SYSTEMS WITH DISCRETE RANGE

V. S. Loveykin*, *Yu. V. Chovnyuk, A. P. Liashko

Abstract. *The proposed generalized criterion of dynamic optimization of flow regimes and their stability for mechanical systems with discrete spectrum, based on minimization of specific energy (kinetic energy per unit mass of system) and analysis of types of balance (possible movements) in three dimensional phase space by examining the roots of equations of third order.*

Considered the possibility of steady state of this mechanical system "in the small" that is determined by the properties of linearized problem is solved. The investigated instability "in the small" of the system, the mechanisms of (physical) of its occurrence. This procedure is carried out linearization of the initial equations using the expansion *near the solution that you are looking for, all non-linear functions with subsequent release only the linear members.*

During dynamic optimization of the linearized mechanical system with discrete spectrum selected criterion of the quality movement, which minimizes its specific (per unit mass) kinetic energy in modes of start-up/braking. Set necessary conditions for implementation of this criterion of quality of motion (equation of Euler), based on known procedures and algorithms of classical computation. On this basis, established basic laws and laws of true motion of such mechanical systems.

Analysis of stability and possible modes of motion of mechanical system with discrete spectrum in certain amount of acceleration and deceleration in accounting accelerated to third order inclusive. The resulting equation of Euler (by replacing) can be reduced to such, the analysis of the characteristic equation of which is, in fact, the analysis of the roots of the cubic equation. Since the criterion of Routh-Hurwitz and the condition under which the steady equilibrium of this system fails, then there are, respectively, unstable (equilibrium). The nature of resulting instability depends essentially on the parameters of the system.

Keywords: ***generalization, criteria, dynamic optimization, regimes, movement, stability, linearization, mechanical system, discrete spectrum***

УДК 636.083.45:62-192

ОГЛЯД ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ НАДІЙНОГО ФУНКЦІОНУВАННЯ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ У ТВАРИННИЦТВІ

А. В. Новицький, кандидат технічних наук
e-mail: NovitskiyAV@ukr.net

Анотація. *У статті наведено актуальність і важливість удосконалення діяльності оператора як складової технічної системи «Людина-Машина». Проведено огляд наукової літератури в якій проаналізовано надійність і ефективність функціонування операторів машин і обладнання в тваринництві. Розглянуто питання функціонування операторів механізованих процесів тваринництва за такими спеціальностями: операторів машинного доїння; стригалів овець; операторів для вичісування пуху кіз, молодших спеціалістів ветеринарної медицини; слюсарів для заточування ножів стригальних машин; операторів машин для приготування і роздачі кормів. Встановлено, що одним з ефективних шляхів вирішення проблеми підвищення кваліфікації*