

Ключевые слова: *дизельное биотопливо, кинематическая вязкость, температура вспышки, частота вращения гидромеханической мешалки, потребляемая мощность, удельная энергоемкость*

INTEGRATED RESEARCH EQUIPMENT BIODIESEL PRODUCTION WITH HYDROMECHANICAL MIXING

M. Pavlenko

Annotation. *Powered experimental study to establish the optimal parameters of the equipment for biodiesel production using hydrostirring is given.*

Key words: *diesel biofuel, kinematic viscosity, flash point, hydromechanical speed mixers, power consumption, specific energy consumption.*

УДК 681.5.07

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ГАРАНТОВАНОЇ ЧУТЛИВОСТІ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

Л. А. Панталієнко, кандидат фізико-математичних наук
e-mail: nni.elektrik@gmail.com

Анотація. *Наведено алгоритми розв'язання задач гарантованої чутливості для систем дискретних рівнянь, залежних від параметрів. Розглянуто постановки задач за наявності обмежень на функції чутливості лінійного та нелінійного типів. На підставі методів практичної стійкості здійснено чисельне оцінювання початкової області для функцій чутливості.*

Ключові слова: *дискретна система, стійкість, параметри, гарантована чутливість, функції чутливості*

Керування реальними системами здійснюється, як правило, в умовах невизначеності під впливом різного роду факторів технічної природи, зовнішнього середовища та умов експлуатації. Деякі з цих факторів, що несуть основну інформацію про властивості системи, враховуються в її моделі завдяки вектору фазового стану. Але, яким би повним не був набір цього вектора, завжди реально існує безліч неконтрольованих додаткових факторів, що можуть значно впливати на роботу об'єкта. Це, наприклад, неточно задані зовнішні збурення, похибки при виконанні програми керування, помилки вимірювання тощо. У зв'язку з цим, природно вимагати, щоб система була малочутливою (нечутливою) до змінювання параметрів.

Для конкретизації умов працездатності системи вводять динамічні обмеження на функції чутливості – похідні функції стану по параметру [1,2]. Задачі, зв'язані з аналізом чутливості у такій постановці, відносять до класу задач з обмеженою та гарантованою чутливістю [1,3,4].

На відміну від відомих методів [1], чисельне розв'язання задач гарантованої чутливості здійснюється на підставі алгоритмів практичної стійкості [3] для

структурованих областей початкових умов. У випадку нелінійної дискретної системи, попередньо проводиться її лінеаризація в околі будь-якого розрахункового руху.

Мета досліджень – розробка чисельних методів розв'язання задач гарантованої чутливості на підставі алгоритмів практичної стійкості.

Матеріали та методика досліджень. У роботі застосовуються математичні методи аналізу стійкості, чутливості та алгоритми оптимізації.

Дослідимо систему лінійних дискретних рівнянь

$$x_{i+1} = A_i x_i + \Omega_i \alpha, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1, \quad (1)$$

за наявності обмежень на функції чутливості [3] $u_i(\alpha) \in \Phi_i, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$.

Тут α – вектор параметрів вимірності m ;

$x_i = x_i(\alpha)$ – n -вимірні вектори станів системи (1) для довільного $p_0 \leq i \leq P$;

A_i, Ω_i – сталі матриці вимірності $n \times n$ та $n \times m$ відповідно; $u_i^*(\alpha) = (u_i^{(1)*}(\alpha), u_i^{(2)*}(\alpha), \dots, u_i^{(m)*}(\alpha))$ – $n \cdot m$ -вимірні вектори функцій чутливості $u_i^{(j)}$ $= \frac{\partial x_i(\alpha)}{\partial \alpha_j}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$. Вважаємо, що $x_i(\alpha) = 0, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$

при $\alpha = 0$ – незбурений розв'язок системи (1).

Складемо для системи (1) рівняння чутливості

$$u_{i+1}^{(j)} = A_i u_i^{(j)} + \omega_i^{(j)}, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

а область початкових умов подамо у структурованому вигляді: $G_0 = \left\{ u_{p_0}(\alpha) : \sum_{i=1}^m u_{p_0}^{(i)*} B_j u_{p_0}^{(i)} \leq c^2 \right\}$ ($\omega_i^{(j)}$ – n -вимірний вектор, що відповідає j -му стовпцю матриці Ω_i ($i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1$), $B_j, \quad j = 1, 2, \dots, m$ – відомі додатно визначені квадратні матриці вимірності m).

Для побудови конструктивних алгоритмів оцінки початкової області для функцій чутливості G_0 розглянемо допустимі множини $\Phi_i, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$ лінійного та нелінійного типів:

$$u_i(\alpha) \in \Gamma_i = \left\{ u_i(\alpha) : \left| \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} u_i^{(j)} \right| \leq 1, s = 1, 2, \dots, N_i \right\}, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P; \quad (3)$$

$$u_i(\alpha) \in \Psi_i = \{u_i(\alpha) : \psi^{(i)}(u_i(\alpha)) \leq 1\}, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P, \quad (4)$$

де $\psi_i(u_i(\alpha))$ – скалярні неперервно-диференційовані функції, причому множини Ψ_i – опуклі, замкнені та містять нульову точку $u_i = 0$;

$l_{si}^{(j)}, j = 1, 2, \dots, m, s = 1, 2, \dots, N_i$ – n -вимірні вектори, що задають обмеження на функції чутливості.

Використовуючи формулу загального розв'язку системи (2) у формі Коші

$$u_i^{(j)} = X_{i, p_0} u_{p_0}^{(j)} + a_{i-1}^{(j)},$$

запишемо умову належності траєкторії системи множині $\Gamma_i, i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$ у вигляді

$$z_i^{(j)} \in \left\{ z_i^{(j)} : -1 - \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)} \leq \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} z_i^{(j)} \leq 1 - \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)}, s = 1, 2, \dots, N_i \right\}$$

$$i = p_0, p_0 + 1, \dots, P. \quad (5)$$

$$\text{Тут} \quad a_{i-1}^{(j)} = A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{p_0+1} \omega_{p_0}^{(j)} + A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{p_0+2} \omega_{p_0+1}^{(j)} + \dots + A_{i-1} \omega_{i-2}^{(j)} + \omega_{i-1}^{(j)}; \quad a_{i-1}^* =$$

$(a_{i-1}^{(1)*}, a_{i-1}^{(2)*}, \dots, a_{i-1}^{(m)*})$ – $n \cdot m$ -вимірний вектор $z_i^{(j)} = X_{i, p_0} u_{p_0}^{(j)}, X_{i, p_0}$ – фундаментальна матриця розв'язків однорідної системи (2), що задовольняє матричному рівнянню

$$X_{i+1, p_0} = A_i X_{i, p_0}, \quad X_{p_0, p_0} = E, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1.$$

Вочевидь, умова (5) досягається, якщо виконуються співвідношення

$$\max_{z_i \in \{z_i : z_i^* Q_i z_i \leq c^2\}} l_{si}^* z_i \leq 1 - \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)},$$

$$\min_{z_i \in \{z_i : z_i^* Q_i z_i \leq c^2\}} l_{si}^* z_i \geq -1 - \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)}, \quad s = 1, 2, \dots, N_i, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P,$$

де $l_{si}^* = (l_{si}^{(1)*}, l_{si}^{(2)*}, \dots, l_{si}^{(m)*})$, $z_i^* = (z_i^{(1)}, z_i^{(2)}, \dots, z_i^{(m)})$, $s = 1, 2, \dots, N_i, i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$, а

матриця Q_i такої структури:

$$Q_i = \begin{pmatrix} X_{i, p_0}^{-1*} B_1 X_{i, p_0}^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_{i, p_0}^{-1*} B_2 X_{i, p_0}^{-1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & X_{i, p_0}^{-1*} B_m X_{i, p_0}^{-1} \end{pmatrix},$$

$$i = p_0, p_0 + 1, \dots, P.$$

Визначивши екстремуми лінійної форми на еліпсоїді, дістанемо оптимальну оцінку області початкових умов G_0 для функцій чутливості:

$$c^2 \leq \min_{i=p_0, p_0+1, \dots, P} \min_{s=1, 2, \dots, N_i} \frac{\left(1 - \left| \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)} \right| \right)^2}{\sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} X_{i, p_0} B_j^{-1} X_{i, p_0}^* l_{si}^{(j)}},$$

$$\left| \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)} \right| < 1, \quad s = 1, 2, \dots, N_i, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P, \quad (6)$$

Для випадку нелінійних обмежень (4) умови стійкості для функцій чутливості набувають вигляду

$$c^2 \leq \min_{i=p_0, p_0+1, \dots, P} \min_{\bar{u}_i \in \Psi'_i} \frac{[grad_{u_i}^* \psi^{(i)}(\bar{u}_i)(\bar{u}_i - a_{i-1})]^2}{grad_{u_i}^* \psi^{(i)}(\bar{u}_i) Q_i^{-1} grad_{u_i} \psi^{(i)}(\bar{u}_i)},$$

$$grad_{u_i}^* \psi^{(i)}(\bar{u}_i) \bar{u}_i > grad_{u_i}^* \psi^{(i)}(\bar{u}_i) a_{i-1}, \quad \bar{u}_i \in \Psi'_i, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P, \quad (7)$$

де Ψ'_i – межа області Ψ_i ($i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$), а квадратна матриця Q_i^{-1} вимірності $n \times m$ обчислюється згідно з рівнянням

$$Q_{i+1}^{(j)-1} = A_i Q_i^{(j)-1} A_i^*, \quad Q_{p_0}^{(j)-1} = B_j^{-1}, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P,$$

$Q_i^{(j)-1} = X_{i, p_0} B_j^{-1} X_{i, p_0}^*$ ($j = 1, 2, \dots, m$). При цьому попередньо здійснюється апроксимація опуклих множин Ψ_i , $i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$ дотичними гіперплощинами.

На відміну від задач з обмеженою чутливістю, матриці A_i та вектори $\omega_i^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots, m$ ($i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1$) тут є однаковими для всіх розрахункових режимів. Тому відповідні вимоги на функції чутливості будуть виконуватися для довільних α з множини початкових умов для функцій чутливості G_0 . Отже, оцінки (6), (7) забезпечують гарантовану чутливість вихідної лінійної системи (1).

З таких позицій можна розглядати нелінійну систему дискретних рівнянь

$$x_{i+1} = f_i(x_i, \alpha) \quad (f_i(0, 0) = 0), \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1, \quad (8)$$

лінеаризуючи її в околі будь-якого розрахункового руху, наприклад, нульового $x_i = 0$, $\alpha = 0$, $i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$. У результаті дістанемо лінійну систему з постійно діючими збуреннями:

$$x_{i+1} = A_i x_i + \Omega_i \alpha + R_i(x_i, \alpha), \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1, \quad (9)$$

де $A_i = \left\{ \frac{\partial f_i(x_i, \alpha)}{\partial x_i} \right\}_n \Big|_{x_i=0, \alpha=0}^n$, $\Omega_i = \left\{ \frac{\partial f_i(x_i, \alpha)}{\partial \alpha} \right\}_n \Big|_{x_i=0, \alpha=0}^n$ – відомі матриці, а $R_i(x_i, \alpha)$ –

вектор-функції вимірності n , що визначають похибку апроксимації ($i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1$).

Критерії стійкості типу (6), (7) для системи відносно функцій чутливості

$$u_{i+1}^{(j)} = A_i u_i^{(j)} + \omega_i^{(j)} + \frac{\partial R_i(x_i, \alpha)}{\partial \alpha_j}, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P-1$$

при відомих векторах $\omega_i^{(j)}$ та обмежених збуреннях $\frac{\partial R_i(x_i, \alpha)}{\partial \alpha_j}$ записуються, відповідно, у вигляді

$$c^2 \leq \min_{i=p_0, p_0+1, \dots, P} \min_{s=1, 2, \dots, N_i} \frac{\left(1 - \left| \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)} \right| - \left\| \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} \bar{r}_{i-1}^{(j)} \right\| \right)^2}{\sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} X_{i, p_0} B_j^{-1} X_{i, p_0}^* l_{si}^{(j)}},$$

$$\left\| \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} a_{i-1}^{(j)} \right\| + \left\| \sum_{j=1}^m l_{si}^{(j)*} \bar{r}_{i-1}^{(j)} \right\| < 1, \quad s = 1, 2, \dots, N_i, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P; \quad (10)$$

$$c^2 \leq \min_{i=p_0, p_0+1, \dots, P} \min_{\bar{u}_i \in \Psi'_i} \frac{\left[\text{grad}_{u_i}^* \psi^{(i)}(\bar{u}_i)(\bar{u}_i - a_{i-1}) - \left\| \sum_{j=1}^m \frac{\partial \psi^{(i)}(\bar{u}_i)}{\partial u_i^{(j)}} \bar{r}_{i-1}^{(j)} \right\| \right]^2}{\text{grad}_{u_i}^* \psi^{(i)}(\bar{u}_i) Q_i^{-1} \text{grad}_{u_i} \psi^{(i)}(\bar{u}_i)},$$

$$\text{grad}_{u_i}^* \psi^{(i)}(\bar{u}_i)(\bar{u}_i - a_{i-1}) > \left\| \sum_{j=1}^m \frac{\partial \psi^{(i)}(\bar{u}_i)}{\partial u_i^{(j)}} \bar{r}_{i-1}^{(j)} \right\|, \quad \bar{u}_i \in \Psi'_i, \quad i = p_0, p_0 + 1, \dots, P. \quad (11)$$

Тут $\bar{r}_{i-1}^{(j)} = A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{p_0+1} \frac{\partial R_{p_0}(x_{p_0}, \alpha)}{\partial \alpha_j} + A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{p_0+2} \frac{\partial R_{p_0+1}(x_{p_0+1}, \alpha)}{\partial \alpha_j} + \dots + \frac{\partial R_{i-1}(x_{i-1}, \alpha)}{\partial \alpha_j}$,

а під нормою у нерівностях (10), (11) розуміють максимум по x_i , u_i із заданих областей ($i = p_0, p_0 + 1, \dots, P$, $j = 1, 2, \dots, m$).

Запропонований підхід можна застосовувати і в оптимізаційних постановках [3] для урахування допустимих обмежень на функції чутливості для довільних значень вектора параметрів α .

Результати досліджень. Для дискретних параметричних систем здійснено чисельне розв'язання задач гарантованої чутливості методами практичної стійкості для структурованих областей початкових умов.

Висновки

На підставі методів стійкості здійснено чисельне розв'язання задач гарантованої чутливості для дискретних систем. Одержано оптимальні оцінки областей початкових умов за наявності обмежень на функції чутливості.

Список літератури

1. Розенвассер Е. Н. Чувствительность систем управления / Е. Н. Розенвассер, Р. М. Юсупов. – М. : Наука , 1981. – 464 с.
2. Дончев А. Системы оптимального управления: Возмущения, приближения и анализ чувствительности / А. Дончев. – М. : Мир, 1987. – 156 с.
3. Гаращенко Ф. Г. Исследование задач теории чувствительности методами практической устойчивости / Ф. Г. Гаращенко, Л. А. Панталиенко // Изд-во АН СССР. Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1989. – № 6. – С. 17–25.
4. Панталієнко Л. А. Дослідження задач обмеженої чутливості методами практичної стійкості / Л. А. Панталієнко // Науковий вісник НУБіП України. Серія «Техніка та енергетика АПК». – 2014. – Вип. 194, ч. 2. – С. 243–248.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ГАРАНТИРОВАННОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Л. А. Панталиенко

Аннотация. Приведены алгоритмы решения задач гарантированной чувствительности для систем дискретных уравнений, зависящих от параметров. Рассмотрены постановки задач при наличии ограничений на функции чувствительности линейного и нелинейного типов. На основании методов практической устойчивости осуществлено численное оценивание начальной области для функций чувствительности.

Ключевые слова: дискретная система, устойчивость, параметры, гарантированная чувствительность, функции чувствительности

PROBLEM SOLVING GUARANTEED SENSITIVITY FOR DISCRETE SYSTEMS

L. Pantaliyenko

Annotation. The algorithms for solving problems of guaranteed sensitivity of discrete equations dependent settings. Considered objectives of the presence of constraints on the function of the sensitivity of linear and nonlinear types. Based on practical methods of numerical stability assessment conducted initial field sensitivity for features.

Key words: discrete system, stability, parameters, the guaranteed sensitivity, sensitivity functions