

established that the problem cannot be solved by the calculus of variations. In order to approximate solution of the problem the „support” function has been based, which was found as a solution to multi-point boundary value problem. This provided a smooth approximate solution of the variational problem. In order to illustrate the obtained results the phase portraits of vibrations were built. They showed that fluctuations of the cargo and crane components when the crane achieved the steady speed stops. Thus, the load of crane steel structures and elements of the movement mechanism with dynamic forces occurs only during acceleration and deceleration of the crane. In addition, the productivity increases, because the load oscillation do not cause additional micromovings of the crane in order to remove them.

Key words: crane, dynamic loads, optimal control, collocation method

УДК 631.354.2

**РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ДЕМПФЕРІВ
В'ЯЗКОГО ТЕРТЯ ДЛЯ ГАСІННЯ КОЛИВАНЬ
НЕВРІВНОВАЖЕНОГО ГНУЧКОГО ВАЛА
З ОДНИМ БАРАБАНОМ. ЧАСТИНА I**

**В. С. Ловейкін, доктор технічних наук
Ю. В. Човнюк, А. П. Ляшко, кандидати технічних наук
e-mail: lovvs@ukr.net**

Анотація. Обґрунтований метод розрахунку оптимальних параметрів демпферів в'язкого тертя, невірноваженого гнучкого вала з одним, насадженим на нього барабаном. Дані демпфери використовуються для зменшення резонансних коливань роторів при широкому діапазоні швидкостей. В даній роботі розглянуті демпфери в'язкого тертя. Використання демпферів в'язкого тертя дозволяє суттєво зменшити небажані коливання. Для знаходження оптимальних параметрів демпферів в'язкого тертя використано так звані інваріантні швидкості амплітудних кривих, які мають наступну властивість: амплітуди при цих швидкостях обертання ротора не залежать від величини демпферування у опорах. Наведено графіки визначення інваріантних швидкостей.

Важливе значення має питання про «розбалансування» демпфера, тобто про відхилення його параметрів від параметрів

© В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, А. П. Ляшко, 2017

оптимальних розрахункових. В статті побудовані залежності для сили від величини демпферування при оптимальній жорсткості й від величини жорсткості демпфера при оптимальному демпферуванні. Аналіз показує, що оптимальний демпфер забезпечує мінімальне розсіювання енергії у демпфері.

Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення інженерних методик розрахунку оптимальних параметрів демпферів в'язкого тертя для гасіння коливань неврівноважених систем.

Ключові слова: розрахунок, оптимізація, параметри, демпфер, в'язке тертя, гасіння коливань, неврівноваженість, гнучкий вал, барабан

Постановка проблеми. Для зменшення вібрації у широкому діапазоні швидкостей обертання роторних систем з насадженим на вал, що обертається, барабаном, який включає критичні швидкості обертання останнього, доцільно використати спеціальні демпфери, які суміщуються зазвичай з опорами. Розрахунок основних параметрів в'язких демпферів, які суттєво знижують небажані коливання неврівноваженого гнучкого вала з насадженим на нього барабаном, вимагають, на думку авторів даної роботи подальшого уточнення й вдосконалення.

Аналіз останніх досліджень. Вперше спеціальні демпфери, які суміщені з опорами, в'язкого та сухого тертя були запропоновані у роботах [1–3]. Методика розрахунку демпферів в'язкого тертя викладена у [4]. У даній роботі результати цитованих вище досліджень будуть частково використані.

Мета досліджень полягає у обґрунтуванні методу розрахунку та оптимізації основних параметрів демпферів в'язкого тертя, які призначені для гасіння небажаних коливань неврівноваженого гнучкого вала з одним насадженим на нього барабаном. При цьому сам демпфер в'язкого тертя суміщений безпосередньо з кожною опорою ротора.

Результати досліджень. Розглянемо демпфер в'язкого тертя, який використовують для зменшення резонансних коливань у системі, зображений на рис. 1 ротор розміщений на двох однакових ізотропних пружнодемпферних опорах, кожна з яких має масу M_2 , жорсткість C_2 , коефіцієнт лінійного демпферування K_2 , $E=I_1+iI_2$, $f^2=-1$, де $I_{1,2}$ – лінійні величини (вздовж вісей Oy , Oz), які характеризують параметри недосконалостей ротора типу неврівноваженості.

«Спресовані» [4] рівняння руху тільки за поступальних переміщень незбалансованого ротора мають вид:

$$\begin{cases} M_1 \cdot \ddot{u}_1 + C_1 \cdot (u_1 - u_2) = M_1 \cdot E \cdot \omega^2 \cdot \exp(i \cdot \omega \cdot t); \\ M_2 \cdot \ddot{u}_2 + C_2 \cdot u_2 + K_2 \cdot \dot{u}_2 + \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot (u_1 - u_2) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

де: u_1, u_2 – переміщення, відповідно, барабана та опор ротора; $u_1 = u_{1y} + i \cdot u_{1z}$; $u_2 = u_{2y} + i \cdot u_{2z}$; (u_{1y}, u_{2y}) – переміщення барабана та опор вздовж вісі Oy ; (u_{1z}, u_{2z}) – переміщення барабана та опор вздовж вісі Oz ; ω – швидкість обертання ротора навколо вісі Ox у стаціонарному режимі функціонування.

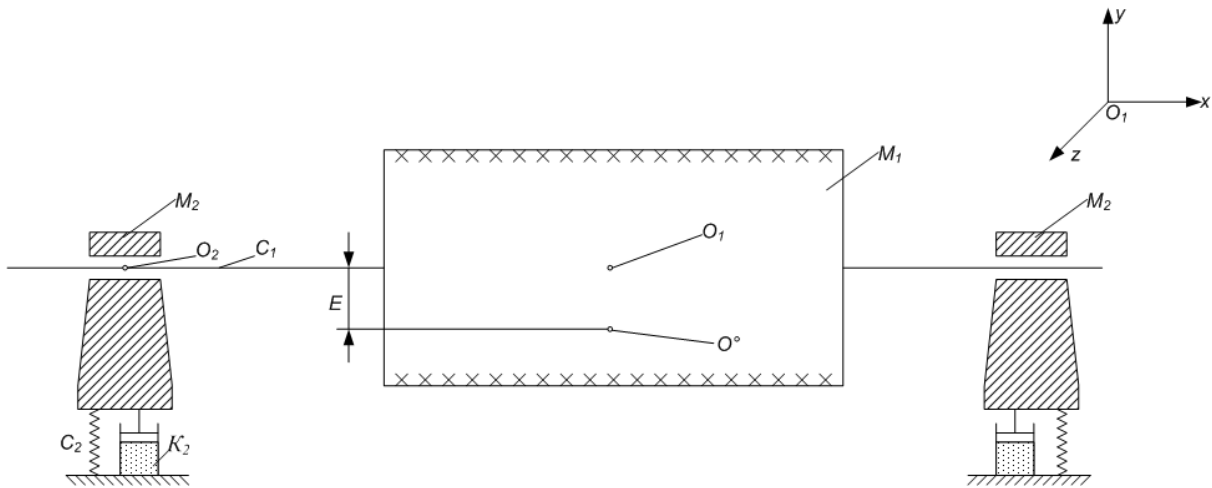


Рис. 1. Розрахункова схема задачі.

Амплітудні значення переміщення барабана A_1 , опор A_2 , взаємні переміщення барабана й опор ($A_1 - A_2$), а також зусилля на фундамент опори Q (на обидві опори) визначаються з виразів:

$$\begin{cases} \left(\frac{A_1}{E} \right)^2 = \frac{\beta^4}{\Delta} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha - \mu \cdot \beta^2 \right)^2 + (\delta \cdot \beta)^2 \right]; \left(\frac{Q}{C_1 \cdot E} \right)^2 = q^2 = \frac{\beta^4}{\Delta} \cdot (\alpha^2 + \delta^2 \cdot \beta^2); \\ \left(\frac{A_2}{E} \right)^2 = \frac{\beta^4}{4 \cdot \Delta}; \left(\frac{A_1 - A_2}{E} \right)^2 = \frac{\beta^4}{\Delta} \cdot [(\alpha - \mu \cdot \beta^2)^2 + (\delta \cdot \beta)^2], \end{cases} \quad (2)$$

де: $\Delta = \left[(1 - \beta^2) \cdot (\alpha - \mu \cdot \beta^2) - \frac{1}{2} \cdot \beta^2 \right]^2 + \delta^2 \cdot \beta^2 \cdot (1 - \beta^2)^2$; $\mu = \frac{M_2}{M_1}$; $\alpha = \frac{C_2}{C_1}$;

$\delta^2 = \frac{K_2^2}{C_1 \cdot M_1}$; $\beta = \frac{\omega}{\Omega}$; $\Omega^2 = \frac{C_1}{M_1}$. (Зазначимо, що у роботі [4] допущена помилка при визначенні Δ . У даному дослідженні цю помилку усунуто.)

Недемпфовані власні частоти (критичні швидкості) системи $(\beta_0)_{1,2}$ знаходимо при цьому, як корені рівняння:

$$(1 - \beta_0^2) \cdot (\alpha - \mu \cdot \beta_0^2) - \frac{1}{2} \cdot \beta_0^2 = 0, \quad (3)$$

тобто:

$$(\beta_0^2)_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu} + 1 + \frac{1}{2 \cdot \mu} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu} + 1 + \frac{1}{2 \cdot \mu} \right)^2 - \frac{\alpha}{\mu}}. \quad (4)$$

За умови:

$$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu} + 1 + \frac{1}{2 \cdot \mu} \right)^2 - \frac{\alpha}{\mu} > 0. \quad (5)$$

Критичні швидкості обертання ротора мають наступний вигляд:

$$\omega_{кр1} = \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu} + 1 + \frac{1}{2 \cdot \mu} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu} + 1 + \frac{1}{2 \cdot \mu} \right)^2 - \frac{\alpha}{\mu}} \right\}^{1/2} \cdot \Omega; \quad (6)$$

$$\omega_{кр2} = \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu} + 1 + \frac{1}{2 \cdot \mu} \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu} + 1 + \frac{1}{2 \cdot \mu} \right)^2 - \frac{\alpha}{\mu}} \right\}^{1/2} \cdot \Omega. \quad (7)$$

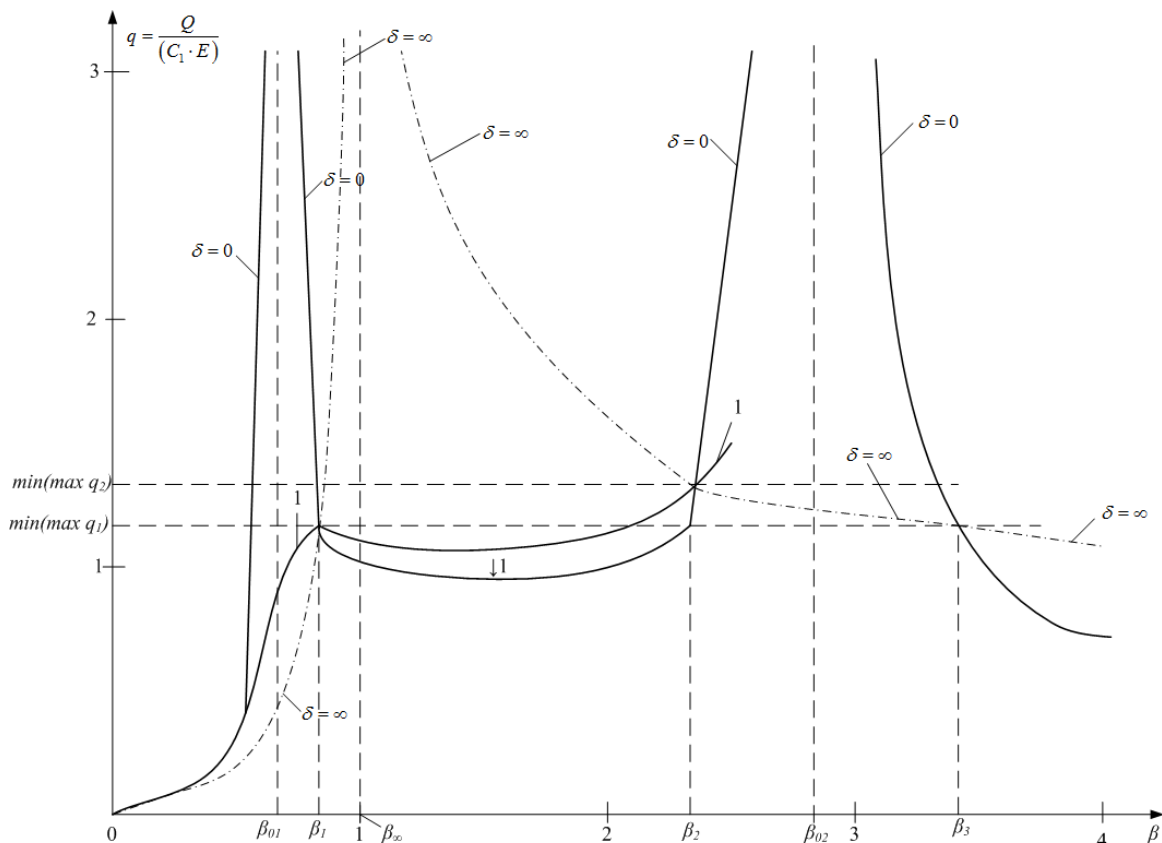


Рис. 2. Графіки для визначення інваріантних швидкостей амплітудних кривих: $\beta_\infty = \beta|_{\delta \rightarrow \infty}$.

Для знаходження оптимальних параметрів демпферів в'язкого тертя використаємо [4] так звані інваріантні швидкості амплітудних кривих, які мають наступну властивість: амплітуди при цих

швидкостях обертання ротора не залежать від величини демпферування у опорах. Ці швидкості обертання ротора визначають у точках перетину амплітудних кривих при відсутності демпферування ($\delta=0$) й при нескінченно великому ($\delta \rightarrow \infty$) демпферуванні (рис. 2) у загальному випадку таких інваріантних швидкостей для переміщень дві (β_{01}, β_{02}), а для сил – три (B_1, B_2, B_3). З умови рівності амплітуд у двох інваріантних точках можна знайти величину жорсткості опор. Умова, що дотична до амплітудної кривої у інваріантній точці є горизонтальною чи близькою до горизонтальної, слугує для знаходження коефіцієнта демпферування, котрий забезпечує максимальним вібраціям їх мінімально можливі значення у всьому діапазоні швидкостей.

Розрахунки показують, що оптимальні значення можуть бути різними у залежності від обраної вібраційної характеристики (табл. 1).

1. Оптимальні значення жорсткості й демпферування.

Характеристика	Значення характеристики при інваріантній швидкості	Оптимальні значення	
		α	δ^2
Переміщення барабана A_1/E	$\sqrt{1+4 \cdot \mu}$	μ	μ
Взаємне переміщення $(A_1-A_2)/e$	$\sqrt{1+4 \cdot \mu}$	$\frac{1}{4} + \mu$	$\frac{3}{16} + \mu$
Сила $Q/(C_1 E)$	$1+2\mu$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \mu$	$\frac{(1+2 \cdot \mu) \cdot (3-2 \cdot \mu)}{16}$

Слід зазначити. Що всі три характеристики співпадають при $\mu \ll 1$, оскільки: $\sqrt{1+4 \cdot \mu} \approx 1+2 \cdot \mu$.

На рис. 2 при $\mu=0,1$ побудована амплітудна крива для сили (q) за «оптимальних» параметрів демпферів, обраних у відповідності з Табл. 1 (крива 1). З рис. 2 випливає, що сила у широкому діапазоні швидкостей (β) знаходиться на достатньо низькому рівні й при вказаних припущеннях не може бути зменшена.

Якщо замість прирівнювання амплітуд у інваріантних точках маємо наміри знизити амплітуди тільки поблизу першої критичної швидкості, тоді рівень вібрації для сили може бути додатково знищений. Так, у випадку коли жорсткість опор з конструктивних міркувань може бути обрана невеликою, задовільні результати практично для всіх змінних дає демпфер з параметрами, які відповідають «оптимальним» параметрам для переміщень барабану:

$$\alpha = \delta^2; K_2 = \sqrt{C_2 \cdot M_1}. \quad (8)$$

Важливе значення має питання про «розбалансування» демпфера, тобто про відхилення його параметрів від параметрів оптимальних розрахункових. На рис. 3 побудовані залежності для сили від величини демпферування при оптимальній жорсткості (крива 1) й від величини жорсткості демпфера при оптимальному демпферуванні (крива 2).

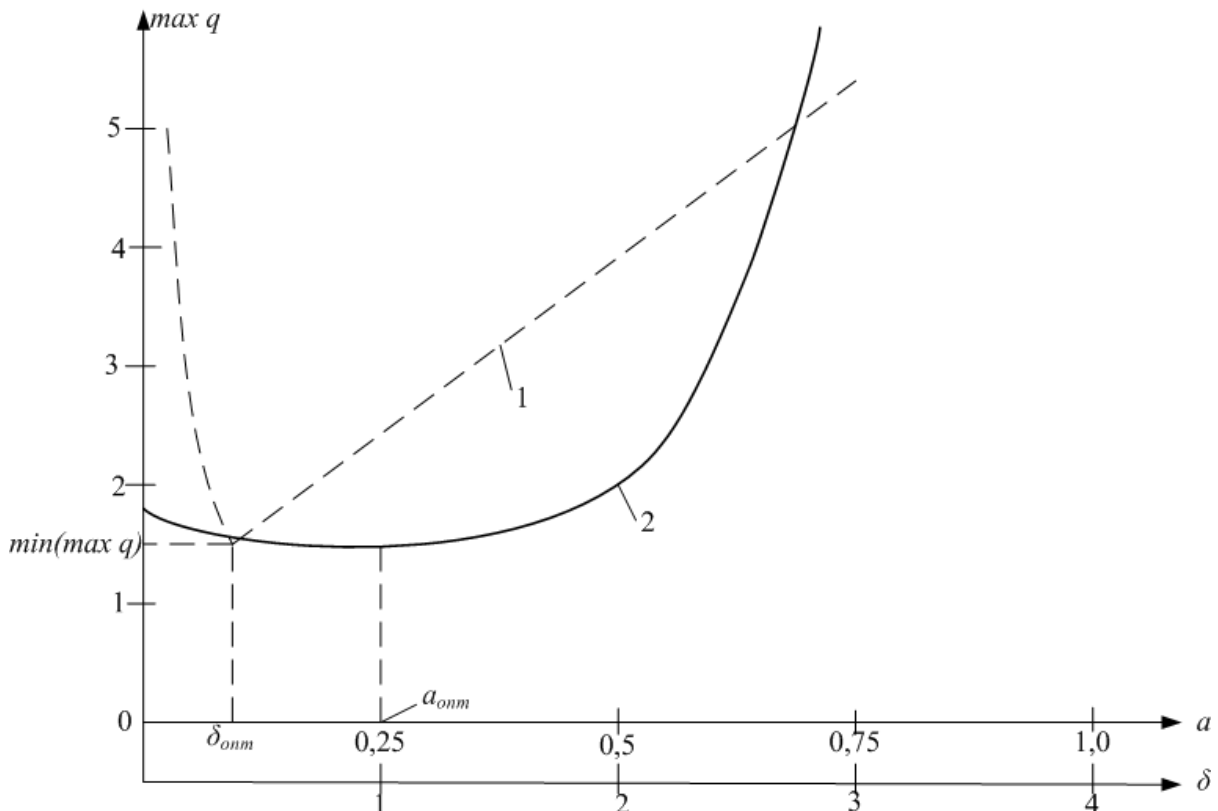


Рис. 3. Залежності для сили від величини демпферування: 1 – при оптимальній жорсткості; 2 – від величини жорсткості демпфера при оптимальному демпферуванні.

З рис. 3 видно, що при зменшенні демпферування у порівнянні з оптимальним амплітуди сили зростають більш різкими темпами, ніж при його збільшенні. І навпаки, при зменшенні жорсткості сили зменшуються вкрай незначним чином й різко зростають при її збільшенні. Аналіз показує, що оптимальний демпфер забезпечує мінімальне розсіювання енергії у демпфері.

Демпфери з параметрами, обраними виходячи з мінімуму вібрації за симетричними формами, як показують розрахунки, задовільно працюють й при кососиметричних формах коливань, а також при встановленні ротора з насадженими на нього барабаном на одну демпферну опору.

Позитивна властивість демпферів в'язкого тертя полягає у тому, що їх налаштування не залежить від величини неврівноваженості, якщо вона не перевищує деякої межі; за котрої демпфери перестають бути лінійними [5].

Висновки

1. Обґрунтована методика розрахунку оптимальних параметрів демпферів в'язкого тертя для гасіння коливань неврівноваженого гнучкого вала з насадженим барабаном.

2. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення інженерних методик розрахунку оптимальних параметрів демпферів в'язкого тертя для гасіння коливань неврівноважених систем типу «вал-барабан».

Список літератури

1. Григорев Н. В. Нелинейные колебания элементов машин и сооружений. Москва. Машгиз. 1961. 250 с.
2. Сергеев С. И. Демпфирование механических колебаний. Москва. Физматгиз. 1959. 270 с.
3. Позняк Э. Л., Космачев А. Н., Рохлина Б. Б. Демпфирование вынужденных изгибных колебаний гибких роторов. Колебания и прочность при переменных напряжениях. Москва. Наука. 1965. С. 53—79.
4. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. Москва. Машиностроение. 1980. Т. 3. Колебание машин, конструкций и их элементов. 1980. 544 с.
5. Симандири Хан. Влияние давления подачи смазки на виброизоляционную способность подшипников со сдавливаемой плёнкой. Конструирование и технология машиностроения. 1976. № 2. С. 86—97.
6. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Ляшко А. П. Вплив неврівноваженості молотильного барабана зернозбирального комбайна на його коливання. Вісник Тернопільського національного технічного університету. 2015. Т. 79. № 3. С. 123—130.

Reference

1. Hryhorev N. V. (1961). Nelineynyie kolebaniya elementov mashin i sooruzheniy [Nonlinear oscillations of machine elements and constructions]. Mashhiz. 250.
2. Serheev S. I. (1959). Dempfirovanie mehanicheskikh kolebaniy [Damping of mechanical vibrations]. Fizmathiz. 270.
3. Pozniak E. L., Kosmachev A. N., Rokhlina B. B. (1965). Dempfirovanie vyinuzhdennyih izgibnyih kolebaniy gibkikh rotorov [Damping of forced flexural vibrations of flexible rotors]. Fluctuations and durability under varying stresses. 53-79.
4. Dymenberha F. M., Kolesnykova K. S. (1980). Vibratsii v tehnik: Spravochnik. V 6-ti t. [Vibrations in machinery. Oscillation machines, structures and their elements], Mashinostroenie. 544.
5. Symandyry H. (1976). Vliyanie davleniya podachi smazki na vibroizolyatsionnyuyu sposobnost podshipnikov so sdavlivayemoy plyonkoy [Influence of lubrication pressure on anti-vibration bearings ability to squeeze the film], Construction and Engineering Technology. 2. 86-97.
6. Loveikin V. S., Chovniuk Yu. V., Liashko A. P. (2015). Vplyv nevrivnovazhenosti molotylnoho barabana zernozbyralnogo kombaina na yoho kolyvannia [Effect of

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЕМПФЕРОВ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ ДЛЯ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО ГИБКОГО ВАЛА С ОДНИМ БАРАБАНОМ. ЧАСТЬ I

В. С. Ловейкин, Ю. В. Човнюк, А. П. Ляшко

Аннотация. Обоснован метод расчета оптимальных параметров демпферов вязкого трения, неуравновешенного гибкого вала с насаженным на него барабаном. Данные демпферы используются для уменьшения резонансных колебаний роторов при широком диапазоне скоростей. В данной работе рассмотрены демпферы вязкого трения. Использование демпферов вязкого трения позволяет существенно уменьшить нежелательные колебания. Для нахождения оптимальных параметров демпферов вязкого трения, использовано так называемые инвариантные скорости амплитудных кривых, которые обладают следующим свойством: амплитуды при этих скоростях вращения вала не зависят от величины демпфирования в опорах. Приведены графики определения инвариантных скоростей.

Важное значение имеет вопрос о «разбалансировке» демпфера, то есть об отклонении его параметров от параметров оптимальных расчетных. В статье построены зависимости для силы от величины демпфирования при оптимальной жесткости и от величины жесткости демпфера при оптимальном демпфировании. Анализ показывает, что оптимальный демпфер обеспечивает минимальное рассеивание энергии в демпфере.

Полученные в работе результаты могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования инженерных методик расчета оптимальных параметров демпферов вязкой трения для гашения колебаний неуравновешенных систем.

Ключевые слова: *расчет, оптимизация, параметры, демпфер, вязкое трение, гашения колебаний, неуравновешенность, гибкий вал, барабан*

CALCULATION OF OPTIMAL PARAMETERS OF DAMPERS OF VISCOUS FRICTION FOR DAMPING OSCILLATIONS OF UNBALANCED FLEXIBLE SHAFT WITH ONE REEL. PART I

V. S. Loveykin, Yu. V. Chovnyuk, A. P. Lyashko

Abstract. Method of calculating the optimal parameters of viscous friction's damper of unbalanced shaft is substantiated. These dampers

are used to reduce resonant vibrations of the rotors in a wide range of speeds. In this article the viscous friction's dampers are considered. Using viscous friction's dampers reduce extraneous vibrations. Invariant velocity of amplitude curve is used for finding the optimal parameters of viscous friction dampers. Graphs of invariant velocity are reported.

Imbalance of the damper is considered. Imbalance of the damper is the rejection of its parameters by parameters optimal calculation. The dependency graph of force against the magnitude of damping at optimal stiffness and graph of force against the magnitude of the damper stiffness with optimal damping are plotted. The optimum damper provides minimal power dissipation in the damper.

The results obtained can be further used to refine and improve the methods of engineering calculation of optimal parameters.

Key words: calculation, optimization, parameters, damper, viscous friction, damping, imbalance, flexible shaft, drum

УДК 514.18

РУХ ЧАСТИНКИ ПО ПОВЕРХНІ СФЕРИЧНОГО ГРУНТООБРОБНОГО ДИСКА

**С. Ф. Пилипака, доктор технічних наук
М. Б. Клендій, кандидат технічних наук
e-mail: engmech_centre@twin.nauu.kiev.ua**

Анотація. Розглянуто відносний рух частинки по внутрішній шорсткій поверхні сферичного ґрунтообробного диска, який обертається навколо горизонтальної осі під дією сили реакції ґрунту. Лезо диска розташовано у вертикальній площині, яка утворює з напрямом руху агрегату кут атаки. Цей кут має допустиму межу, перевищення якої може призвести до волочіння диска. В роботі прийнято допущення, що волочіння відсутнє, кутова швидкість обертання диска є сталою і залежить від сталої швидкості руху агрегату та кута атаки. При роботі агрегату частинки ґрунту попадають на внутрішню поверхню диска і здійснюють по ньому відносний рух, який визначає траєкторію ковзання частинки по поверхні диска. За абсолютною траєкторією руху частинки по відношенню до нерухомої системи координат можна прослідкувати, на яку висоту частинка піднімається після вступу її на поверхню диска.

© С. Ф. Пилипака, М. Б. Клендій, 2017