

of attack. When the unit of soil particles fall on the inner surface of the disc and make it by the relative motion, which defines the trajectory of particle slip on the surface of the disc. The absolute path of motion of a particle with respect to a fixed coordinate system, gives an idea of the height of the particle recovery after its entry onto the disc surface.

Differential equations of motion of the particle, which solved by numerical methods. The particle lands on a disk with the given initial conditions, which are the direction of the entry on the disc and its initial velocity. We consider two models of particle motion on disc. According to one model, it is assumed that the further movement of the particle after its entry to the surface at the expense of kinetic energy, which has a particle at the time of its entry onto the disc surface. According to another model takes into account other particles pressurization force that overcomes the frictional force on the particle surface.

Differential equations of motion of a particle composed in projections on the axis of the fixed spatial coordinate system. Thus, the system is composed of three differential equations with three unknown functions. One of the functions is wanted surface reaction force and depending which describe relative motion particles on the disk surface.

Key words: *cultivating drive, rotational movement, relative motion of particle, differential equations of motion*

УДК 621.87

**АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНИХ РЕЖИМІВ РУХУ
ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН, ЯКІ МІНІМІЗУЮТЬ ДИНАМІЧНІ
НАВАНТАЖЕННЯ У ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТАХ (КАНАТАХ)**

***I. М. Сівак, Ю. В. Човнюк, кандидати технічних наук
Національний університет біоресурсів і
природокористування України
М. Г. Діктерук, кандидат технічних наук
Київський національний університет
будівництва і архітектури
e-mail: sivakim@ukr.net***

Анотація. *Розглянуто вплив різних режимів руху приводного механізму вантажопідйомних машин (кранів), які мінімізують динамічні навантаження у їх пружних елементах (канатах). Використана двома сова модель. У якості критерію оптимізації*

© I. М. Сівак, Ю. В. Човнюк, М. Г. Діктерук, 2017

вказаних вище машин функціонуючих у перехідному режимі (пуску), обраний такий, що мінімізує на протязі цього режиму динамічний коефіцієнт, котрий характеризує навантаження, виникаючі у канатах. Показано, що з підвищенням плавності зміни прискорення (врахування і зменшення максимальних значень прискорень більш високих порядків) приводного валу зменшуються небажані коливання динамічних навантажень в канаті, що неминуче виникають у ньому протягом періоду пуску. Таке зменшення коливань дає можливість збільшити продуктивність вантажопідйомних машин за рахунок зменшення тривалості перехідних ділянок пуску і збільшення швидкості підйому. Зменшення коливань елементів вантажопідйомних машин призводить до значного підвищення їх надійності.

Ключові слова: *оптимізація, динаміка, навантаження, канати, крани*

Постановка проблеми. Продуктивність і надійність вантажопідйомних машин, точність виконання ними розвантажувальних, навантажувальних, транспортних і монтажних операцій, суттєво залежить від динамічних навантажень у пружних елементах гнучких робочих органів, приводу і металоконструкцій. Величини цих навантажень залежать від ділянки руху вантажопідйомної машини чи її механізму. Найбільші динамічні навантаження виникають на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування, реверсування руху). Зокрема, під час гальмування у процесі спуску вантажу коефіцієнт динамічності у пружних елементах (канатах) кранових механізмів досягає величини 2,5...3 і більше.

Одним із шляхів зменшення цих навантажень є вибір необхідних режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів. Безумовно, необхідно з'ясувати наскільки вагомим при цьому є вплив різних режимів руху на динамічні навантаження у пружних елементах вантажопідйомних машин, наприклад, механізмів підйому вантажу кранів. Для визначення динамічних навантажень у канатах слід використовувати, на думку авторів даної роботи, модель з якомога меншою кількістю мас (наприклад, двома сову модель), оскільки, саме такі моделі дають можливість суттєво спростити математичні викладки і отримати розв'язки у аналітичній формі. Якщо виникне потреба визначення більш точного впливу режиму руху привода на самі динамічні навантаження у пружному елементі (канаті) кранового механізму чи конструкції, тоді можуть бути використані моделі з більшою кількістю мас (наприклад, тримасові моделі). Хоча слід зазначити, що три

масова модель (динамічна) механізму підйому вантажу крана, збільшує точність визначення динамічних навантажень у межах 2...3%, порівняно з двома совою моделлю, тому використання останньої динамічної моделі є цілком виправданим.

Аналіз останніх досліджень. У роботі [1] розглянуті кілька можливих режимів руху приводного механізму на ділянці пуску: 1) режим руху з постійним прискоренням, який мінімізує величину рушійного моменту приводу; 2) режим руху з лінійною зміною прискорення, який мінімізує динамічну складову потужності приводу; 3) режим руху зі зміною прискорення по кривій третього порядку; 4) режим руху зі зміною прискорення по кривій п'ятого порядку. Останні два режими руху дають плавну зміну прискорень приводного механізму, що забезпечує зменшення коливань динамічних навантажень в пружних елементах.

У роботах [2–4] показаний вплив цих режимів руху на характер зміни і максимальні значення динамічних навантажень у канаті при підйомі вантажу під час пуску. Автори цих робіт у своїх дослідженнях визначають на основі отриманої математичної моделі пуску вантажопідйомного механізму крана, коефіцієнти динамічності (точніше, коефіцієнти зміни динамічних навантажень у процесі пуску) у залежності від конкретного режиму функціонування приводного механізму. Проте, вказані коефіцієнти не приймають мінімальних (оптимальних для режиму пуску) значень. Проблема полягає у тому, що вказаний коефіцієнт слід мінімізувати для кожного із вказаних режимів руху приводного механізму протягом перехідного процесу (пуску).

Мета досліджень полягає у синтезі (й аналізі) таких режимів руху вантажу на канаті й самого приводу механізму підйому вантажу крана, за яких протягом перехідного процесу (пуску) системи реалізується мінімальне значення коефіцієнта динамічності (класичний підхід) та коефіцієнта зміни динамічних навантажень у процесі пуску для режимів руху привода, зазначених у [1–3]. При цьому, на думку авторів даної роботи, досягти мети дослідження можна, використовуючи методи класичного варіаційного числення.

Результати досліджень. Динамічна модель механізму підйому крана. Як і у [3], у наведеній нижче моделі не враховується затухання коливань, оскільки в кранових механізмах і конструкціях воно здійснюється протягом значного проміжку часу (що значно перевищує тривалість самого процесу пуску). На схемі динамічної моделі механізму підйому вантажу (рис. 1) прийняті такі позначення: m_1, m_2 - зведені до підйомного канату маси відповідно приводного механізму з барабаном та маси вантажу; x_1, x_2 – узагальнюючі координати відповідно мас m_1 і m_2 ; \vec{F}_1 і \vec{F}_2 – рушійна сила приводу й вага вантажу, зведені до вантажного канату; C - жорсткість канату.

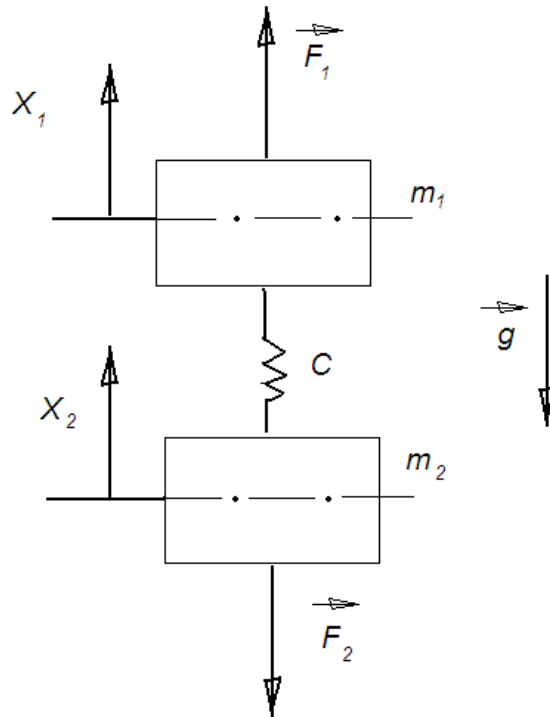


Рис. 1. Динамічна модель механізму підйому крана.

Рівняння руху розглянутої моделі механізму підйому вантажу, мають вигляд:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = F_1 - C(x_1 - x_2); \\ m_2 \ddot{x}_2 = C(x_1 - x_2) - F_2; \quad F_2 = m_2 g' \end{cases} \quad (1)$$

де: \vec{g} – прискорення вільного падіння.

Нижче розглянуті процеси пуску вантажопідйомного механізму, який піднімає вантаж так званим методом «з ваги».

Динамічний аналіз та оптимізація режимів руху на основі коефіцієнта зміни динамічних навантажень у процесі пуску.

Зведемо систему двох диференціальних рівнянь другого порядку (1) до одного рівняння четвертого порядку. З урахуванням того, що рушійна сила приводу визначається залежністю $F_1 = F_2 + (m_1 + m_2) \cdot a$, будемо мати:

$$X_2^{IV} + k^2 \cdot \ddot{X}_2 = k^2 \cdot a, \quad (2)$$

де: $k = \left\{ \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \cdot C \right\}^{1/2}$ – частота власних коливань вибраної динамічної моделі механізму підйому вантажу; $a = a(t)$ – функція прискорення того чи іншого режиму руху приводного механізму, яка залежить від часу t .

Розв'язок рівняння (2) залежить від виду правої частини, яка визначається режимом руху приводного механізму. Динамічна складова зусилля \vec{F} у пружному елементі (канаті) визначається з другого рівняння системи (1) при $F_2 = 0$ і має вигляд:

$$F = C \cdot (X_1 - X_2) = m_2 \ddot{X}_2. \quad (3)$$

Коефіцієнт зміни динамічних навантажень у процесі пуску визначається із залежності:

$$K = \frac{F}{m_2 \cdot \frac{V_y}{t_p}} = \frac{m_2 \cdot \ddot{X}_2}{m_2 \cdot \frac{V_y}{t_p}} = \frac{\ddot{X}_2 \cdot t_p}{V_y}, \quad (4)$$

де: V_y – швидкість усталеного руху вантажу під час підйому «з ваги»; t_p – тривалість розгону вантажу.

Рівняння (2) будемо розв'язувати для початкових умов руху $t=0$, $X_2 = 0$, $\dot{X}_2 = 0$. (При цьому початкові умови руху для приводного механізму з барабаном приймаємо наступними $t=0$, $X_1 = 0$, $\dot{X}_1 = 0$).

Встановимо умови, за яких реалізується рух вантажу m_2 , що задовольняє наступний критерій якості:

$$I = \int_0^{t_p} \{K\}^2 dt \rightarrow \min. \quad (5)$$

Зрозуміло, що (5), з урахуванням (4), можна подати наступним чином:

$$I = \frac{t_p^2}{V_y^2} \cdot \int_0^{t_p} \{\ddot{X}_2\}^2 dt \rightarrow \min. \quad (6)$$

Необхідна умова реалізації критерію (5) чи (6) (т.з. умова Ейлера-Пуассона) має вид:

$$X_2^{(IV)} = 0. \quad (7)$$

Співставимо (2) та (7):

$$\begin{cases} X_2^{(IV)} = 0; \\ X_2^{(IV)} + k^2 \cdot \ddot{X}_2 = k^2 \cdot a(t). \end{cases} \quad (8)$$

У результаті матимемо:

$$\ddot{X}_2 = a(t). \quad (9)$$

Тоді для коефіцієнта K маємо:

$$K = \frac{\ddot{X}_2 \cdot t_p}{V_y} = \frac{a(t) \cdot t_p}{V_y}. \quad (10)$$

Визначимо K за (10) для кожного режиму руху приводного механізму:

$$\text{А. Перший режим: } a(t) = \text{const}. \quad (11)$$

$$K_1 = 1 \quad (12)$$

$$\text{Б. Другий режим: } a(t) = \frac{2V_y}{t_p} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right). \quad (13)$$

$$K_2 = 2 \left(1 - \frac{t}{t_p}\right) \quad (14)$$

$$\text{В. Третій режим: } a(t) = \frac{12V_y}{t_p} \cdot \left\{\frac{t}{t_p} - 2\frac{t^2}{t_p^2} + \frac{t^3}{t_p^3}\right\}. \quad (15)$$

$$K_3 = 12 \left\{\frac{t}{t_p} - 2\frac{t^2}{t_p^2} + \frac{t^3}{t_p^3}\right\}. \quad (16)$$

Г. Четвертий режим:

$$a(t) = \frac{60V_y}{t_p} \cdot \frac{t^2}{t_p^2} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right)^3 K_4 = 60 \frac{t^2}{t_p^2} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_p}\right)^3 \quad (18)$$

У роботі [3] визначені K_i , $i = (\overline{1,4})$, для всіх чотирьох режимів руху приводного механізму, проте, вони можуть бути подані наступним співвідношенням:

$$\bar{K}_i = \frac{a_i(t) \cdot t_p}{V_y} \cdot \{1 - \cos(kt)\}. \quad (19)$$

Зрозуміло, що за інших однакових умов $\bar{K}_i^2 > K_i^2$, оскільки:

$$\frac{\bar{K}_i^2}{K_i^2} = \frac{\{1 - \cos(kt)\}^2}{1} = \left\{2 \sin^2\left(\frac{kt}{2}\right)\right\}^2 = 4 \sin^4\left(\frac{kt}{2}\right). \quad (20)$$

При $\sin\left(\frac{kt}{2}\right) = 1$ з (20) маємо:

$$\frac{\bar{K}_i^2}{K_i^2} = 4 \rightarrow \frac{\bar{K}_i}{K_i} = 2. \quad (21)$$

Отже, у моменти часу t_j , які визначаються зі співвідношення:

$$t_j = \frac{(-1)^j \cdot \pi}{k} + \frac{j2\pi}{k}, \quad j = (0, 1, 2, 3, \dots), \quad (22)$$

виконується умова (21).

Динамічний аналіз та оптимізація режимів руху на основі коефіцієнта динамічності (у класичному вигляді).

Слід зазначити, що режими руху мас m_1 і m_2 визначені у п. 1.1 співпадають, оскільки:

$$C(X_1 - X_2) = m_2 \ddot{X}_2 \rightarrow C(\ddot{X}_1 - \ddot{X}_2) = m_2 X_2^{(IV)} \rightarrow C(\ddot{X}_1 - \ddot{X}_2) = 0 \rightarrow \ddot{X}_1 = \ddot{X}_2 \quad (23)$$

Враховуючи (9), з (23) маємо:

$$\begin{cases} \ddot{X}_1(t) = a_j(t); & X_1 = \dot{X}_1 = 0 \\ \ddot{X}_2(t) = a_j(t); & X_2 = \dot{X}_2 = 0; \quad j = (1, 4) \end{cases} \quad (24)$$

Отже, рівняння (24) за наведених вище початкових умов можна легко проінтегрувати для кожного j .

Маємо:

$$\text{а) перший режим} - X_1(t) = X_2(t) = \frac{V_y \cdot t^2}{2t_p}; \quad (25)$$

$$\text{б) другий режим} - X_1(t) = X_2(t) = \frac{V_y \cdot t^2}{t_p} - \frac{V_y t^3}{3t_p^3}; \quad (26)$$

$$\text{в) третій режим} - X_1(t) = X_2(t) = \frac{12V_y}{t_p} \left\{ \frac{t^3}{6t_p} - \frac{t^4}{6t_p^2} + \frac{t^5}{20t_p^3} \right\}; \quad (27)$$

г) четвертий режим –

$$X_1(t) = X_2(t) = \frac{60V_y}{t_p} \left\{ \frac{t^4}{12t_p^2} - \frac{3t^5}{20t_p^3} + \frac{t^6}{10t_p^4} - \frac{t^7}{42t_p^5} \right\}. \quad (28)$$

Таким чином встановлені закони руху $X_1(t)$ й $X_2(t)$ відповідно мас m_1 і m_2 , за яких для кожного варіанту режиму роботи приводного механізму ($j = (\overline{1,4})$), виконуються критерії якості руху системи (5) та (6), а сила навантаження канату мінімальна.

Висновки

1. Обґрунтована динамічна модель механізму підйому крана для якої проведений всебічний динамічний аналіз та оптимізація режимів руху на основі коефіцієнта зміни динамічних навантажень у процесі пуску.

2. Встановлені закони руху приводу та вантажу на канаті, за яких для кожного варіанту режиму оптимального функціонування приводу виконуються критерії якості руху системи «привод – канат – вантаж» механізму підйому крана, що мінімізують у перехідний період (пуску) значення коефіцієнта динамічності.

3. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу у період їх пуску, як на стадіях проектування, так і у режимах реальної експлуатації.

Список літератури

1. *Ловеїкин В. С.* Расчёты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин. Киев. УМК ВО. 1990. 166 с.
2. *Ловеїкин В. С.* Аналіз оптимальних режимів руху піднімальних машин. Вібрації в техніці та технологіях. 2004. №2 (34). С. 1—5.
3. *Ловеїкин В. С.* Мінімізація динамічних навантажень в пружних елементах вантажопідйомних машин. Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини. Київ. КНУБА. 1998. Вип. 52. С. 63—68.
4. *Keith A. Hekman, William E. Singhouse.* A feedback control system for suppressing crane oscillations with on – off motors. International journal of control, automation and systems. 2007. № 3. P. 223—233.

References

1. *Loveikin V. S.* (1990). Calculations of optimum modes of movement of construction machinery. Kiev. UMK. 160.
2. *Loveikin V. S.* (2004). Analysis of the optimal modes of motion of lifting machines. Vibrations in technics and technologies. No. 2 (34). 1-5.
3. *Loveikin V. S.* (1998). Minimization of dynamic loads in the elastic elements of the lifting equipment. Mining, construction, road and reclamation machines. Kiev. Knuca. Vol. 52. 63-68.
4. *Keith A. Hekman, William E. Singhouse.* (2007). A feedback control system for suppressing crane oscillations with on – off motors. International journal of control, automation and systems. № 3. 223-233.

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАШИН, КОТОРЫЕ МИНИМИЗИРУЮТ ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ В УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТАХ (КАНАТАХ)

И. М. Сивак, Ю. В. Човнюк, М. Г. Диктерук

Аннотация. Рассмотрено влияние различных режимов движения приводного механизма грузоподъемных машин (кранов), которые минимизируют динамические нагрузки в их упругих

элементах (канатах). Использована двухсоставная модель. В качестве критерия оптимизации указанных выше машин функционирующих в переходном режиме (пуска), выбран такой, что минимизирует на протяжении этого режима динамический коэффициент, который характеризует нагрузки, возникающие в канатах. Показано, что с повышением плавности изменения ускорения (учет и уменьшения максимальных значений ускорений более высоких порядков) приводного вала уменьшаются нежелательные колебания динамических нагрузок в канате, неизбежно возникающих в нем в течение периода пуска. Такое уменьшение колебаний дает возможность увеличить производительность грузоподъемных машин за счет уменьшения продолжительности переходных участков пуска и увеличения скорости подъема. Уменьшение колебаний элементов грузоподъемных машин приводит к значительному повышению их надежности.

Ключевые слова: оптимизация, динамика, нагрузки, канаты, краны

ANALYSIS AND SYNTHESIS OF OPTIMUM MODES OF MOVEMENT HOISTING MACHINERY, WHICH MINIMIZE DYNAMIC LOADS IN ELASTIC ELEMENTS (ROPES)

I. M. Sivak, Yu. V. Chovnyuk, M. G. Dickeruk

Abstract. *The influence of different modes of motion drive mechanism lifting equipment (cranes) that minimize dynamic loads in their elastic elements (ropes). Used two owl model. As optimization criterion above machines operating in transition mode (start) selected such that minimizes during this mode dynamic coefficient, which characterizes the load arising in the ropes. It is shown that with increasing the smoothness of the acceleration (taking into account and reduce the maximum acceleration values higher orders) drive shaft reduces unwanted vibrations dynamic loads in the rope that inevitably arise in it for a period starting. This reduction of vibrations enables to increase productivity of lifting equipment by reducing the length of transitional areas of start and increase the speed of recovery. Reduced vibrations items of lifting equipment leads to a significant increase in their reliability.*

Key words: optimization, dynamics, loads, ropes, cranes