

EVALUATION OF CREATION OF MACHINE-TRACTOR AGGREGATES ON BASIS OF SELF-PROPELLED CHASSIS PROMISING LAYOUT

G. V. Shkarivskiy

Abstract. *The results of studies to assess the potential impact of design-layout scheme of self-propelled chassis using criteria collection unit, maintainability and functional unit of saturation power unit to create a machine and tractor units on the basis of it. Considered and analyzed three possible options for circuit solutions for power unit that have structurally-layout scheme of self-propelled chassis for the possibility of a wide range of features to change their consumer qualities to achieve the highest level of design flexibility equal to 1.00, the first of which includes the location of the post control on the back axle and rear engine, not reversible helm, not reverse transmission, the second involves the establishment of a reversible control station, the reverse transmission, cross-database location of the motor and the power unit and the third provides for the establishment of reverse resettable, in the cross-vertical plane, the control station, the reverse transmission, cross-database location of the motor-power unit. It was found that the use of the machine and tractor units, created on the basis of a self-propelled chassis of the declared third embodiment circuitry and involved in the implementation process of growing crops, subject to the effective functioning of the combined units at its base and the availability of machines and tools for the creation of the necessary equipment will receive the maximum the possible values of evaluation criteria collection unit, maintainability and functional unit of saturation power unit, which is equal to 1.00.*

Key words: *mobile power tool, tractor units, acquisition, assessment, prospective design-layout scheme, self-propelled chassis, the criterion*

УДК 514.18

КОНСТРУЮВАННЯ МІНІМАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ НА ОСНОВІ ПРОСТОРОВИХ ІЗОТРОПНИХ ЛІНІЙ

С. Ф. Пилипака, доктор технічних наук
М. М. Муквич, кандидат технічних наук
e-mail: engmech_centre@twin.nauu.kiev.ua

Анотація. *У статті здійснено аналітичний опис ізотропних ліній нульової довжини та мінімальних поверхонь за допомогою*

© С. Ф. Пилипака, М. М. Муквич, 2017

функцій комплексної змінної. Знайдено аналітичні умови утворення параметричних рівнянь ізотропних ліній у вигляді функцій комплексної змінної, дійсною частиною яких є вирази, що задають параметричні рівняння кола одиничного радіуса. При визначенні аналітичного опису ізотропних ліній із умови рівності нулю диференціала дуги вдалося уникнути громіздких перетворень за формулами Шварца. Використовуючи запропонований спосіб аналітичного опису ліній нульової довжини, знайдено параметричні рівняння чотирьох різних сімей ізотропних ліній. Кожній сім'ї ізотропних ліній відповідає мінімальна поверхня і приєднана мінімальна поверхня.

Конструювання мінімальних поверхонь здійснено у комплексному просторі з твірними ізотропними лініями переносу. Наведено вирази першої та другої квадратичних форм знайдених мінімальних поверхонь і показано, що величина середньої кривини дорівнює нулю. Утворені вказаним способом мінімальні поверхні конгруентні двом мінімальним поверхням, які мають різні метричні властивості та різні властивості кривини поверхні. Одна із знайдених мінімальних поверхонь є близькою до мінімальної поверхні Каталана за геометричними та диференціальними характеристиками.

Ключові слова: *ізотропна лінія, мінімальна поверхня, квадратична форма поверхні, формули Шварца, поверхня Каталана*

Постановка проблеми. Дослідження способів аналітичного опису мінімальних поверхонь зумовлене конструктивними властивостями оболонок, які мають форму мінімальних поверхонь. Мінімальна поверхня, обмежена замкненою плоскою або просторовою лінією, має найменшу площу. Геометрична форма мінімальної поверхні забезпечує рівномірний розподіл зусиль в оболонці та додаткову жорсткість [1].

Знаходження аналітичного опису мінімальної поверхні, яка проходить через замкнену лінію, зводиться до розв'язування нелінійного диференціального рівняння у частинних похідних Ейлера-Лагранжа, яке у загальному випадку не інтегрується [2].

Аналіз останніх досліджень. Сучасні дослідження аналітичного опису мінімальних поверхонь полягають в удосконаленні варіаційних та кінцево-різницевих чисельних методів розв'язування диференціального рівняння Ейлера-Лагранжа [3, 4], у вивченні можливостей використання спеціальних параметризацій [5]. Інший напрям досліджень аналітичного опису ізотропних кривих та мінімальних поверхонь, що пов'язаний із використанням функцій

комплексної змінної, реалізовано у роботах [6, 7, 8]. Зокрема, у дисертаційному дослідженні [6] знайдено аналітичний опис ізотропних кривих за формулами Шварца [9] на основі просторової кривої, що лежить на поверхні циліндра та на основі кривої укусу. Використання формул Шварца для знаходження ізотропних кривих можливе тільки в окремих випадках, бо пов'язане з інтегруванням складних виразів. Також у роботі [6] було розглянуто окремі випадки аналітичного опису ізотропних ліній на основі рівнянь плоскості уявної кривої виду $x(t) = f_1(t) + i \cdot f_2(t)$; $y(t) = f_1(t) - i \cdot f_2(t)$, але використано тільки функції дійсної змінної $f_1(t)$ і $f_2(t)$.

Тому розширення способів аналітичного опису ізотропних кривих є необхідною умовою вирішення проблеми конструювання неперервного каркасу мінімальних поверхонь.

Мета досліджень. Знайти аналітичний опис ізотропних ліній за допомогою функцій комплексної змінної, дійсною частиною яких є вирази, що задають параметричні рівняння кола одиничного радіуса. На основі вказаних ізотропних ліній побудувати мінімальні поверхні та приєднати до них.

Результати досліджень. Параметричні рівняння ізотропної лінії нульової довжини будемо шукати за допомогою функцій комплексної змінної:

$$\begin{aligned} x(t) &= \cos t + i \cdot f_1(t); \\ y(t) &= \sin t + i \cdot f_2(t); \\ z &= z(t), \end{aligned} \quad (1)$$

де: $f_1(t), f_2(t)$ – деякі функції дійсної або комплексної змінної.

Функцію $z = z(t)$ виразимо із умови рівності нулю диференціала дуги ізотропної лінії:

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \cdot dt = 0. \quad (2)$$

Диференціюючи вирази (1), будемо вимагати виконання умови (2). Тоді, після перетворень, отримаємо:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -1 + \left(\frac{df_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{df_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{df_1}{dt} \cdot \sin t - \frac{df_2}{dt} \cdot \cos t\right). \quad (3)$$

Дослідимо можливість утворення параметричних рівнянь ізотропної лінії, використовуючи функції $f_1(t), f_2(t)$ комплексної змінної. Знаходження функції $z = z(t)$ із диференціального рівняння (3) для заданих функцій $f_1(t), f_2(t)$ можливе тільки в окремих випадках, наприклад, для функцій комплексної змінної:

$$f_1(t) = \pm \cos(i \cdot t); f_2(t) = \pm \sin(i \cdot t). \quad (4)$$

Розглянемо випадок: $f_1(t) = \cos(i \cdot t)$; $f_2(t) = \sin(i \cdot t)$, тоді диференціальне рівняння (3) має загальні розв'язки:

$$z_1(t) = (2 - 2i) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{i+1}{2} \cdot t\right) + C \quad \text{або} \quad z_2(t) = -(2 - 2i) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{i+1}{2} \cdot t\right) + C, \quad (5)$$

де: C – довільна стала інтегрування.

Використавши вираз $z_1(t)$ із рівностей (5), для кожного значення сталої C отримаємо параметричні рівняння сім'ї ізотропних ліній:

$$\begin{aligned} x(t) &= \cos t + i \cdot \cos(i \cdot t); \\ y(t) &= \sin t + i \cdot \sin(i \cdot t); \\ z(t) &= (2 - 2i) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{i+1}{2} \cdot t\right) + C. \end{aligned} \quad (6)$$

Для знаходження рівнянь мінімальної та приєднаної до неї мінімальної поверхні для функцій комплексної змінної (6) уведемо заміну [7, 8]: $t = u + i \cdot v$. Тоді отримаємо параметричні рівняння мінімальної поверхні $X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)$:

$$\begin{aligned} X(u, v) &= \operatorname{Re}\{x(u + i \cdot v)\}; \quad Y(u, v) = \operatorname{Re}\{y(u + i \cdot v)\}; \\ Z(u, v) &= \operatorname{Re}\{z(u + i \cdot v)\}; \end{aligned} \quad (7)$$

та приєднаної мінімальної поверхні $X^*(u, v), Y^*(u, v), Z^*(u, v)$:

$$\begin{aligned} X^*(u, v) &= \operatorname{Im}\{x(u + i \cdot v)\}; \quad Y^*(u, v) = \operatorname{Im}\{y(u + i \cdot v)\}; \\ Z^*(u, v) &= \operatorname{Im}\{z(u + i \cdot v)\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Відокремивши дійсну та уявну частину для кожної з функцій (6) згідно (7), (8), маємо рівняння мінімальної поверхні:

$$\begin{aligned} X(u, v) &= \cos u \cdot \operatorname{ch} v - \sin v \cdot \operatorname{sh} u; \\ Y(u, v) &= \sin u \cdot \operatorname{ch} v - \cos v \cdot \operatorname{sh} u; \end{aligned} \quad (9)$$

$$Z(u, v) = 2 \cos\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u-v}{2}\right) + 2 \sin\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{u-v}{2}\right) + C,$$

та приєднаної мінімальної поверхні:

$$\begin{aligned} X^*(u, v) &= \cos v \cdot \operatorname{ch} u - \sin u \cdot \operatorname{sh} v; \\ Y^*(u, v) &= -\sin v \cdot \operatorname{ch} u + \cos u \cdot \operatorname{sh} v; \\ Z^*(u, v) &= -2 \cos\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u-v}{2}\right) + 2 \sin\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{u-v}{2}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

де: C – довільна стала інтегрування.

На рис. 1 зображено відсік мінімальної поверхні, побудованої за рівняннями (9) при $C = 0$; $u \in [-2; \dots; 2]$; $v \in [2; \dots; 2]$.

Коефіцієнти першої квадратичної форми мінімальної поверхні (9) та приєднаної поверхні (10) дорівнюють:

$$E = G = 2[\operatorname{ch}(u - v) - \cos(u + v)] \cdot \operatorname{ch}^2 \frac{u + v}{2}; F = 0. \quad (11)$$

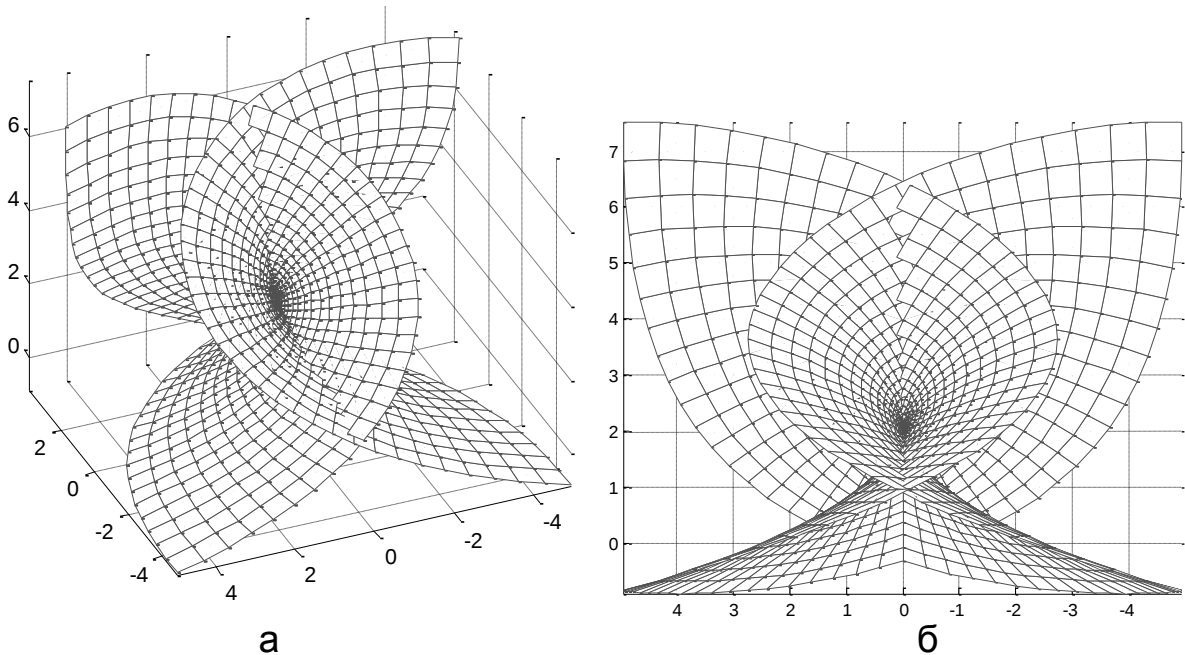


Рис. 1. Відсіки мінімальної поверхні, побудованої за рівняннями (9): а) аксонометрія мінімальної поверхні; б) фронтальна проекція мінімальної поверхні.

Коефіцієнти другої квадратичної форми мінімальної поверхні (9), знайдені за відомими формулами диференціальної геометрії [9], дорівнюють:

$$\begin{aligned} L = -N &= \operatorname{ch} \frac{u - v}{2} \cdot \sin \frac{u + v}{2} + \cos \frac{u + v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u - v}{2}; \\ M &= -\operatorname{ch} \frac{u - v}{2} \cdot \sin \frac{u + v}{2} + \cos \frac{u + v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u - v}{2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Коефіцієнти другої квадратичної форми приєднаної мінімальної поверхні (10), дорівнюють:

$$\begin{aligned} L^* = -N^* &= \operatorname{ch} \frac{u - v}{2} \cdot \sin \frac{u + v}{2} - \cos \frac{u + v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u - v}{2}; \\ M^* &= \operatorname{ch} \frac{u - v}{2} \cdot \sin \frac{u + v}{2} + \cos \frac{u + v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u - v}{2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Коефіцієнти першої та другої квадратичних форм побудованих поверхонь (9) та (10), перетворюють вираз середньої кривини $H = \frac{E \cdot N - 2 \cdot F \cdot M + G \cdot L}{2(E \cdot G - F^2)}$, для кожної із указаних поверхонь, до нуля.

Вирази коефіцієнтів другої квадратичної форми (12) і (13) мінімальних поверхонь мають подібну структуру, тому мінімальна

поверхня (9) і приєднана мінімальна поверхня (10) мають спільні характеристики кривини поверхні. Фактично ж поверхні (9) і (10) є конгруентними фігурами. Слід зазначити, що мінімальні поверхні (9) і (10) мають близькі геометричні характеристики із мінімальною поверхнею Каталана [10].

Для випадку $f_1(t) = \cos(i \cdot t)$; $f_2(t) = -\sin(i \cdot t)$, диференціальне рівняння (3) має загальні розв'язки:

$$z_1(t) = (2 + 2i) \cdot \sin\left(\frac{i+1}{2} \cdot t\right) + C \quad \text{або} \quad z_2(t) = -(2 + 2i) \cdot \sin\left(\frac{i+1}{2} \cdot t\right) + C, \quad (14)$$

де: C – довільна стала інтегрування.

Використавши вираз $z_1(t)$ із рівностей (14), для кожного значення сталої C отримаємо параметричні рівняння сім'ї ізотропних ліній:

$$\begin{aligned} x(t) &= \cos t + i \cdot \cos(i \cdot t); \\ y(t) &= \sin t - i \cdot \sin(i \cdot t); \\ z(t) &= (2 + 2i) \cdot \sin\left(\frac{i+1}{2} \cdot t\right) + C. \end{aligned} \quad (15)$$

Увівши заміну $t = u + i \cdot v$ і відокремивши дійсну та уявну частину для кожної з функцій (15), отримаємо рівняння мінімальної поверхні:

$$\begin{aligned} X(u, v) &= \cos u \cdot \operatorname{ch} v - \sin v \cdot \operatorname{sh} u; \\ Y(u, v) &= \sin u \cdot \operatorname{ch} v + \cos v \cdot \operatorname{sh} u; \\ Z(u, v) &= 2 \operatorname{ch}\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{u-v}{2}\right) - 2 \cos\left(\frac{u-v}{2}\right) \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{u-v}{2}\right) + C, \end{aligned} \quad (16)$$

та приєднаної мінімальної поверхні:

$$\begin{aligned} X^*(u, v) &= \cos v \cdot \operatorname{ch} u - \sin u \cdot \operatorname{sh} v; \\ Y^*(u, v) &= \sin v \cdot \operatorname{ch} u + \cos u \cdot \operatorname{sh} v; \\ Z^*(u, v) &= 2 \sin\left(\frac{u-v}{2}\right) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u+v}{2}\right) + 2 \cos\left(\frac{u-v}{2}\right) \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{u+v}{2}\right), \end{aligned} \quad (17)$$

де: C – довільна стала інтегрування.

На рис.2 зображено відсік мінімальної поверхні, побудованої за рівняннями (16) при $C = 0$; $u \in [-2; \dots; 2]$; $v \in [2; \dots; 2]$.

Коефіцієнти першої квадратичної форми мінімальної поверхні (16) та приєднаної поверхні (17) дорівнюють:

$$E = G = 2[\operatorname{ch}(u+v) + \cos(u-v)] \cdot \operatorname{ch}^2 \frac{u-v}{2}; \quad F = 0. \quad (18)$$

Коефіцієнти другої квадратичної форми мінімальної поверхні (16), знайдені за відомими формулами диференціальної геометрії [9], дорівнюють:

$$\begin{aligned}
 L = -N &= \operatorname{ch} \frac{u+v}{2} \cdot \cos \frac{u-v}{2} - \sin \frac{u-v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u+v}{2}; \\
 M &= \operatorname{ch} \frac{u+v}{2} \cdot \cos \frac{u-v}{2} + \sin \frac{u-v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u+v}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

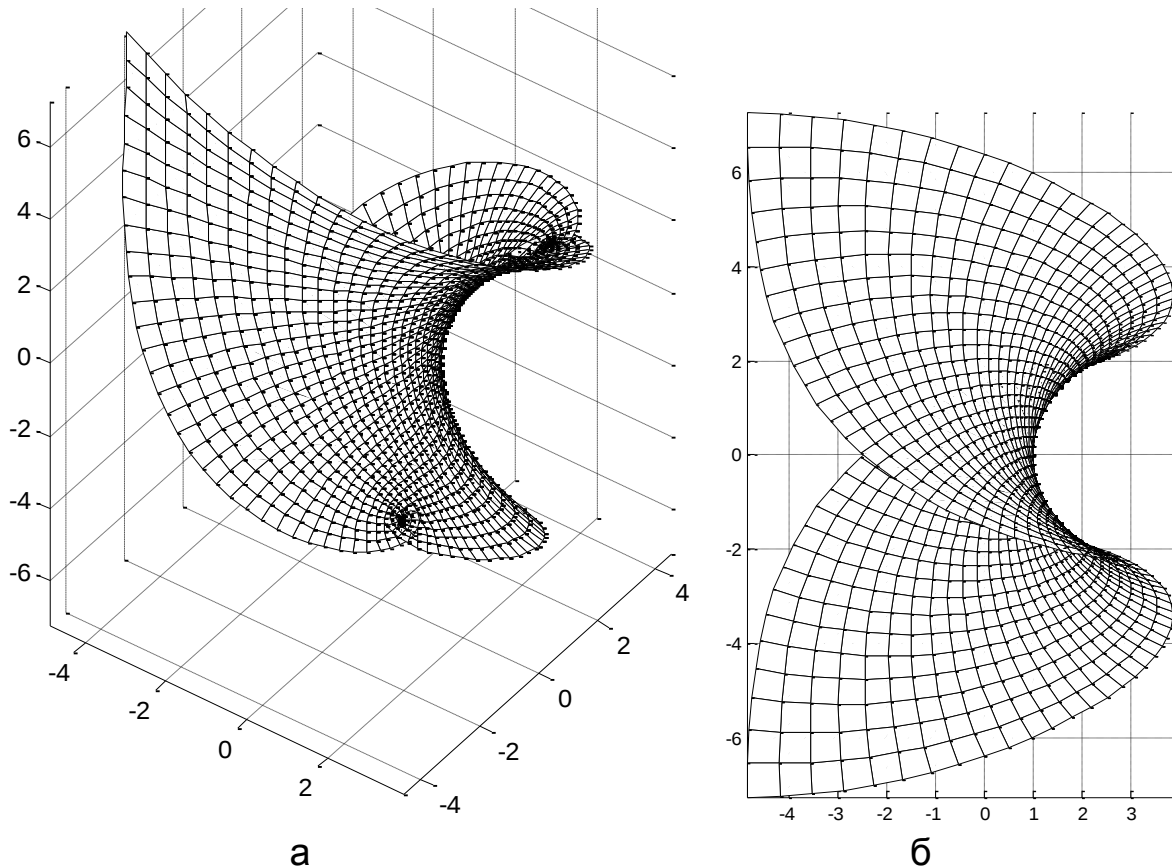


Рис. 2. Відсіки мінімальної поверхні, побудованої за рівняннями (16): а) аксонометрія мінімальної поверхні; б) профільна проекція мінімальної поверхні.

Коефіцієнти другої квадратичної форми приєднаної мінімальної поверхні (17), дорівнюють:

$$\begin{aligned}
 L^* = -N^* &= -\operatorname{ch} \frac{u+v}{2} \cdot \cos \frac{u+v}{2} - \sin \frac{u-v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u+v}{2}; \\
 M^* &= \operatorname{ch} \frac{u+v}{2} \cdot \cos \frac{u-v}{2} - \sin \frac{u-v}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{u+v}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

Коефіцієнти першої та другої квадратичних форм побудованих поверхонь (16) та (17), перетворюють вираз середньої кривини $H = \frac{E \cdot N - 2 \cdot F \cdot M + G \cdot L}{2(E \cdot G - F^2)}$, для кожної із указаних поверхонь, до нуля.

Вирази коефіцієнтів другої квадратичної форми мінімальних поверхонь (16) і (17) мають подібну структуру, тому мінімальні

поверхні (16) і (17) можна вважати конгруентними фігурами. Мінімальні поверхні, утворені вказаним способом за допомогою функцій $f_1(t) = -\cos(i \cdot t)$; $f_2(t) = \sin(i \cdot t)$, мають спільні метричні властивості та властивості кривини поверхні з мінімальними поверхнями (9), (10). Це пояснюється тим, що дійсні частини відповідних коефіцієнтів квадратичних форм, записаних у вигляді функцій комплексної змінної, є рівними виразами або виразами, які набувають протилежних значень (для приєднаних мінімальних поверхонь). Аналогічно, мінімальні поверхні, утворені вказаним способом за допомогою функцій $f_1(t) = -\cos(i \cdot t)$; $f_2(t) = -\sin(i \cdot t)$, мають спільні метричні властивості та властивості кривини поверхні з мінімальними поверхнями (16), (17).

Висновок. Використовуючи параметричні рівняння ізотропної лінії у вигляді (1), можна знайти чотири різні сім'ї уявних кривих нульової довжини. Кожній сім'ї ізотропних ліній відповідає мінімальна поверхня та приєднана мінімальна поверхня. При цьому всі утворені вказаним способом мінімальні поверхні характеризуються спільними метричними властивостями та спільними властивостями кривини із двома різними поверхнями. У статті знайдено аналітичний опис мінімальної поверхні, яка є близькою до мінімальної поверхні Каталана за геометричними та диференціальними характеристиками.

Список літератури

1. Михайленко В. Е., Ковалёв С. Н. Конструирование форм современных архитектурных конструкций. Київ. Будівельник. 1978. 112 с.
2. Математическая энциклопедия. Москва. Т. 3. Советская энциклопедия. 1982. С. 683—690.
3. Гацунаев М. А., Клячин А. А. О равномерной сходимости кусочно-линейных решений уравнения минимальной поверхности. Уфимский математический журнал. 2014. Т. 6. №3. С. 3—16.
4. Пульпинский Я. С. Математическое моделирование оболочек вращения сложных форм: автореф. дисс. канд. техн. наук. 05.13.18. Пензенский государственный университет архитектуры и строительства. Пенза. 2006. 20 с.
5. Yuzi Jin, Young Wook Kim, Namkyoung Park, Heayong Shin. Ruled minimal surfaces in product spaces. Bulletin of the Korean Math. Society. 2016. Vol. 53. Issue 6. P. 1887—1892.
6. Коровіна І. О. Конструювання поверхонь сталої середньої кривини за заданими лініями інциденції: автореф. дис. канд. техн. наук. 05.01.01. Київський національний університет будівництва і архітектури. Київ. 2012. 20 с.
7. Пилипака С. Ф., Муквич М. М. Утворення ізотропних ліній та мінімальних поверхонь за допомогою плоских кривих, заданих функціями натурального параметра. Наукові доповіді НУБіП України. 2016. №7 (64). Режим доступу до журналу: <http://journals.nubip.edu.ua/index.php/Dopovid/article/view/7734>.
8. Пилипака С. Ф., Муквич М. М. Аналітичний опис ізотропних ліній на поверхні псевдосфери та побудова мінімальних поверхонь. Науковий вісник

Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК. 2016. Вип. 254. С. 202—210.

9. *Фиников С. П.* Теория поверхностей. Москва. Ленинград. ГТТИ. 1934. 206 с.

10. *Кривошапко С. Н., Иванов В. Н., Халаби С. М.* Аналитические поверхности. Москва. Наука. 2006. 544 с.

References

1. *Mikhailenko V. E., Kovalev S. N.* (1978). Konstruirovaniye form sovremennykh arkhitekturnykh konstruktsey [Construction of forms of modern architectural structures]. *Budivel'nyk*. 112.

2. *Matematicheskaya entsyklopediya.* (1982). [Encyclopedia of mathematics]. Moscow: Sovetskaya entsyklopediya. 683–690.

3. *Hatsunaev M. A., Klyachin A. A.* (2014). O ravnomernoy skhodimosti kusochno-lineynykh resheniy uravneniya minimal'noy poverkhnosti [On uniform convergence of piecewise-linear solutions to minimal surface equation]. *Ufimskiy matematychny zhurnal*. 6(3). 3–16.

4. *Pul'pinskiy Ja. S.* (2006). Matematicheskoe modelirovaniye obolochek vrashcheniya slozhnykh form [Mathematical modeling of shells of revolution complex forms]. *Penzenskij gosudarstvennyy universitet arhitektury i stroitel'stva*. Penza. 20.

5. *Jin Yu., Kim W., Park N., Shin H.* (2016). A uniqueness theorem for the minimal surface equation. *Pacific Journal of Mathematics*, 176(2). 357-364.

6. *Korovina I. O.* (2012). Konstruiuvannya poverkhon staloi serednoi kryvyny za zadanyimi liniyami intsydentsii [Constructing of a surfaces of a constant mean curvature]. *Kyiv National University of Construction and Architecture*. Kyiv. 20.

7. *Pilipaka S. F., Mukvych M. M.* (2016). Utvorennia izotropnykh liniy ta minimalnykh poverkhon za dopomohoiu ploskykh kryvykh, zadanykh funktsiyami natural'nogo parametra [Modelling of isotropic lines and minimal surfaces with a help of flat curves, given by natural parameter functions]. *Naukovi dopovidi NUBiP Ukrainy*. 7 (64). Available at: <http://journals.nubip.edu.ua/index.php/Dopovidi/article/view/7734>.

8. *Pilipaka S. F., Mukvych M. M.* (2016). Analitichnyi opys izotropnykh liniy na poverkhni psevdosfery ta pobudova minimalnykh poverkhon [Analytical description isotropic line on surface pseudosphere and construction minimal surfaces]. *Naukovyi visnyk Natsionalnogo universytetu bioresursiv i pryrodokorystuvannya Ukrainy. Seriya: tekhnika ta enerhetyka APK*. 254. 202-210.

9. *Finikov S. P.* (1934). Teoriya poverkhnostey [Theory of surfaces]. Moskva. Leningrad. HTTI. 206.

10. *Krivoschapko S. N., Ivanov V. N., Halabi S. M.* (2006). Analiticheskie poverhnosti [Analytic surfaces]. Moscow. Russia. Science. 544.

КОНСТРУИРОВАНИЕ МИНИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ИЗОТРОПНЫХ ЛИНИЙ

С. Ф. Пилипака, Н. Н. Муквич

Аннотация. В статье осуществлено аналитическое описание изотропных линий нулевой длины и минимальных поверхностей с помощью функций комплексного переменного. Определены аналитические условия образования параметрических уравнений изотропных линий в виде функций комплексного переменного, действительной частью которых

являются выражения, задающие параметрические уравнения окружности единичного радиуса. При определении аналитического описания изотропных линий из условия равенства нулю дифференциала дуги удалось избежать громоздких преобразований по формулам Шварца. Используя предложенный способ, найдено аналитическое описание четырех разных семей изотропных линий. Каждой семье изотропных линий соответствует минимальная поверхность и присоединённая минимальная поверхность.

Конструирование минимальных поверхностей осуществляется в комплексном пространстве с образующими изотропными линиями переноса. В работе приведены выражения первой и второй квадратичных форм искомых минимальных поверхностей и показано, что величина средней кривизны равна нулю. Образованные указанным способом минимальные поверхности конгруэнтны двум минимальным поверхностям, которые имеют различные метрические свойства и свойства кривизны поверхности. Одна из определённых минимальных поверхностей близка к минимальной поверхности Каталана по геометрическим и дифференциальным характеристиками.

Ключевые слова: *изотропная линия, минимальная поверхность, квадратичная форма поверхности, формулы Шварца, поверхность Каталана*

CONSTRUCTION MINIMAL SURFACES USING SPATIAL ISOTROPIC CURVES

S. F. Pilipaka, M. M. Mukvych

Abstract. *The paper carried an analytical description of isotropic lines of zero length and minimal surfaces with the help of a complex variable. Analytical conditions for the formation of parametric equations of isotropic lines in the form of functions of a complex variable, the real part of which are expressions that define parametric equations of a circle of unit radius. When defining the analytical description of isotropic lines equating to zero the differential arc avoided cumbersome transformations Schwartz formula. Using the proposed method, we found an analytical description of the four different families of isotropic lines. Each family of isotropic lines corresponds to the minimal surface and adjoint minimal surface.*

Construction of minimal surfaces is carried out in a complex space with generators isotropic transfer lines. The paper presents the expression of the first and second quadratic forms found minimal surfaces, and it is shown that the value of the mean curvature is zero. Formed in this manner the minimal surface congruent with two surfaces

which have different metric properties and surface properties of the curvature. The article defines the family of isotropic lines, which corresponds to the minimal surface and adjoint minimal surface, close to the minimal Catalan's surface on geometric and differential characteristics.

Key words: *isotropic line, minimal surface, quadratic form of surface, formula Schwarz, Catalan's surface*

УДК 621.7.08; 621.4.004.67

СУЧАСНИЙ МЕТОД ОЦІНКИ ЗНОСУ ЦИЛІНДРІВ АВТОТРАКТОРНИХ ДВИГУНІВ

***К. Л. Шевченко, доктор технічних наук
Національний технічний університет України «Київський
політехнічний університет імені Ігоря Сікорського»***

С. І. Козупиця, кандидат технічних наук

В. М. Горкун, інженер

***Національний університет біоресурсів і
природокористування України***

Анотація. Викладена методологія оцінки зносу основних елементів двигунів внутрішнього згорання та обґрунтовані сучасні вимоги, які до них висуваються. Застосування радіохвильового методу діагностування дозволяє не тільки якісно оцінювати стан поверхні циліндро-поршневої групи двигуна, а також можливість його кількісної оцінки, що є перевагою методу.

Показана принципова можливість використання радіохвильового методу для діагностики циліндро-поршневої групи двигунів внутрішнього згорання. Використання запропонованого методу дозволяє без розбирання двигуна диференціювати несправність циліндро-поршневої групи та зробити висновок про необхідність ремонту або очищення циліндрів двигуна від продуктів згорання.

Запропонований метод радіохвильового діагностування на нашу думку є унікальним і обіцяє величезні можливості для роботи інженерів при діагностуванні сучасних двигунів внутрішнього згорання і дозволить швидко та якісно провести оцінку надійності їх роботи.

© К. Л. Шевченко, С. І. Козупиця, В. М. Горкун, 2017