Machinery & Energetics. Kyiv. Ukraine. 2018, Vol. 9, No. 3, 77-81
ISSN 2222-8594 (Print), ISSN 2415-7694 (Online), www.journals.nubip.edu.ua/index.php/Tekhnica

DOI: 10.1515/agriceng-2018-0011

УДК 631.3

АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В СИСТЕМАХ З НЕЛІНІЙНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Є. І. Калінін

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка, Україна.

Кореспонденція автора: kalininhntusg@gmail.com.

Історія статті: отримано – травень 2018, акцептовано – вересень 2018.
Бібл. 20, рис. 0, табл. 0.

Анотація. В роботі проведено аналіз методів дослідженні перехідних процесів в системах, елементи яких можуть бути представлені в якості зосереджених мас, з'єднаних між собою тілами з нелінійними характеристиками. Встановлено, що в самому загальному випадку рівняння руху динамічної системи можна привести до диференційного рівняння, визначення якого в якості скалярної функції з властивостями функцій Ляпунова дозволяє в повній мірі ввести оцінки самих перехідних процесів. На основі отриманої в роботі двосторонньої нерівності можлива оцінка часу затухання перехідного процесу та пошук умов необмеженості.

Ключові слова: динамічна система, нелінійні елементи, перехідний процес.

Постановка проблеми

З підвищенням енергонасиченості тракторів інтенсивність динамічних процесів зростає, а їх вплив на експлуатаційні показники посилюється. Класична теорія трактора, яка побудована на кінематичних і статичних залежностях, не дозволяє аналізувати динамічні процеси. Тому, при створенні перспективних енергонасичених тракторів, потрібують подальшого розвитку питання в області динаміки енергетичного засобу.

Одним з найважливіших напрямків в динаміці трактора є вивчення впливу коливань на енергетичні і тягові показники. Стан методичних і теоретичних розробок у цій галузі значною мірою впливає на технічний рівень сучасних тракторів.

Особливу роль, при вивченні динаміки таких систем, слід відвести перехідним процесам, які є одними з основних при рушанні і розгоні трактора з місця, при зміні гакового навантаження і при переході на інші швидкісні режими. Їх вивчення сприяє синтезу більш повної картини формування тягово-енергетичних показників трактора в цілому.

Аналіз останніх досліджень

Наукові основи досліджень сільськогосподарських агрегатів як динамічних систем закладені академіком В.П. Горячкіним [1]. П.М. Василенко за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду описав процес формування випадкових збурень в русі сільськогосподарського агрегату [2]. Питання теорії руху машино-тракторних агрегатів як об'єктів систем автоматичного регулювання і керування детально були розглянуті в роботах О.Б. Лур'є, але оптимальні механічні і динамічні параметри в них не визначаються [4].

Окремим питанням стоїть формування руху машино-тракторного агрегату як системи з перехідними процесами. Такий погляд був сформований Г.М. Кутьковим [5], та отримав подальший розвиток в роботах багатьох дослідників: Л.В. Погорілого, А.Т. Лебедєва, В.Я. Аніловича, А.С. Кушнарьова, Я.С. Гукова, В.Т. Надикто та ін.

Мета досліджень

Розробити оцінки перехідних процесів, що виникають в системах, які мають нелінійні структурні елементи.

Результати досліджень

При деяких припущеннях сучасні агрегати, механізми яких мають нелінійні елементи, можна моделювати у вигляді системи зосереджених мас, пов'язаних між собою нелінійними елементами [6]. Нехай на i-у масу накладені нелінійні в'язи $R_{i-1,i}$ і $R_{i,i+1}$.

Якщо знехтувати дисипативними членами, то рівняння руху i-ої маси має вигляд [7]:

$$m_i\ddot{z}_i + R_{i,i+1}(z_{i+1,t}) - R_{i-1,i}(z_{i-1}, z_i, t) = j_i(t),$$
$$(i = 1,2,...,n), \qquad (1)$$

де m_i – i-а маса; $z_i(i = 1,2,...,n)$ – її відхилення від положення рівноваги; $j_i(t)$ – зовнішні сили, що прикладені до i-ої масі; $R_{i,i+1}(z_i, z_{i+1})$ – нелінійні функції координат.

Зазначену систему рівнянь, при відповідних припущеннях відносно нелінійних елементів [7], можна представити у вигляді:

$$\ddot{z}_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij}(t) z_j + \psi_i(z_1,...,z_n,t) + \frac{1}{m_i} j_i(t),$$
$$(i = 1,2,...,n). \qquad (2)$$

Скористаємося матричною формою запису і розглянемо систему, що породжується рівняннями (2), виду:

$$\dot{x} = \rho(t)x + j(x,t), \qquad (3)$$

де $x = (\dot{z}_1,...,z_n,\dot{z}_n)$ – $2n$-мірний вектор. Величина $\rho(t)$ – матриця, ненульові елементи якої є функціями часу, які майже всюди безперервні в інтервалі $[0,\infty)$; $j(x,t)$ – $2n$-мірний вектор, компоненти якого містять x в ступені не нижче другої. Тепер завдання звелося до того, щоб досліджувати властивості розв'язків системи диференціальних рівнянь (3). Пов'яжемо з системою (3) деяку скалярну функцію $V(t,x)$ і будемо вважати, що вона має властивості функцій Ляпунова [8] і є нескінченно великою [9].

Виділимо в фазовому просторі область $\{x_i\}$, таку, що:

$$\overline{\Gamma}_t = \{x : |x_i| \le A_i(t)\}, \qquad (4)$$

де $A_i(t) > 0$ і $t \in [t_0,\infty)$ – функції, які вибрані за технічними умовами роботи конкретного агрегату. З огляду на компактність множини $V(t,x) = c$ [9] підходящим вибором $c > 0$ можна задовольнити рівності [8, 10].

$$\overline{G}_{c,t} = \{x : V(t,x) \le c\} \subset \overline{\Gamma}_t . t \in [0,\infty). \qquad (5)$$

Вважаємо, що $x(t_0)$ вибираються з області $\overline{G}_{c},_{t_0}$, тобто:

$$x(t_0) \in \{x : V(t_0,x) \le c\}. \qquad (6)$$

Тепер завдання оцінки перехідних процесів можна сформулювати так: знайти оцінку розв'язків системи (3) при умовах (6) в області $\overline{\Gamma}_t$, і встановити умови обмеженості цих рішень; рішення $x(t)$ вважаємо $\{A(t),\infty\}$ – обмеженим відносно $\overline{G}_{c},_{t_0}$ і $\overline{\Gamma}_t$, якщо $x(t_0) \in G_{c},_{t_0}$, і для всіх $t \in [t_0,\infty)$ отримаємо:

$$|x_i(t)| < A_i(t). \ (t = 1,2,...,2n). \qquad (7)$$

В роботах [10, 11, 12, 15, 16] розвивається модифікація прямого методу Ляпунова, яка полягає в побудові оцінки самої функції (а не її похідної) на траєкторіях точок, що зображують системи, які розглядаються. В даній роботі такого роду підхід використовується для вирішення сформульованої вище задачі.

Припустимо, що корні характеристичного рівняння $\det|\rho(t) - \lambda E| = 0$ мають негативні дійсні частини. Тоді побудувати матрицю $k(t)$ квадратичної форми $V(t,x) = x^T kx$ можна за методом Н. Г. Четаева [13]. В алгебраїчній формі відповідне рівняння має вигляд:

$$\rho^T(t)k(t) + k(t)\rho(t) = -E. \qquad (8)$$

Тут і нижче T – знак транспонування вектору або матриці, E – одинична матриця розміру $2n \times 2n$.

Зауважимо, що вибір матриці істотно впливає на ефективність дослідження кожного конкретного завдання. Так способи побудови функцій $V(t,x)$, що враховують нелінійність системи [14], або способи підгонки функцій [15] дозволяють більш повно проаналізувати перехідний процес. Однак, завдяки простоті і достатньої спільності методу Н. Г. Четаева останній використовується в даній роботі, хоча можна залучити і інші методи [13, 14, 15, 17].

Введемо в розгляд функцію [10]:

$$R(t) = \max_{\overline{\Gamma}_t} \frac{|j^T(x,t)k(t)x|}{x^T x}. \qquad (9)$$

Беручи до уваги (8), отримаємо для повної похідної функції $V(t,x)$ вздовж зазначених вище траєкторій оцінку виду:

$$-x^T x + M_2(t,x) \le \dot{V}(t,x) \le -x^T x + M_1(t,x), \qquad (10)$$

де

$$\begin{aligned} M_1(t,x) &= x^T[\dot{k}(t) + 2R(t)E]x \\ M_2(t,x) &= x^T[\dot{k}(t) - 2R(t)E]x \end{aligned}. \qquad (11)$$

Для функції $V(t,x)$ має місце оцінка виду:

$$\lambda_{\min}(t)x^T x \le x^T k(t)x \le \lambda_{\max}(t)x^T x, \qquad (12)$$

де $\lambda_{\min}(t)$, $\lambda_{\max}(t)$ – найменше та найбільше власні значення матриці $k(t)$. Нехай існують функції $\chi_{ij}(t) \ge 0 \ (i, j = 1,2)$ такі, що:

$$\chi_{11}(t)x^T x \le M_1(t,x) \le \chi_{12}(t)x^T x; \qquad (13)$$

$$\chi_{21}(t)x^T x \le M_2(t,x) \le \chi_{22}(t)x^T x. \qquad (14)$$

На підставі нерівностей (10), (13) та (14) складемо наступну оцінку:

$$\begin{aligned} &\{[\chi_{21}(t)]\lambda_{\min}^{-1}(t)\}dt \le \frac{\dot{V}[t,x(t)]}{V[t,x(t)]} \le \\ &\le \{[\chi_{12}(t) - 1]\lambda_{\min}^{-1}(t)\}dt \end{aligned}. \qquad (15)$$

Звідси:

$$\begin{aligned} &V[t_0,x(t_0)[\exp\left\{\int_{t_o}^{t}[\chi_{21}(\tau) - 1]\lambda_{\min}^{-1}(\tau)d\tau\right\} \le \\ &\le V[t,x(t)] \le \qquad (16) \\ &\le V[t_0,x(t_0)]\exp\left\{\int_{t_o}^{t}[\chi_{12}(\tau) - 1]\lambda_{\max}^{-1}(\tau)d\tau\right\} \end{aligned}$$

Оцінка зверху функції $V(t,x)$ в нерівності (16) дозволяє вирішити сформульовану вище задачу.

Приводячи за способом Якобі до канонічного виду функцію $V(t,x)$, неважко встановити потрібну оцінку для будь-якого $k=1,2,...,2n$:

$$\left|x_k(t)\right| \le \left\{\frac{V[t_0,x(t_0)]B_{n-1}^{(k)}}{B_n}\right\}^{\frac{1}{2}} \times$$
$$\times \exp\frac{1}{2}\left\{\int_{t_o}^{t}[\chi_{12}(\tau)-1]\lambda_{\max}^{-1}(\tau)d\tau\right\},, \quad (17)$$
$$t\in[t_0,\infty)$$

де

$$B_n = \begin{vmatrix} k_{11}(t) & k_{12}(t) & ... & k_{12n}(t) \\ k_{21}(t) & k_{22}(t) & ... & k_{22n}(t) \\ ... & ... & ... & ... \\ k_{2n1}(t) & k_{2n2}(t) & ... & k_{2n2n}(t) \end{vmatrix}, \quad (18)$$

а $B_{n-1}^{(k)}$ – визначник $(n-1)$-го порядку, отриманий з дискримінанту B_n квадратичної форми $V(t,x)$ викреслюванням k-го стовпця і k-го рядка.

З оцінки (17) знаходимо, що перехідний процес $\{A(t),\infty\}$ – обмежений, якщо $x(t_0)$ обрані в області $\overline{G_c},t_0$ і для всіх $t\in[t_0,\infty)$ мають місце нерівності виду:

$$\left\{\frac{V[t_0,x(t_0)]B_{n-1}^{(k)}}{B_n}\right\}^{\frac{1}{2}} \times$$
$$\times \exp\frac{1}{2}\left\{\int_{t_o}^{t}[\chi_{12}(\tau)-1\lambda_{\max}^{-1}(\tau)d\tau\right\} \le A_k(t) \quad . (19)$$

Зауважимо, що двостороння нерівність (16) дозволяє оцінити час згасання перехідного процесу і знайти умови $\{A(t),\infty\}$ необмеженості.

В ряді випадків зручно досліджувати процес по відношенню до системи функцій виду:

$$r(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2(t)}\,. \quad (20)$$

Неважко бачити, що оцінки (17), (19) легко отримати через $r(t)$-функцію. Цим методом можна, наприклад, поширити теорему монографії [16] на нелінійні системи.

Далі зауважимо, що отримані вище результати можна використовувати при дослідженнях на кінцевому інтервалі часу $[t_0,t_0+T]\subset[t_0,\infty)$, де $T>0=const$. В цьому випадку в нерівностях (10) можна функції $\chi_{ij}(t)$ $(i,j=1,2)$ замінити їх точними верхніми і нижніми досяжними гранями

$$\overline{\chi}_{12} = \sup\chi_{12}(t),\ t\in[t_0,t_0+T]; \quad (21)$$

$$\overline{\chi}_{11} = \inf\chi_{11}(t),\ t\in[t_0,t_0+T]; \quad (22)$$

і аналогічно для χ_{22} та χ_{21}. Вводячи ці результати в нерівності (16) і (17), отримуємо більш прості оцінки, але разом з тим і більш грубі.

Як приклад, що ілюструє запропонований спосіб оцінок перехідного процесу, розглянемо систему рівнянь виду:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1 = x_2 + (\alpha - q\cos t)x_1^3 \\ &\dot{x}_2 = -2\mu x_1 - (\alpha - q\cos t)x_2 + \\ &+4\mu\alpha(\alpha-\cos t)x_2^2 \end{aligned} \quad (23)$$

де $(\alpha,\mu,q)>0=const$.

Неважко бачити, що першим наближенням системи (23) є рівняння Матьє, що має широке використання в технічних задачах [18].

Нехай $t\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ і:

$$\Gamma = \{x:\left|x_1\right|\le 0{,}1, i=1{,}2\}, \quad (24)$$

$$\mathrm{I} = \left\{t: 0\le t\le\frac{\pi}{2}\right\}. \quad (25)$$

Щоб скористатися встановленими алгоритмами запишемо для системи (23)

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} 0 \ \ 1 \\ -2\mu-(\alpha-q\cos t) \end{bmatrix};$$

$$j(t,x) = \begin{bmatrix} (\alpha - q\cos tx_1^3) \\ 4\mu\alpha(\alpha-q\cos t)x_2^2 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Розв'язуючи відносно матриці $k(t)$ рівняння (7) з першою з матриць (26), знаходимо

$$k(t) = \begin{bmatrix} k_{11}(t) & k_{12}(t) \\ k_{21}(t) & k_{22}(t) \end{bmatrix}, \quad (27)$$

де

$$k_{11}(t) = \frac{(\alpha-q\cos t)^2 + (\alpha-q\cos t)+4\mu^2}{4\mu(\alpha-q\cos t)}, \quad (28)$$

$$k_{12}(t) = k_{21}(t) = \frac{1}{2(\alpha-q\cos t)}, \quad (29)$$

$$k_{22}(t) = \frac{(\alpha-q\cos t)+1}{4\mu(\alpha-q\cos t)}. \quad (30)$$

Щоб скористатися оцінкою (17), з рівняння виду:

$$\begin{vmatrix} k_{11}(t)-\lambda(t) & k_{12}(t) \\ k_{21}(t) & k_{22}(t)-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (31)$$

отримаємо

$$\lambda_{\max}(t) = \frac{k_{11}+k_{12}}{2} + \\ +\sqrt{\left(\frac{k_{11}+k_{12}}{2}\right)^2 - k_{11}k_{12}+k_{12}^2}\,, \quad (32)$$

а з рівняння виду:

$$\begin{vmatrix} \dot{k}_{11}(t)-2R(t)-\chi(t) & \dot{k}_{12}(t) \\ \dot{k}_{21}(t) & \dot{k}_{22}(t)-2R(t)-\chi(t) \end{vmatrix} = 0, \quad (33)$$

і другого з наших зауважень знаходимо

$$\overline{\chi}_{12} = \sup\left\{\frac{\varphi(t)}{2} + \sqrt{\frac{\varphi^2(t)}{4} - \psi(t)}\right\}, \quad (34)$$

$$\varphi(t) = -\dot{k}_{11} - \dot{k}_{22} + 4R(t),$$

$$\psi(t) = \dot{k}_{11}\dot{k}_{22} - 2R(t)[\dot{k}_{11} + \dot{k}_{22}] - k_{12}^2 + 4R(t),$$

$$\dot{k}_{11}(t) = \frac{2\alpha^2\mu q\cos t - 3q^3\mu\sin 2t\cos t}{8\mu^2(\alpha - q\cos t)^2} +$$

$$+ \frac{2q^2\alpha\mu\sin 2t + 8\mu^2 q\sin t}{8\mu^2(\alpha - q\cos t)^2},$$

$$\dot{k}_{12}(t) = \dot{k}_{21}(t) = -\frac{1}{4(\alpha - q\cos t)^2},$$

$$\dot{k}_{22}(t) = -\frac{q\sin t}{4\mu(\alpha - q\cos t)^2},$$

де $$R(t) = \frac{1}{8\mu}\left\{\begin{array}{l} [(\alpha - q\cos t)^2 + (\alpha - q\cos t) + \\ + 4\mu^2]0{,}01 + \\ + [(\alpha - q\cos t) + 1]0{,}02\alpha + \\ + 2\mu\alpha + 0{,}04 \end{array}\right\} \quad (35)$$

Визначивши множину F_{c,t_0} початкових даних за формулами роботи [10], отримаємо:

$$|x_k(t)| \le \left\{\frac{V[0, x(0)]B_1^k}{B_2}\right\}^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \exp\left\{\left(\overline{\chi}_{12} - 1\right)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \lambda_{\max}^{-1}(\tau)d\tau\right\},$$

$(k = 1,2)$, (36)

Відповідні умови обмеженості (16) виписуються за оцінками (36) тривіально.

Висновок

1. Таким чином, при аналізі перехідних процесів, які виникають в динамічній системі з нелінійними елементами, необхідно проводити моделювання у вигляді системи зосереджених мас, які пов'язані між собою тими самими нелінійними елементами.

2. В такому випадку рівняння динаміки системи можна замінити на систему диференційних рівнянь, аналіз властивостей розв'язків якої дозволяє зробити більш повний висновок про протікання перехідних процесів.

Список літератури

1. *Горячкин В. П.* Собрание сочинений. Москва. Колос. 1968. Том 2. 240 с.

2. *Василенко П. М.* Универсальные математические модели функционирования машинных агрегатов и их применение. Киев. Изд-во УСХА, 1990. 14 с.

3. *Надикто В. Т., Крижачківський М. Л., Кюрчев В. М., Абдула С. Л.* Нові мобільні енергетичні засоби України. Теоретичні основи використання в землеробстві: навчальний посібник. Мелітополь, 2005. 338 с.

4. Лурье А. Б. Автоматизация сельскохозяйственных агрегатов. Ленинград. Колос, 1967. 263 с.

5. *Кутьков Г. М.* Тяговая динамика тракторов. Москва. Машиностроение, 1980. 216 с.

6. *Кожевников С. Н.* Динамика машин с упругими звеньями. Киев. Изд. АН УССР, 1961. 160 с.

7. *Голубенцев А. Н.* Некоторые задачи динамики машин с нелинейной характеристикой звеньев. Механика машин. 1968. Вып. 8. С. 10–15.

8. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. Москва. Ленинград. Гостехиздат, 1950. 472 с.

9. *Барбашин Е. А.* Метод сечений в теории динамических систем. Математический сборник. 1951. Том 29(71). № 2. С. 233–280

10. *Мартынюк А. А.* К устойчивости неустановившегося движения на заданном интервале времени. Прикладная механика. Т. 3. Вып. 5. 1967. С. 65–72.

11. *Зубов В. И., Методы А. М.* Ляпунова и их применение. Ленинград. ЛГУ им. А.А. Жданова. 1957. 241 с.

12. *Мартинюк А. А.* Статистична оцінка імовірності стійкості руху на заданому інтервалі часу. Доповіді АН УРСР. Серия А. №5. 1967. С. 55–58.

13. *Четаев Н. Г.* Устойчивость движения. Москва. Гостехиздат, 1952. 176 с.

14. *Лурье А. И.* Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. Мосвка. Гостехиздат, 1951. 216 с.

15. *Красовский Н. Н.* Некоторые задачи теории устойчивости движения. Москва. Физматгиз, 1959. 211 с.

16. *Зубов В. И.* Математические методы исследования систем автоматического регулирования. Мосвка. Судпромгиз, 1959. 327 с.

17. *Калінін Є. І., Шуляк М. Л., Мальцев В. П.* Вплив нестаціонарності гакового навантаження на буксування рушіїв колісного трактора. Системи обробки інформації. 2017. № 5. С. 27–30.

18. *Калінін Є. І.* Частотно-динамічна математична модель тракторного агрегату з передачею крутного моменту до рушіїв сільськогосподарської машини. Вісник ХНТУСГ імені Петра Василенка. 2015. Вип. 156. С. 327–334.

19. *Калінін Є. І., Романченко Г. П., Юр'єва Г. П.* Формування умови стійкості лінійної системи при випадкових збуреннях її параметрів. Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. 2017. № 7. С. 100–108.

20. *Лебедєв А. Т., Калінін Є. І.* Динамічна модель ґрунтообробних машинно-тракторних агрегатів з пасивними робочими органами у складі енергетичного засобу зі здвоєними шинами. Системи обробки інформації. Харків. ХУПС. 2010. Вип. 2(83). С. 109–115.

References

1. *Goryachkin, V. P.* (1968). Collected works. Moscow. Ear. Volume 2. 240.
2. *Vasilenko, M. P.* (1990). Universal mathematical models of the functioning of the machine units and their application. Kiev. Publishing house USA, 14.
3. *Nadykta, V. T., Kriachkivka, M. L., Kyurchev, V. M., Abdul, H. L.* (2005). New mobile means of energy of Ukraine. The theoretical framework use in agriculture: a training manual. Sumi, 338.
4. Lurie, A. (1967). Automation of agricultural machines. Leningrad. Kolos. 263.
5. *Kutkov, G. M.* (1980). Dynamics of traction of tractors. Moscow. Mechanical engineering, 216.
6. *Kozhevnikov, S. N.* (1961). Dynamics of machines with elastic links. Kiev. Ed. Academy of Sciences of UkrSSR, 160.
7. *Golubentsev, A. N.* (1968). Some problems of dynamics of machines with non-linear characteristics of the links. Mechanics of machines. Vol. 8. 10-15.
8. *Lyapunov, A. M.* (1950). General problem of motion stability. Moscow. Leningrad. Gostekhizdat, 472.
9. *Barbashin, E. A.* (1951). Method of sections in the theory of dynamical systems. Mathematical collection. Volume 29(71). No 2. 233-280.
10. *Martynyuk, A. A.* (1967). Stability neustroev following the recovery movement at a predetermined time interval. Applied mechanics. Vol. 3. Is. 5. 65-72.
11. *Zubov, V. S.* (1957). Methods of A. M. Lyapunov and their application. Leningrad. Lie to them. A. A. Zhdanov. 241.
12. *Martynyuk, A. A.* (1967). Statistical evaluation Mavr-ness of the sustainability movement at a predetermined time interval. Doklady an USSR. Series A. No 5. 55-58.
13. *Chetaev, N. G.* (1952). Stability of motion. Moscow. Gostekhizdat, 176.
14. *Lurie, A. S.* (1951). Some nonlinear problems in the theory of automatic control. Mosvka. Gostekhizdat, 216.
15. *Krasovskii, N. N.* (1959). Some problems of the theory of stability of motion. Moscow. Fizmatgiz, 211.
16. *Zubov, V. S.* (1959). Mathematical methods of research of automatic control systems. Mosvka. Sudpromgiz. 327.
17. *Kalinin, Ye. I. Shulyak, N. L., Maltsev, V. P.* (2017). Influence of nonstationarity of gamboge load slipping propulsion of the wheeled tractor. System of information processing. No 5. 27-30.
18. *Kalinin, Ye. I.* (2015). Frequency-dynamic mathematical model of the tractor with the transmission of torque to the wheels of agricultural machines. Bulletin INTOSH behalf Peter Vasilenko. Vol. 156. 327-334.
19. *Kalinin, Ye. I. Romanchenko, G. P., Yuriev, G. P.* (2017). Formation conditions of stability of a linear system with random disturbances of its parameters. Technical services agricultural, forestry, and transport complexes. No 7. 100-108.
20. *Lebedev, A. T., Kalinin, Ye. I.* (2010). Dynamic model of tillage machine-tractor units with passive working bodies in the structure of the power tool with dual tires. System of information processing. Kharkov. HUBS. Vol. 2(83). 109-115.

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Е. И. Калинин

Аннотация. В работе проведен анализ методов исследовании переходных процессов в системах, элементы которых могут быть представлены в качестве сосредоточенных масс, соединенных между собой телами с нелинейными характеристиками. Установлено, что в самом общем случае уравнения движения динамической системы можно привести к дифференциальному уравнению, определение которого в качестве скалярной функции со свойствами функций Ляпунова позволяет в полной мере ввести оценки самих переходных процессов. На основе полученного в работе двустороннего неравенства возможна оценка времени затухания переходного процесса и поиск условий неограниченности.

Ключевые слова: динамическая система, нелинейные элементы, переходный процесс.

ANALYSIS OF TRANSIENT PROCESSES IN SYSTEMS WITH NONLINEAR ELEMENTS

Kalinin, Ye. I.

Abstract. The analysis of methods for studying transient processes in systems whose elements can be represented as concentrated masses connected by bodies with nonlinear characteristics is analyzed. It is established that, in the most general case, the equations of motion of a dynamical system can be reduced to a differential equation, the definition of which, as a scalar function with the properties of Lyapunov functions, allows us to fully introduce estimates of the transient processes themselves. On the basis of the two-sided inequality obtained in this paper, it is possible to estimate the decay time of a transient process and to search for conditions of unboundedness.

Key words: dynamical system, nonlinear elements, transient.