

13. Шадриков В.Д. Информационные технологии и педагогика / В.Д. Шадриков // Телекоммуникации и информатизация образования. – 2002. – №5. – С. 36–38.
14. Швиденко М.З. Створення дистанційної аграрної освіти / М.З. Швиденко // Аграрна наука та освіта. – 2001. – Т. 2. – №1-2. – С. 21–38.

В статье выполнен анализ программных дидактических средств, используемых в аграрном образовании. Рассмотрены аспекты информационно-коммуникационной подготовки трактористов-машинистов аграрного производства.

Информационно-коммуникационные технологии, программируемые дидактические материалы, профессия, тракторист-машинист, учебные программы.

In analysis of didactic software programs, which are used in agrarian education and information and communication preparation of tractor driver-machinist, is executed in paper.

Information and communication technologies, programmable didactic materials, profession, tractor-driver, tutorials.

УДК 621.50

АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ ВАНТАЖОПІДЙОМНОГО КРАНА ПРЯМИМ ВАРІАЦІЙНИМ МЕТОДОМ

**В.С. Ловеїкін, доктор технічних наук
Ю.О. Ромасевич, кандидат технічних наук**

В статті виконано постановку задачі оптимального керування рухом вантажопідйомного крана із вантажем на гнучкому підвісі. Показано неможливість використання варіаційного методу для розв'язування задачі. На основі прямого варіаційного методу знайдено наближений розв'язок задачі. Досліджено вплив кількості додаткових крайових умов на величину оптимізаційного критерію. Запропоновано показник ступеня „близькості” значення критерію до його мінімального значення.

Прямий варіаційний метод, оптимальне керування, вантажопідйомний кран, нелінійна регресія.

Постановка проблеми. Однією з проблем експлуатації вантажопідйомних кранів із гнучким підвісом вантажу є коливання вантажу, які виникають протягом перехідних режимів руху крана.

© В.С. Ловеїкін, Ю.О. Ромасевич, 2014

Для того, щоб знизити небажані коливання, які знижують продуктивність крана, необхідно отримати такий закон зміни керування (моменту приводу, швидкості руху крана), який би дозволяв усувати вказані коливання протягом перехідних режимів руху. Крім того, цей закон повинен забезпечувати покращення експлуатаційних характеристик крана, наприклад, зниження рівня динамічних навантажень у елементах його конструкції, або підвищення енергоефективності тощо. Для того, щоб досягнути вказаних вимог необхідно провести оптимізацію режимів руху крана. Таким чином, функція керування краном повинна бути оптимальною.

Аналіз останніх досліджень. Задачею усунення коливань вантажу закріпленого на гнучкому підвісі займалось багато дослідників [1-10]. Ці дослідження базувались на методах оптимального керування: варіаційного числення, принципу максимуму, динамічного програмування та теорії моментів. Отримані результати є оптимальними за певними критеріями: енергетичними, швидкодії, кінематичними, динамічними тощо. Необхідно зазначити, що оптимальні за одними критеріями закони руху крана є неоптимальними за іншими. Наприклад, оптимальне за швидкодією керування є неоптимальним за енергетичними витратами, динамічними та кінематичними показниками. Це пояснюється тим, що у процесі руху крана його швидкість може змінювати свій знак на протилежний, що досягається за рахунок реверсування електроприводу. При цьому витрачається значна кількість електроенергії. Зміна знаку електромагнітного моменту двигуна при оптимальному керуванні викликає підвищення коефіцієнту динамічності у приводі крана: отже такий режим руху є неоптимальним за цим показником.

Крім того, існує значний масив результатів, присвячених задачі усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі, які можна назвати раціональними. Для їх знаходження не використовуються методи оптимального керування, а інші методи, наприклад, нечіткої логіки [11, 12]. Результати оптимальні за допомогою цього методу мають свої недоліки та переваги. Головна їх перевага – керування представляється у вигляді зворотного зв'язку, головний недолік – значна амплітуда коливань вантажу протягом процесу усунення коливань, що у деяких випадках неприпустимо із технологічних міркувань.

Мета досліджень – визначення функції оптимального керування рухом вантажопідйомного крана, яка б дозволяла усувати коливання вантажу на гнучкому підвісі.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. виконати постановку задачі оптимального керування рухом крана з вантажем на гнучкому підвісі та виконати її аналіз;

2. розв'язати задачу оптимального керування рухом крана за допомогою прямого варіаційного методу;

3. виконати аналіз розв'язку.

Виконаємо постановку задачі визначення оптимального керування рухом вантажопідйомного крана із вантажем на гнучкому підвісі у режимі гальмування. Для проведення досліджень прийнято двомасову модель механізму пересування крана (рис. 1), яка досить широко використовується у задачах дослідження динаміки [13-15] та оптимального керування рухом кранів прольотного типу [1-12]. Зробимо зауваження стосовно прийнятої динамічної моделі (рис. 1): вона відображає лише коливання вантажу на гнучкому підвісі, при цьому не враховуються коливання у приводному механізмі крана, а також коливання кранової металоконструкції. Вказані коливання мають частоти на декілька порядків більші ніж частота коливань вантажу на гнучкому підвісі і тому у розрахунках можна прийняти, що кран рухається по абсолютно жорсткій основі, а прийнятий закон зміни приводного зусилля F „абсолютно точно” реалізується приводом крана (у розрахунках нехтують динамічними процесами приводного механізму крана).

Приведена розрахункова схема руху крана із вантажем на гнучкому підвісі (рис. 1) описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = -F - W \operatorname{sign} \dot{x}_1; \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{l} (x_2 - x_1) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де m_1 – приведена маса приводного механізму і вантажного крана; m_2 – маса вантажу; x_1, x_2 – координати центрів мас відповідно крана і вантажу; g – прискорення вільного падіння; l – довжина гнучкого підвісу; F – сумарне тягове або гальмівне зусилля, що діє на кран (у даній роботі зусилля F є гальмівним, отже його напрям співпадає із напрямом приведеної сили опору переміщенню крана); W – приведена сила опору переміщенню крана.

Будемо вважати, що при переміщенні крана протягом гальмування він не змінює свою швидкість, тобто $\operatorname{sign} \dot{x}_1 = 1$. Для усунення коливань вантажу та зупинки крана у заданому положенні необхідно забезпечити такі умови:

$$\begin{cases} x_1(T) = x_2(T) = s; \\ \dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де $x_1(T)$ і $x_2(T)$ – координати центрів мас відповідно карана і вантажу в момент часу T ; $\dot{x}_1(T)$ і $\dot{x}_2(T)$ – швидкість крана і вантажу відповідно у момент часу T ; s – задане положення крана у момент часу T ; T – момент закінчення гальмування.

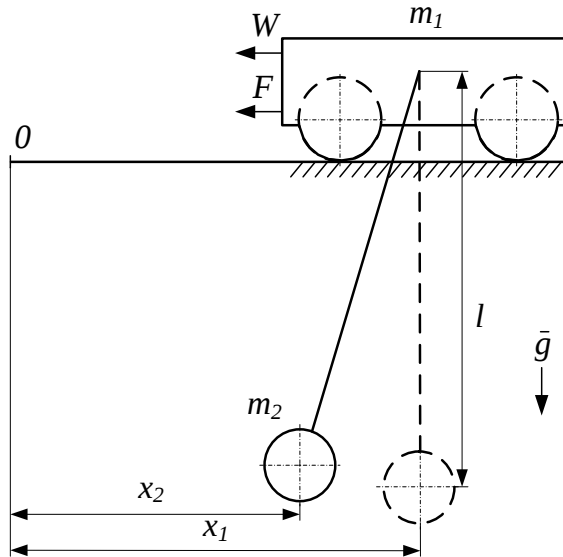


Рис. 1. Розрахункова модель системи „кран-вантаж”.

Початковий стан системи описується такими умовами:

$$\begin{cases} x_2(0) = x_1(0) - \Delta x(0); \\ \dot{x}_2(0) = \dot{x}_1(0) - \Delta \dot{x}(0); \\ \ddot{x}_2(0) = \frac{g}{l} \Delta x(0); \\ \ddot{\ddot{x}}_2(0) = \frac{g}{l} \Delta \dot{x}(0), \end{cases} \quad (3)$$

де $x_1(0)$ та $\dot{x}_1(0)$ – положення та швидкість крана у момент часу $t=0$ відповідно.

Оптимізаційний критерій задачі з урахуванням системи диференціальних рівнянь (1) запишеться у такому вигляді:

$$\begin{aligned} I &= T^{-1} \int_0^T [\delta_0 (x_2 - s)^2 + \delta_1 \dot{x}_2^2 + \delta_2 (x_1 - s)^2 + \delta_3 \dot{x}_1^2 + \delta_4 \left(\frac{-F - W}{m_1} \right)^2] dt = \\ &= T^{-1} \int_0^T [\delta_0 (x_2 - s)^2 + \delta_1 \dot{x}_2^2 + \delta_2 (x_2 + \ddot{x}_2 \Omega_0^{-2} - s)^2 + \delta_3 (\dot{x}_2 + \ddot{\ddot{x}}_2 \Omega_0^{-2})^2 + \\ &+ \frac{\delta_4}{m_1^2} (x_2 m_1 \Omega_0^{-2} + \ddot{x}_2 (m_1 + m_2))^2] dt \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (4)$$

де $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ – деякі коефіцієнти.

Пояснимо чому саме такий критерій обрано. Одиничний критерій $(x_2 - s)^2$ відображає квадрат величини відстані від поточного до заданого стану вантажу, тобто до місця адресації. Критерій $\dot{x}_2^2$ відображає величину квадрата швидкості руху вантажу, яку необхідно зменшити протягом гальмування до нуля. Два інші одиничні критерії відображають величину квадрата відстані крана до місця його зупинки $(x_1 - s)^2$ та квадрата швидкості руху крана $\dot{x}_1^2$. Останній доданок показує витрати на керування.

Таким чином, критерій (4) забороняє тривале „існування” фазової точки динамічної системи на значній відстані від початку координат, (динамічна система „буде намагатись” потрапити у задане положення якнайшвидше).

Множник перед критерієм T^{-1} показує те що, розмірність критерія співпадає з розмірністю його підінтегрального виразу. Одиничні показники, які входять у критерій (5.6) мають різний фізичний зміст, тому їх необхідно приводити до однієї розмірності або до безрозмірної величини. У подальшому будемо вважати, що цю функцію виконують коефіцієнти δ_i ($i=0, 1, 2, 3, 4$). Це означає, що коефіцієнти δ_i ($i=0, 1, 2, 3, 4$) представляються у вигляді добутку двох величин:

$$\delta_i = k_i \tilde{I}_i, \quad (5)$$

де k_i – ваговий коефіцієнт, який відображає важливість i -того одиничного критерію з виразу (6); $\tilde{I}_i$ – деякий коефіцієнт, який приводить розмірність одиничного критерію до безрозмірного вигляду.

Розкриємо сутність коефіцієнтів $\tilde{I}_i$ для кожного одиничного критерію:

$$\begin{cases} \tilde{I}_0 = \tilde{I}_2 = s^{-2}; \\ \tilde{I}_1 = \tilde{I}_3 = v^{-2}; \\ \tilde{I}_4 = \frac{m_1^2}{F_{ном}^2}, \end{cases} \quad (6)$$

де v – номінальна швидкість руху крана; $F_{ном}$ – номінальне приводне зусилля крана.

Для розв’язування поставленої задачі спробуємо використати метод варіаційного числення [16]. Для цього запишемо необхідну умову екстремуму критерію (4) – рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\overset{VIII}{x_2} + C_1 \overset{VI}{x_2} + C_2 \overset{IV}{x_2} + C_3 \ddot{x}_2 + C_4 x_2 = C_4 s, \quad (7)$$

де C_1, C_2, C_3, C_4 – коефіцієнти, які знаходяться із таких виразів:

$$\begin{cases} C_1 = \frac{2gm_1(m_1 + m_2)\delta_4 - l\delta_3}{lm_1^2\delta_4}; \\ C_2 = \frac{l^2\delta_2 - 2gl\delta_3 + g^2(m_1 + m_2)^2\delta_4}{l^2m_1^2\delta_4}; \\ C_3 = \frac{g(2l\delta_2 - g(\delta_1 + \delta_3))}{l^2m_1^2\delta_4}; \\ C_4 = \frac{\Omega_0^2(\delta_0 + \delta_2)}{l^2m_1^2\delta_4}. \end{cases} \quad (8)$$

Для встановлення типу екстремуму критерію (2) використаємо умову Лежандра, яка для критерію (2) записується у вигляді:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = \frac{2m_1^2\delta_4}{\Omega_0^2} > 0, \quad (9)$$

де f – підінтегральний вираз критерію (4). Приходимо до висновку, що розв'язавши диференціальне рівняння (7), знайдемо мінімум критерію (4).

Як відомо, розв'язок неоднорідного диференціального рівняння є сумою загального розв'язку відповідного однорідного рівняння та частинного розв'язку неоднорідного диференціального рівняння. Спочатку запишемо однорідне диференціальне рівняння, яке відповідає рівнянню (7):

$$x_2^{VIII} + C_1 x_2^{VI} + C_2 x_2^{IV} + C_3 \ddot{x}_2 + C_4 x_2 = 0. \quad (10)$$

Для його розв'язування необхідно скласти характеристичне рівняння. Запишемо його:

$$r^8 + C_1 r^6 + C_2 r^4 + C_3 r^2 + C_4 r = 0. \quad (11)$$

Неможливо знайти корені алгебраїчного рівняння восьмої степені (9) у радикалах. Це означає, що неможливо аналітично знайти розв'язок рівняння Ейлера-Пуассона (7). Поставлену задачу (1)-(6) спробуємо розв'язати прямим варіаційним методом [17].

Відповідно до прямого варіаційного методу необхідно знайти розв'язок триточнової крайової задачі:

$$\begin{cases} x_2^{IX} = 0; \\ \begin{cases} x_2(0) = x_1(0) - \Delta x(0); \dot{x}_2(0) = \dot{x}_1(0) - \Delta \dot{x}(0); \ddot{x}_2(0) = \Delta x(0); \ddot{x}_2(0) = \Delta \dot{x}(0); \end{cases} \\ x_2\left(\frac{T}{2}\right) = q_1; \\ \begin{cases} x_2(0) = \dot{x}_2(0) = \ddot{x}_2(0) = \ddot{x}_2(0) = 0, \end{cases} \end{cases} \quad (12)$$

де $x_1(0)$ та $\dot{x}_1(0)$ – положення та швидкість крана у момент часу $t=0$ відповідно; q_1 – значення положення вантажу у момент часу $t = \frac{T}{2}$.

Розв'язок крайової задачі (10) записується у такому вигляді:

$$x_2 = \frac{(t-T)^4}{T^8} (256q_1t^4 - (2t-T)(\dot{x}_1(0)tT(22t^2 + 6tT + T^2) - \Delta\dot{x}(0)tT \times \\ \times (22t^2 + 6tT + T^2) + (64t^3 + 22t^2T + 6tT^2 + T^3)(x_1(0) - \Delta x(0))) - lt^2 \times \quad (13) \\ \times (2t-T)T^2(\Delta\dot{x}(0)tT + 3(6t+T)\Delta x(0))).$$

Тепер можемо знайти вищі похідні функції (11) та підставити отримані вирази у підінтегральний вираз критерію (4). Надалі візьмемо визначений інтеграл (4). Не будемо записувати цей вираз, оскільки він має значний об'єм, відмітимо лише те, що у ньому присутній параметр q_1 . Для того, щоб мінімізувати критерій (4) необхідно розв'язати таке рівняння:

$$\frac{\partial I}{\partial q_1} = 0 \quad (14)$$

відносно невідомого параметру q_1 . Фізичний зміст оптимізації полягає у тому, що знаходять таке значення положення вантажу у момент часу $t = \frac{T}{2}$ при якому критерій (4) набуває якнайменшого

значення. Однак, це не означає, що задача розв'язана точно. Отриманий розв'язок – це лише наближення до точного розв'язку, який є розв'язком рівняння Ейлера-Пуассона (7). Для знайденого наближеного розв'язку задачі оптимального керування рухом вантажопідйомного крана з вантажем на гнучкому підвісі побудуємо графіки функцій (рис. 2), які ілюструють динаміку руху системи. Графіки на рис. 2 побудовані при наступних параметрах: $T=7$ с; $m_1=10000$ кг; $m_2=20000$ кг; $l=10$ м; $\dot{x}_1(0)=1$ м/с; $\Delta x(0)=-0,5$ м, $\Delta\dot{x}(0)=-0,5$ м/с; $k_0=k_1=k_2=0,2$; $k_3=0,01$.

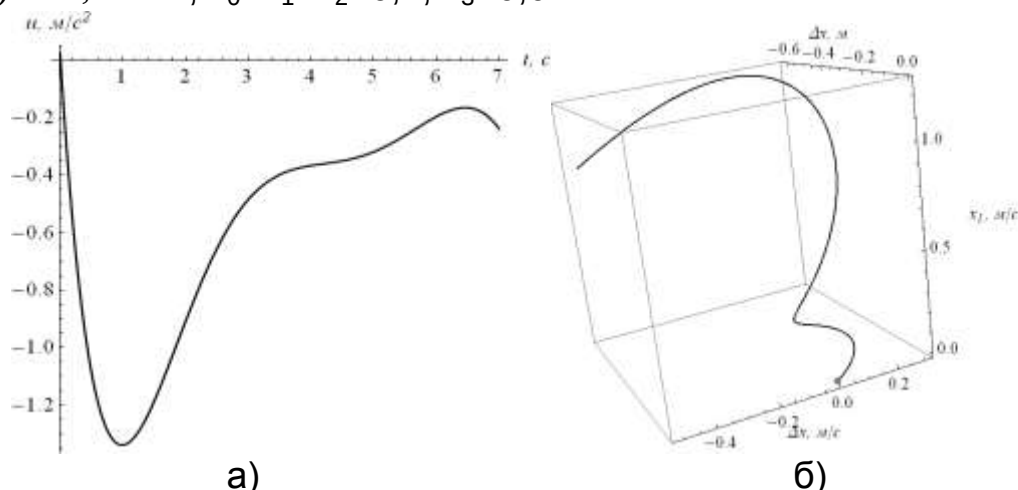


Рис. 2. Графіки функцій: а) керування рухом крана; б) неklasичний фазовий портрет руху динамічної системи у координатах „кут відхилення канату з вантажем від вертикалі – швидкість кута відхилення канату з вантажем від вертикалі – швидкість руху крана”.

Для того, щоб збільшити точність розв'язку задачі необхідно отримати базисну функцію, яка б задовільняла більшій кількості додаткових крайових умов. Встановимо, як збільшення додаткових крайових умов у базисній функції впливає на зменшення значення функціоналу (4). Для цього розв'яжемо задачу при двох, трьох, чотирьох та п'яти додаткових крайових умовах. Для кожної задачі визначимо значення критерію (4). Таким чином, будемо мати таблицю даних, де кількості додаткових крайових умов відповідає деяке значення функціоналу.

Спробуємо знайти аналітичну залежність між вказаними величинами. Для цього використаємо метод нелінійної регресії [18]. Спочатку задамо регресійну модель, яка буде відображати шукану залежність:

$$I_k = a + b \cdot e^{c-k}, \quad (13)$$

де a , b , c – параметри регресійної моделі, які необхідно знайти; k – кількість додаткових крайових умов; I_k – значення критерію, яке відповідає крайовій задачі з k кількістю додаткових крайових умов. Використавши метод нелінійної регресії знайдемо невідомі параметри a , b , c . Розрахунки були проведені для довірчого рівня 0,99. У таблиці 1 приведемо статистичні показники регресійної функції (13).

1. Статистичні показники регресійної функції (13).

Параметри регресійної моделі	Значення статистичних показників		
	Значення параметра регресійної моделі	Стандартна похибка	Критерій Стьюдента
a	$1,86007 \cdot 10^{15}$	$1,12799 \cdot 10^{-16}$	$1,64902 \cdot 10^{31}$
b	$1,0172 \cdot 10^6$	$1,24853 \cdot 10^{-8}$	$8,1472 \cdot 10^{13}$
c	19,8117	0,0127	1559,98

Для проведених розрахунків коефіцієнт детермінації R рівний 0,9999995365, що вказує на досить точне відображення моделлю (13) чисельних даних. Критичне значення критерію Стьюдента для даної кількості ступенів вільності складає 4,604, що значно менше ніж розраховані значення для параметрів моделі (13). Це означає, що всі параметри моделі статистично значимі. Крім того, стандартні похибки всіх параметрів моделі невеликі: вони показують середнє квадратичне відхилення параметра моделі від його істинного значення. Таким чином, розрахована регресійна функція досить точно відображає зміну величини функціоналу в залежності від кількості додаткових крайових умов (рис. 3). Дослідимо функцію (13). Для цього знайдемо її границю:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} I = a. \quad (14)$$

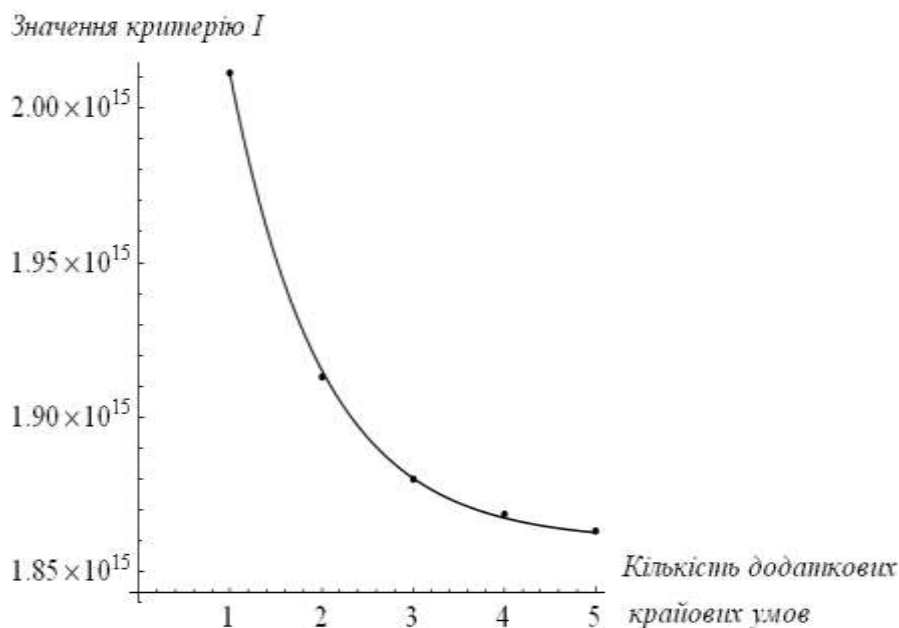


Рис. 3. Регресійна функція (13) та чисельні значення критерію I , які відповідають кількості додаткових крайових умов.

Вираз (14) означає, що у рамках прийнятого підходу значення параметра a регресійної функції (13) відображає точну величину оптимізаційного критерію (4). Приведені вище розрахунки виконані для того, щоб встановити „близькість” наближеного розв’язку до точного. Одним із показників „близькості” може бути такий:

$$\gamma = \frac{I_k - a}{I_k} \cdot 100\%, \quad (15)$$

У табл. 2 наведені значення показника (15) для різної кількості додаткових крайових умов.

2. Значення показника (15) для різної кількості додаткових крайових умов.

Кількість додаткових крайових умов	Значення показника γ , %
1	7,51
2	2,63
3	0,99
4	0,44
5	0,15

Аналізуючи дані, які представлені у табл. 2, приходимо до висновку, що при $k=3$ наближений розв’язок оптимізаційної задачі знаходиться досить „близько” до значення критерію, яке рівне параметру a регресійного рівняння (13), тобто до мінімального значення функціоналу (4), яке знаходиться аналітично. Подальше ускладнення задачі для збільшення точності її розв’язку не потрібне.

Висновок. Таким чином, у даній роботі розв'язана задача оптимального керування рухом вантажопідйомного крана із вантажем на гнучкому підвісі. Встановлено характер впливу складності задачі (кількості додаткових крайових умов у базисній функції, на якій відшукується наближений розв'язок) на величину оптимізаційного критерію. Результати роботи модель бути використані для розробки алгоритмів роботи мехатронної системи керування рухом вантажопідйомних кранів. Крім того, результати математичних розрахунків із використанням прямого варіаційного методу можуть бути використані для оцінки ступеня наближеності розв'язку задачі оптимального керування до її точного розв'язку.

Список літератури

1. Бушер В.В. Асинхронный электропривод подъемно-транспортных механизмов с микропроцессорным управлением: автореф. дисс. на соиск. степ. канд. техн. наук: спец. 05.09.03 „Электрические комплексы и системы, включая их управление и регулирование” / В.В. Бушер. – Одесса, 1993. – 16 с.
2. Мельникова Л.В. Автоматизация технологического процесса перемещения механизма с подвешенным грузом средствами микропроцессорного управления: дисс. на соиск. степ. канд. техн. наук: 05.09.03 / Мельникова Любовь Васильевна. – Одесса, 2000. – 116 с.
3. Свиргул В.П. Разработка оптимальных законов управления мостовым грейферным краном и применение микропроцессорной системы для их реализации: автореф. дисс. на соиск. степ. канд. техн. наук: спец. 05.05.05 „Подъемно-транспортные машины” / В.П. Свиргул. – Х., 1989. – 15 с.
4. Смехов А.А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А.А. Смехов, Н.И. Ерофеев. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с.
5. Ловейкін В.С. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, М.Г. Діктерук, С.І. Пастушенко – К.-Миколаїв: РВВ МДАУ, 2004. – 286 с.
6. Будиков Л.Я. Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа / Л.Я. Будиков. – Луганск: Издательство ВУГУ, 1997. – 210 с.
7. Герасимьяк Р.П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р.П. Герасимьяк, В.А. Лещёв. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192 с.
8. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов – М.: Наука, 1980. – 384 с.
9. Геронимус Я.Л. О некоторых методах определения оптимального закона движения, рассматриваемого как управляющее воздействие / Я.Л. Геронимус, М.М. Перельмутер // Машиноведение. – 1966. – № 6. – С. 6–24.
10. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
11. Терехов В.М. Системы управления электроприводов : учебник / В.М. Терехов, О.И. Осипов ; под ред. Терехова В.М. – Саратов: Изд. центр „Академия”, 2005. – 300 с.
12. Сохадзе А.Г. Мехатронная система грузоподъемного крана для автоматической стабилизации положения груза и управления его движением: дисс. на соиск. степ. канд. тех. наук: 05.02.05 / Сохадзе Александр Георгиевич. – Новочеркасск, 2006. – 218 с.

13. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин / М.С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1969. – 206 с.
14. Казак С.А. Динамика мостовых кранов / С.А. Казак. – М.: Машиностроение, 1968. – 331 с.
15. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
16. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
17. Ловейкін В.С. Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. – К.; Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2010. – 184 с.
18. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии / Е.З. Демиденко. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 303 с.

В статье выполнена постановка задачи оптимального управления движением грузоподъемного крана с грузом на гибком подвесе. Показано невозможность использования вариационного метода для решения задачи. На основе прямого вариационного метода найдено приближенное решение задачи. Исследовано влияние количества дополнительных краевых условий на величину оптимизационного критерия. Предложен показатель степени „близости” значение критерия к него минимальному значению.

Прямой вариационный метод, оптимальное управление, грузоподъемный кран, нелинейная регрессия.

The paper made formulation of problem of crane motion optimal control with load on flexible suspension. Shown the inability to use variational method to solve the problem. On basis of direct variational method approximate solution of problem. The influences of number of additional boundary conditions on value of optimization criterion have been showed. Proposed exponent of „closeness” to value of criterion to its minimum value.

Direct variational method, optimal control, load-lifting crane, nonlinear regression.

УДК 662.767.3

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ЛУЖНОСТІ БЮДИЗЕЛЯ

***О.В. Поліщук, Н.І. Козак, магістри
В.М. Поліщук, кандидат технічних наук
А.В. Білецький, магістр***

© О.В. Поліщук, Н.І. Козак, В.М. Поліщук, А.В. Білецький, 2014