

методик обработки навигационной информации, в том числе и предложенной неинвариантной компенсационной схемы построения навигационно-управляющего комплекса.

Ключевые слова: беспилотная полевая машина, навигационный комплекс, датчик скорости, датчик курса, навигационная информация

STRUCTURE OF NAVIGATION COMPLEX OF UNMANNED FIELD MACHINES

L. V. Aniskevich, Yu. O. Rosamaha

Abstract. *Analytical description of the system of automatic control of motion for the pilotless field machine is conducted by the use of the unlinked invariant method of complex treatment of navigation information, which can be applied for computer-integrated complexes on the base of satellite and course-speed navigation subsystems.*

Verification of efficiency of functioning of the developed mathematical model navigation and control complex field of unmanned machines is implemented by the simulation. This simulation allows to evaluate the correctness of the equations of observation, extrapolation of the estimates of the vector of errors of navigation subsystems, the correction of the estimates of the system state vector and the matrix of amendments and the like. Also it is possible to compare the quality of the calculation of the navigation information for different schemes of integration of subsystems and methods for processing navigation data, including the proposed advance compensation schemes for constructing navigation and control complex.

Key words: *unmanned field car, navigation system, speed sensor, rate sensor, navigation info*

УДК 531.32

АНАЛІЗ РІВНЯНЬ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ЧАСТИНКИ ПО РАДІАЛЬНІЙ ЛОПАТЦІ ОБЕРТОВОГО БАРАБАНА

**Г. А. Голуб, доктор технічних наук
О. А. Марус, кандидат технічних наук
e-mail: gagolub@mail.ru**

Анотація. *Пристрої для перемішування на основі обертових барабанів знаходить все більше поширення при розробці біотехнологічних процесів ферментації, а тому підвищення*

© Г. А. Голуб, О. А. Марус, 2016

ефективності їх роботи шляхом обґрунтування методів визначення параметрів руху частинок по радіальній лопатці в обертовому барабані, які дозволять встановити раціональні значення кутової швидкості та конструктивні параметри обертових барабанів, потребує подальшого удосконалення.

Приведено розв'язок диференційних рівнянь, що визначають параметри руху матеріальних частинок по радіальній лопатці при різних варіантах обертання барабана. Отримані рішення диференційних рівнянь, що визначають параметри руху матеріальних частинок по радіальній лопатці при різних варіантах обертання барабана є ідентичними і відрізняються між собою лише початковими значеннями кутів повороту при зміщенні між горизонтальною та вертикальною осями на величину $\pi/2$.

Ключові слова: барабан, радіальна лопатка, рух частинки

Постановка проблеми. Пристрої для перемішування на основі обертових барабанів знаходять все більше поширення при розробці біотехнологічних процесів ферментації, а тому підвищення ефективності їх роботи шляхом обґрунтування методів визначення параметрів руху частинок по радіальній лопатці в обертовому барабані, які дозволять встановити раціональні значення кутової швидкості та конструктивні параметри обертових барабанів, потребує подальшого удосконалення.

Аналіз останніх досліджень. Основи аналізу руху матеріальних частинок по робочих органах з горизонтальною та вертикальною віссю обертання були закладені у відомій праці академіка П. М. Василенка [1]. Значний обсяг досліджень щодо визначення відносної швидкості руху матеріальної точки по робочих органах з горизонтальною віссю обертання був проведений також у роботах [2, 3, 4] з метою визначення параметрів робочих органів для розпушування компостів та внесення органічних добрив. Ці дослідження стосувалися аналізу руху матеріальних частинок по радіальних робочих органах в обмеженому секторі повороту барабана. Встановлено також [5], що диференційні рівняння, які описують рух матеріальної частинки, що рухається по радіальних лопатках в обертовому барабані при його обертанні проти та за часовою стрілкою, а також при системах відліку кута повороту від горизонтальної та вертикальної вісі мають наступний вигляд:

$$m \frac{dv_R}{dt} = m \frac{d^2 r}{dt^2} = mrw^2 - 2fmw \frac{dr}{dt} - fmg \cos(B + wt) - mg \sin(B + wt); \quad (1)$$

$$m \frac{dv_R}{dt} = m \frac{d^2 r}{dt^2} = mrw^2 - 2fmw \frac{dr}{dt} + fmg \sin(B + wt) - mg \cos(B + wt); \quad (2)$$

$$m \frac{dv_R}{dt} = m \frac{d^2 r}{dt^2} = mrw^2 - 2fmw \frac{dr}{dt} + fmg \cos(B + wt) + mg \sin(B + wt); \quad (3)$$

$$m \frac{dv_R}{dt} = m \frac{d^2 r}{dt^2} = mrw^2 - 2fmw \frac{dr}{dt} - fmg \sin(B + wt) + mg \cos(B + wt), \quad (4)$$

де: m – маса частинки, кг; w – кутова швидкість обертання барабана, рад/с; r – поточний радіус положення частинки на лопатці, м; g – прискорення земного тяжіння, м/с²; f – коефіцієнт тертя матеріальної частинки по матеріалу лопатки, відн. од.; B – початковий кут повороту лопатки барабана, рад.; t – час повороту барабана, с; v_R – відносна швидкість руху частинки по лопатці, м/с; mrw^2 – відцентрова сила інерції, Н; $2mw \frac{dr}{dt}$ – коріолісова сила, Н; mg – сила тяжіння, Н.

Для узагальнення проведених досліджень доцільно отримати розв'язок основних рівнянь, які описують рух матеріальних частинок по радіальних лопатках обертового барабана та провести їх аналіз.

Мета досліджень. Отримати узагальнений розв'язок диференційних рівнянь, які описують рух матеріальної частинки по радіальній лопатці обертового барабана при його обертанні проти та за часовою стрілкою, а також системах відліку кута повороту від горизонтальної та вертикальної вісі барабана.

Результати досліджень. Приведемо диференційні рівняння (1)–(4), до наступного вигляду:

$$r'' + 2fwr' - w^2 r = -fg \cos(B + wt) - g \sin(B + wt); \quad (5)$$

$$r'' + 2fwr' - w^2 r = fg \sin(B + wt) - g \cos(B + wt); \quad (6)$$

$$r'' + 2fwr' - w^2 r = fg \sin(B + wt) + g \cos(B + wt); \quad (7)$$

$$r'' + 2fwr' - w^2 r = -fg \sin(B + wt) + g \cos(B + wt). \quad (8)$$

Дані рівняння є лінійними рівняннями другого порядку з постійними коефіцієнтами та правою частиною у вигляді тригонометричного поліному [6]. Загальновідомо, що відповідне їм однорідне диференційне рівняння матиме вигляд:

$$r'' + 2fwr' - w^2 r = 0; \quad \lambda^2 + 2fw\lambda - w^2 = 0, \quad (9)$$

а його корені:

$$\lambda_1 = w(-f + \sqrt{f^2 + 1}); \quad \lambda_2 = w(-f - \sqrt{f^2 + 1}), \quad (10)$$

де: λ_1, λ_2 – корені характеристичного рівняння, с⁻¹.

Загальне рішення вище наведених диференційних рівнянь виглядає [6]:

$$r = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t) + r_{cp}. \quad (11)$$

Часткове рішення вище наведених неоднорідних диференційних рівнянь знаходимо у вигляді тригонометричного поліному [6]:

$$r_{cp} = M \cos(B + wt) + N \sin(B + wt), \quad (12)$$

де: $r_{\text{чр}}$ – часткове рішення вище наведених неоднорідних диференційних рівнянь, м.

Підставивши часткове рішення, а також його першу $r'_{\text{чр}} = -M\omega \sin(B + wt) + N\omega \cos(B + wt)$ й другу похідну $r''_{\text{чр}} = -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt)$ у вихідні диференційні рівняння, отримаємо:

$$\begin{aligned} & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) + 2fw(-M\omega \sin(B + wt) + N\omega \cos(B + wt)) - \\ & -w^2(M \cos(B + wt) + N \sin(B + wt)) = -fg \cos(B + wt) - g \sin(B + wt); \\ & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) + 2fw(-M\omega \sin(B + wt) + N\omega \cos(B + wt)) - \\ & -w^2(M \cos(B + wt) + N \sin(B + wt)) = fg \sin(B + wt) - g \cos(B + wt); \\ & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) + 2fw(-M\omega \sin(B + wt) + N\omega \cos(B + wt)) - \\ & -w^2(M \cos(B + wt) + N \sin(B + wt)) = fg \cos(B + wt) + g \sin(B + wt); \\ & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) + 2fw(-M\omega \sin(B + wt) + N\omega \cos(B + wt)) - \\ & -w^2(M \cos(B + wt) + N \sin(B + wt)) = -fg \sin(B + wt) + g \cos(B + wt), \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) - \\ & -w^2 M \cos(B + wt) - w^2 N \sin(B + wt) = -fg \cos(B + wt) - g \sin(B + wt); \\ & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) - \\ & -w^2 M \cos(B + wt) - w^2 N \sin(B + wt) = fg \sin(B + wt) - g \cos(B + wt); \\ & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) - \\ & -w^2 M \cos(B + wt) - w^2 N \sin(B + wt) = fg \cos(B + wt) + g \sin(B + wt); \\ & -M\omega^2 \cos(B + wt) - N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) - \\ & -w^2 M \cos(B + wt) - w^2 N \sin(B + wt) = -fg \sin(B + wt) + g \cos(B + wt). \end{aligned}$$

Звідки, для кожного із диференційних рівнянь маємо:

$$\begin{cases} -2M\omega^2 \cos(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) = -fg \cos(B + wt) \\ -2N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) = -g \sin(B + wt); \\ -2M\omega^2 \cos(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) = -g \cos(B + wt) \\ -2N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) = fg \sin(B + wt); \\ -2M\omega^2 \cos(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) = fg \cos(B + wt) \\ -2N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) = g \sin(B + wt); \\ -2M\omega^2 \cos(B + wt) + 2fw^2 N \cos(B + wt) = g \cos(B + wt) \\ -2N\omega^2 \sin(B + wt) - 2fw^2 M \sin(B + wt) = -fg \sin(B + wt). \end{cases}$$

Значення коефіцієнтів визначимо із наступних систем рівнянь:

$$\begin{cases} -2w^2 M + 2fw^2 N = -gf; \\ -2fw^2 M - 2w^2 N = -g \end{cases}; \quad (13)$$

$$\begin{cases} -2w^2M + 2fw^2N = -g, \\ -2fw^2M - 2w^2N = fg. \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} -2w^2M + 2fw^2N = gf, \\ -2fw^2M - 2w^2N = g \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} -2w^2M + 2fw^2N = g, \\ -2fw^2M - 2w^2N = -fg \end{cases} \quad (16)$$

Визначник яких становить:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2\omega^2 & 2f\omega^2 \\ -2f\omega^2 & -2\omega^2 \end{vmatrix} = 4\omega^4 + 4f^2\omega^4 = 4\omega^4(1 + f^2).$$

Значення коефіцієнтів для першого рівняння становитимуть:

$$N = \frac{\begin{vmatrix} -2\omega^2 & -gf \\ -2f\omega^2 & -g \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2g\omega^2 - 2f^2g\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{2g\omega^2(1 - f^2)}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{g(1 - f^2)}{2\omega^2(1 + f^2)};$$

$$M = \frac{\begin{vmatrix} -gf & 2f\omega^2 \\ -g & -2\omega^2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2gf\omega^2 + 2fg\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{4gf\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{gf}{\omega^2(1 + f^2)}.$$

Для другого рівняння значення коефіцієнтів становитимуть:

$$N = \frac{\begin{vmatrix} -2\omega^2 & -g \\ -2f\omega^2 & gf \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-2gf\omega^2 - 2fg\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = -\frac{4gf\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = -\frac{gf}{\omega^2(1 + f^2)};$$

$$M = \frac{\begin{vmatrix} -g & 2f\omega^2 \\ gf & -2\omega^2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2g\omega^2 - 2f^2g\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{2g\omega^2(1 - f^2)}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{g(1 - f^2)}{2\omega^2(1 + f^2)}.$$

Значення коефіцієнтів для третього рівняння становитимуть:

$$N = \frac{\begin{vmatrix} -2\omega^2 & gf \\ -2f\omega^2 & g \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-2g\omega^2 + 2f^2g\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = -\frac{2g\omega^2(1 - f^2)}{4\omega^4(1 + f^2)} = -\frac{g(1 - f^2)}{2\omega^2(1 + f^2)};$$

$$M = \frac{\begin{vmatrix} gf & 2f\omega^2 \\ g & -2\omega^2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-2gf\omega^2 - 2fg\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = -\frac{4gf\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = -\frac{gf}{\omega^2(1 + f^2)}.$$

Для четвертого рівняння значення коефіцієнтів становитимуть:

$$N = \frac{\begin{vmatrix} -2\omega^2 & g \\ -2f\omega^2 & -gf \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2gf\omega^2 + 2fg\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{4gf\omega^2}{4\omega^4(1 + f^2)} = \frac{gf}{\omega^2(1 + f^2)};$$

$$M = \frac{\begin{vmatrix} g & 2f\omega^2 \\ -gf & -2\omega^2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-2g\omega^2 + 2f^2g\omega^2}{4\omega^4(1+f^2)} = -\frac{2g\omega^2(1-f^2)}{4\omega^4(1+f^2)} = -\frac{g(1-f^2)}{2\omega^2(1+f^2)}.$$

Тоді часткові рішення вище наведених неоднорідних диференціальних рівнянь матимуть вигляд:

$$r_{\text{чр}} = \frac{gf}{w^2(1+f^2)} \cos(B+wt) + \frac{g(1-f^2)}{2w^2(1+f^2)} \sin(B+wt); \quad (17)$$

$$r_{\text{чр}} = \frac{g(1-f^2)}{2w^2(1+f^2)} \cos(B+wt) - \frac{gf}{w^2(1+f^2)} \sin(B+wt); \quad (18)$$

$$r_{\text{чр}} = -\frac{gf}{w^2(1+f^2)} \cos(B+wt) - \frac{g(1-f^2)}{2w^2(1+f^2)} \sin(B+wt); \quad (19)$$

$$r_{\text{чр}} = -\frac{g(1-f^2)}{2w^2(1+f^2)} \cos(B+wt) + \frac{gf}{w^2(1+f^2)} \sin(B+wt). \quad (20)$$

Для часткових рішень рівнянь (17) та (19) можна записати:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{gf2w^2(1+f^2)}{w^2(1+f^2)g(1-f^2)} = \frac{2f}{1-f^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}.$$

Аналогічно, для часткових рішень рівнянь (18) та (20):

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{g(1-f^2)w^2(1+f^2)}{2w^2(1+f^2)gf} = -\frac{1-f^2}{2f}; \quad \varphi = -\operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}.$$

Для всіх чотирьох часткових рішень рівнянь можна записати:

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{\frac{g^2 f^2}{w^4(1+f^2)^2} + \frac{g^2(1-f^2)^2}{4w^4(1+f^2)^2}} = \sqrt{\frac{4g^2 f^2 + g^2(1-f^2)^2}{4w^4(1+f^2)^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{4g^2 f^2 + g^2 - 2g^2 f^2 + g^2 f^4}{4w^4(1+f^2)^2}} = \sqrt{\frac{g^2(1+f^2)^2}{4w^4(1+f^2)^2}} = \frac{g}{2w^2}. \end{aligned}$$

Тоді повні рішення неоднорідних диференціальних рівнянь (1) та (3), як сума загального (11) та часткового (17) та (19) рішень матимуть вигляд:

$$r = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t) + \frac{g}{2w^2} \sin\left(B + wt + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right). \quad (21)$$

Повні рішення неоднорідних диференціальних рівнянь (2) та (4), як сума загального (11) та часткового (18) та (20) рішень матимуть вигляд:

$$r = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t) + \frac{g}{2w^2} \sin\left(B + wt - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right). \quad (22)$$

Відносна швидкість руху частинки по лопатці при рішеннях неоднорідного диференціального рівняння (21) та (22) становитиме:

$$v_R = \frac{dr}{dt} = \lambda_1 C_1 \exp(\lambda_1 t) + \lambda_2 C_2 \exp(\lambda_2 t) + \frac{g}{2w} \cos\left(B + wt + \arctg \frac{2f}{1-f^2}\right); \quad (23)$$

$$v_R = \frac{dr}{dt} = \lambda_1 C_1 \exp(\lambda_1 t) + \lambda_2 C_2 \exp(\lambda_2 t) + \frac{g}{2w} \cos\left(B + wt - \arctg \frac{1-f^2}{2f}\right). \quad (24)$$

Прийнявши, що матеріальна частинка рухатися по поверхні лопатки до периферії барабана, а тому в початковий момент її відносна швидкість дорівнюватиме нулю, а сама частинка буде знаходитися на деякій відстані від центру барабана. Враховуючи такі початкові умови:

$$t = 0; \quad r = R_{II}; \quad v_R = v_{RII} = 0, \quad (25)$$

система рівнянь для визначення постійних величин диференціальних рівнянь (1) та (3) буде мати вигляд:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B + \arctg \frac{2f}{1-f^2}\right) \\ \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 = -\frac{g}{2w} \cos\left(B + \arctg \frac{2f}{1-f^2}\right) \end{cases}, \quad (26)$$

а система рівнянь для визначення постійних величин диференціальних рівнянь (2) та (4) буде мати наступний вигляд

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B - \arctg \frac{1-f^2}{2f}\right) \\ \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 = -\frac{g}{2w} \cos\left(B - \arctg \frac{1-f^2}{2f}\right) \end{cases}. \quad (27)$$

Визначник даних систем рівнянь становить:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{vmatrix} = \lambda_2 - \lambda_1.$$

Значення постійних величин диференціальних рівнянь (1) та (3) становитимуть:

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B + \arctg \frac{2f}{1-f^2}\right) & 1 \\ -\frac{g}{2w} \cos\left(B + \arctg \frac{2f}{1-f^2}\right) & \lambda_2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\lambda_2 R_{II} - \frac{\lambda_2 g}{2w^2} \sin\left(B + \arctg \frac{2f}{1-f^2}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1} + \frac{\frac{g}{2w} \cos\left(B + \arctg \frac{2f}{1-f^2}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1};$$

$$C_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right) \\ \lambda_1 & -\frac{g}{2w} \cos\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right) \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-\frac{g}{2w} \cos\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1} -$$

$$-\frac{\lambda_1 R_{II} - \frac{\lambda_1 g}{2w^2} \sin\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

або

$$C_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right) + \frac{g}{2w\lambda_2} \cos\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right) \right];$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{g}{2w^2} \sin\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right) - \frac{g}{2w\lambda_1} \cos\left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2}\right) - R_{II} \right].$$

Значення постійних величин диференціальних рівнянь (2) та (4) становитимуть:

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right) & 1 \\ -\frac{g}{2w} \cos\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right) & \lambda_2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\lambda_2 R_{II} - \frac{\lambda_2 g}{2w^2} \sin\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1} +$$

$$+ \frac{\frac{g}{2w} \cos\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1};$$

$$C_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right) \\ \lambda_1 & -\frac{g}{2w} \cos\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right) \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-\frac{g}{2w} \cos\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1} -$$

$$-\frac{\lambda_1 R_{II} - \frac{\lambda_1 g}{2w^2} \sin\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

або

$$C_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sin\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right) + \frac{g}{2w\lambda_2} \cos\left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}\right) \right];$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{g}{2w^2} \sin \left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f} \right) - \frac{g}{2w\lambda_1} \cos \left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f} \right) - R_{II} \right].$$

Для значень постійних величин диференційних рівнянь можна записати:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{g}{2w\lambda_2} : \left(-\frac{g}{2w^2} \right) = -\frac{g2w^2}{2w\lambda_2 g} = -\frac{w}{\lambda_2}; \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = -\frac{g}{2w\lambda_1} : \frac{g}{2w^2} = -\frac{g2w^2}{2w\lambda_1 g} = -\frac{w}{\lambda_1} \\ \varphi_1 &= -\operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_2}; \quad \varphi_2 = -\operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_1 &= \sqrt{\frac{g^2}{4w^4} + \frac{g^2}{4w^2\lambda_2^2}} = \sqrt{\frac{g^2\lambda_2^2 + g^2w^2}{4w^4\lambda_2^2}} = \sqrt{\frac{g^2(\lambda_2^2 + w^2)}{4w^4\lambda_2^2}} = \frac{g}{2w^2} \sqrt{1 + \frac{w^2}{\lambda_2^2}}; \\ c_2 &= \sqrt{\frac{g^2}{4w^4} + \frac{g^2}{4w^2\lambda_1^2}} = \sqrt{\frac{g^2\lambda_1^2 + g^2w^2}{4w^4\lambda_1^2}} = \sqrt{\frac{g^2(\lambda_1^2 + w^2)}{4w^4\lambda_1^2}} = \frac{g}{2w^2} \sqrt{1 + \frac{w^2}{\lambda_1^2}}. \end{aligned}$$

З урахуванням цього, значення постійних величин диференційних рівнянь (1) та (3) матимуть значення:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sqrt{1 + \frac{w^2}{\lambda_2^2}} \sin \left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2} - \operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_2} \right) \right]; \\ C_2 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{g}{2w^2} \sqrt{1 + \frac{w^2}{\lambda_1^2}} \sin \left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2} - \operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_1} \right) - R_{II} \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Для диференційних рівнянь (2) та (4) значення постійних величин становитимуть:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[R_{II} - \frac{g}{2w^2} \sqrt{1 + \frac{w^2}{\lambda_2^2}} \sin \left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f} - \operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_2} \right) \right]; \\ C_2 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{g}{2w^2} \sqrt{1 + \frac{w^2}{\lambda_1^2}} \sin \left(B - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f} - \operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_1} \right) - R_{II} \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Отримані рішення диференційних рівнянь відрізняються між собою видом значення синуса кута в повних рішеннях неоднорідного диференційного рівняння та в значеннях постійних величин диференційного рівняння. Порівняємо значення синусів кута в повних рішеннях неоднорідного диференційного рівняння та в значеннях постійних величин диференційного рівняння з урахуванням того, що початкові значення кутів повороту мають зміщення на величину $\pi/2$ одне відносно другого:

$$\begin{aligned} \sin \left(B + \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2} - \operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_2} \right) &= \sin \left(B + \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f} - \operatorname{arctg} \frac{w}{\lambda_2} \right), \\ \text{або } \operatorname{arctg} \frac{2f}{1-f^2} &= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1-f^2}{2f}. \end{aligned}$$

Виконавши перетворення одержимо:

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2f}{1-f^2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1-f^2}{2f}\right); \quad \frac{2f}{1-f^2} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1-f^2}{2f}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1-f^2}{2f}\right)}.$$

У кінцевому підсумку маємо:

$$\frac{2f}{1-f^2} = \frac{\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{1-f^2}{2f}\right)}{\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{1-f^2}{2f}\right)} = \operatorname{ctg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1-f^2}{2f}\right) = \frac{1}{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1-f^2}{2f}\right)} = \frac{2f}{1-f^2}.$$

Висновок. Отримані рішення диференційних рівнянь, що визначають параметри руху матеріальних частинок по радіальній лопатці при різних варіантах обертання барабана є ідентичними і відрізняються між собою лише початковими значеннями кутів повороту при зміщенні між горизонтальною та вертикальною осями на величину $\pi/2$.

Список літератури

1. Василенко П. М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П. М. Василенко. – К.: УАСХН, 1960. – 284 с.
2. Марченко Н. М. Механизация внесения органических удобрений / Н. М. Марченко, Г. И. Личман, А. Е. Шебалкин. – М.: ВО «Агропромиздат», 1990. – 207 с.
3. Якубаускас В. И. Технологические основы механизированного внесения удобрений / В. И. Якубаускас. – М.: Колос, 1973. – 231 с.
4. Голуб Г. А. Агропромислове виробництво їстівних грибів. Механіко-технологічні основи / Г. А. Голуб. – К.: Аграрна наука, 2007. – 332 с.
5. Голуб Г. А. Механіка руху частинки по радіальній лопатці обертового барабана / Г. А. Голуб, О. А. Марус // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК. – К., 2016. – Вип. 241. – 396 с. – С. 350–358.
6. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. – 4-е издание, стереотипное / М. Я. Выгодский. – М.: Госиздат, 1959. – 783 с.

References

1. Vasylenko, P. M. (1960). Teoryya dvyzhenyya chastytsy po sherokhovatym poverkhnostyam sel'skokhozyaystvennykh mashyn [The theory of the motion of particles on rough surfaces agricultural machines]. K.: UASKhN, 284.
2. Marchenko, N. M., Lychman, H. Y., Shebalkyn, A. E. (1990). Mekhanyzatsyya vnesenyya orhanycheskykh udobrenyy [Mechanization of the application of organic fertilizers]. M.: VO "Ahropromyzdat", 207.
3. Yakubauskas, V. Y. (1973). Tekhnolohycheskye osnovy mekhanyzyrovannoho vnesenyya udobrenyy [Technological bases of the mechanized fertilizer]. M.: Kolos, 231.

4. Holub, H. A. (2007). Ahropromyslove vyrobnytstvo yistivnykh hrybiv. Mekhaniko-tekhnologichni osnovy [Agro-industrial production of edible mushrooms. Mechanical-technological basis]. K.: Ahrarna nauka, 332.
5. Holub, H. A., Marus, O. A. (2016). Mekhanika rukhu chastynky po radial'niy lopattsi obertovoho barabana [The mechanics of the motion of the particle in the radial shoulder of the rotating drum]. Naukovyy visnyk Natsional'noho universytetu bioresursiv i pryrodokorystuvannya Ukrainy. Seriya: tekhnika ta enerhetyka APK. K., Vyp. 241, 396, 350–358.
6. Vyhodskyy, M. Ya. (1959). Spravochnyk po vysshey matematyke [Handbook of higher mathematics]. 4-e yzdanye, stereotypnoe. M.: Hosyzdat, 783.

АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ ПО РАДИАЛЬНОЙ ЛОПАТКЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ БАРАБАНА

Г. А. Голуб, О. А. Марус

Аннотация. Проведено решение дифференциальных уравнений, которые определяют параметры центробежного движения материальных частиц по радиальной лопатке при различных вариантах вращения барабана.

Устройства для перемешивания на основе вращающихся барабанов находят все большее распространение при разработке биотехнологических процессов ферментации, а потому повышение эффективности их работы путем обоснования методов определения параметров движения частиц по радиальной лопатке во вращающемся барабане, которые позволят установить рациональные значения угловой скорости и конструктивные параметры вращающихся барабанов, требует дальнейшего совершенствования.

Приведено решение дифференциальных уравнений, определяющих параметры движения материальных частиц по радиальной лопатке при различных вариантах вращения барабана.

Полученные решения дифференциальных уравнений, определяющих параметры движения материальных частиц по радиальной лопатке при различных вариантах вращения барабана являются идентичными и отличаются между собой лишь начальными значениями углов поворота при смещении между горизонтальной и вертикальной осями на величину $\pi/2$.

Ключевые слова: барабан, радиальная лопатка, движение частицы

ANALYSIS OF EQUATIONS OF MOTION OF MATERIAL PARTICLES ON RADIAL SHOULDER OF ROTATING DRUM

G. A. Golub, O. A. Marus

Abstract. The solutions of differential equations that define the centrifugal movement of material particles on radial blade variants with different drum are specified.

Device for mixing based on the spinning reels finds more and more acceptance in the development of biotechnological fermentation processes, and therefore improving the efficiency of their work by justifying the methods of determining the parameters of the particle motion in the radial blade in a rotating drum, which will allow you to set rational values of angular velocity and structural parameters of spinning reels, requires further improvement.

Given the solution of the differential equations that determine the parameters of motion of material particles in the radial blade with different variants of drum rotation.

The obtained solution of the differential equations that determine the parameters of motion of material particles in the radial blade with different variants of rotation of the drum are identical and differ only the initial values of the rotation angles of the displacement between the horizontal and vertical axes at $\pi/2$.

Key words: *drum, radial blade, movement of particles*

УДК 621.87

МІНІМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ В МЕХАНІЗМІ ПІДЙОМУ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН

В. С. Ловейкін, доктор технічних наук
Ю. В. Човнюк, кандидат технічних наук
І. О. Кадикало, аспірант*
e-mail: lovvs@ukr.net

Анотація. Розглянутий вплив різних умов підйому вантажу («з ваги», «з підхватом») і жорсткостей канату (абсолютно жорсткий і пружний) на величину динамічних навантажень у пружних елементах. Задля зменшення цих навантажень (зокрема, коефіцієнту динамічності) запропонований вибір необхідних режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів. На прикладі механізму підйому вантажу кранами (двомасова модель) проведена динамічна оптимізація (мінімізація) вказаних навантажень у вантажних канатах.

Проведений всебічний аналіз впливу умов підйому вантажу «з ваги» і жорсткостей канату (абсолютно жорсткий/пружний) на величину коефіцієнта динамічних навантажень у пружних елементах (канатах) вантажопідйомних механізмів кранів.

Запропоновані й обґрунтовані необхідні режими руху механізму підйому вантажу крана (у межах двомасової моделі), які

*Науковий керівник – доктор технічних наук В. С. Ловейкін

© В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, І. О. Кадикало, 2016