

## ТЕПЛОМАССОБМЕН В ПОРАХ АДсорбЦИОННЫХ ТЕРМОТРАНСФОРМАТОРОВ

**Б. Х. ДРАГАНОВ**, доктор технических наук

**Ю. Ф. СНЕШКИН**, доктор технических наук

*e-mail: nni.elektrik@gmail.com*

**Аннотация.** Проанализированы основные характеристики гетерогенных систем и процесса адсорбции. Приведено моделирование теплообмена в пористых средах. Определено производство энтропии анализируемых явлений.

**Ключевые слова:** адсорбция, пористая среда, адсорбционный тепловой насос, правило фаз по Гиббсу, уравнение Гиббса-Дюгема, преобразование Ханкеля и Лапласа, функция Бесселя, производство энтропии

Анализ процессов тепломассообмена в пористой среде является актуальной научной задачей.

**Цель исследований** – разработка метода моделирования тепломассообменных процессов в микропористых каналах адсорбционных тепловых насосов.

**Материалы и методика исследований.** Анализируемый объект представляет собой гетерогенную систему. В химической термодинамике гетерогенную систему обычно рассматривают как совокупность однородных фаз и используют приближенное свойство аддитивности, согласно которому экстенсивные величины для системы в целом (внутренняя энергия  $U$ , энтропия  $S$  и т. п.) равны сумме соответствующих значений этих величин для отдельных фаз [1]. При таком подходе, который имеет определенное практическое значение, исключается возможность описания поверхностных явлений, обусловленных существованием физических границ между фазами.

С другой стороны, гетерогенную систему можно рассматривать как целое, не деля ее на однородные фазы. Для  $n$ -компонентной (открытой) системы в целом будет справедливо фундаментальное уравнение

$$dU = TdS + \sum_{j=1}^k X_j dx_j + \sum_{i=1}^n \mu_i dm_i, \quad (1)$$

где  $U$  – внутренняя энергия системы;

$S$  – ее энтропия;

$T$  – абсолютная температура;

$X_j$  – обобщенная сила, действующая на систему;

$x_j$  – соответствующая ей обобщенная координата;

$\mu_i$  – химический потенциал  $i$ -го компонента;

$m_j$  – его масса (выраженная, например, в молях).

Уравнение (1) обладает свойством фундаментальности в том смысле, какой придавал этому понятию Гиббс [2].

**Результаты исследований.** Из свойства аддитивности следует, что полный дифференциал любой экстенсивной функции  $Y$  гетерогенной  $r$ -фазной системы равен сумме полных дифференциалов этой функции для отдельных фаз:

$$dY = dY^{(1)} + dY^{(2)} + \dots + dY^{(r)}. \quad (2)$$

$$Y^{(1)} = \sum_{i=1}^{n^{(1)}} m_i^{(1)} \bar{Y}_i^{(1)}, \quad (3)$$

$$Y^{(2)} = \sum_{i=1}^{n^{(2)}} m_i^{(2)} \bar{Y}_i^{(2)}, \quad (4)$$

Для однородных фаз 1 и 2 можно записать уравнения Гиббса-Дюгема [3]:

$$\sum_{j=1}^{k^{(1)}} x_j^{(1)} dX_j^{(1)} + S^{(1)} dT^{(1)} + \sum_{i=1}^{n^{(1)}} m_i^{(1)} d\mu_i^{(1)} = 0, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{k^{(2)}} x_j^{(2)} dX_j^{(2)} + S^{(2)} dT^{(2)} + \sum_{i=1}^{n^{(2)}} m_i^{(2)} d\mu_i^{(2)} = 0. \quad (6)$$

Уравнения (5) и (6) дают связь между приращениями интенсивных переменных, характеризующих фазы.

Пористая среда широко используется в процессах аккумулирования тепла, в том числе и в адсорбционных тепловых насосах [5].

Исходная система уравнений движения для осесимметричного и стационарного случая процессов тепломассобмена записывается так:

- состояния:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^n \rho v) = 0, \quad (7)$$

- движения в направлении координаты  $z$ :

$$\frac{\partial}{\partial z}(p \nu u) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r}(r^n \rho \nu u) = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_e \frac{\partial u}{\partial r} \right) - f \frac{\mu_e u}{K} - f \frac{\rho F}{\sqrt{K}} |u| u, \quad (8)$$

- движения в направлениях радиуса  $r$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z}(\rho u v) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho \nu v) = & -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_e \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \\ & - f \frac{\mu_e v}{K} - f \frac{\rho F}{\sqrt{K}} |u| v - \frac{\mu_e v}{r^2} n, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $u, v$  – компоненты скорости;

$\rho$  – плотность;

$f$  – параметры, определяющие степень пористости исследуемого тела;

$\mu_e$  – эффективная вязкость;

$K$  – площадь, м<sup>2</sup>;

$F$  – показатель интенсивности;

$|u| = (u^2 + v^2)^{0,5}$ , м/с.

Уравнение энергии, если пренебречь эффектом диссипации, в силу вязкости, а также теплообмена, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho_e c_e u T) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r}(\rho_e c_e r^n v T) = \frac{\partial}{\partial z} \left( k_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^n k_e \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (10)$$

где  $k_e$ ,  $c_e$ , и  $\rho_e$  – соответственно эффективный коэффициент теплопроводности, эффективный коэффициент теплообмена и эффективная плотность.

Анализ теплообмена в пористых средах в адсорбционных процессах.

Можно принять, что основным процессом передачи тепла является теплопроводность. Задача формулируется следующим образом: дано ограниченный цилиндр ( $-h < z < h$ ,  $\omega < r < R$ ), что сначала имеет температуру, равную температуре окружающей среды  $T_0$ . В начальный момент времени боковая поверхность цилиндра и поверхности торцов начинают нагреваться с постоянной скоростью  $b$  град/с, где  $b \leq \lambda \sqrt{a}$  – коэффициент тепловой активности

( $\lambda$  – теплопроводность;  $a$  – температуропроводность).

Согласно формулировке задачи, математическая модель формируется в виде двумерного уравнения теплопроводности в цилиндрических координатах [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]. \quad (11)$$

Краевые условия записываются следующим образом:

$$T(r, z, 0) = T_0; \quad (12)$$

$$T(r, h, \tau) = T(R, z, \tau) T_0 + b\tau; \quad (13)$$

$$\frac{\partial T(r, 0, \tau)}{\partial z} = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial T(0, z, r)}{\partial r} = 0. \quad (15)$$

Общее решение сформулированной задачи основывается на методе интегральных преобразований Ханкеля и Лапласа [5]:

$$T(r, z, t) - T_0 = b\tau - \frac{bR^2}{4a} \left[ 1 - \frac{r^2}{R^2} - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left( \mu_0 \frac{r}{R} \right) \text{ch} \mu_0 \frac{z}{R}}{\mu^3 J_1(\mu_n) \text{ch} \mu_n k} \right] +$$

$$\frac{4bh^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} J_0 \left( \mu_n \frac{r}{R} \right) \cos \lambda_m \frac{z}{h}}{\mu_n J_1(\mu_n) \lambda_m (\lambda_m^2 + \mu_n^2 k^2)} \times \exp[-(\lambda_m^2 + \mu_n^2 k^2) F o_h] \quad (16)$$

В этом уравнении, кроме вышеуказанных, приняты, обозначения:  
 $J_0, J_1$  – функции Бесселя нулевого и первого порядка первого рода:  
 $k=h/R$ ;  $Fo=a\tau/h$  – критерий Фурье;  $\mu_n$  – корни характеристического уравнения:  
 $J_0(\mu)=0$ . (17)

С учетом (17), можно получить безразмерные зависимости для рассматриваемого процесса:

$$\frac{\theta}{PdFo} = f\left(k, \frac{r}{R}, \frac{z}{h}, Fo\right), \quad (18)$$

где  $Pd = \left(\frac{d\theta}{dFo}\right)_{\max}$  – критерий Предводителя;

$\theta = \frac{T(r, z, \tau) - T_0}{T_0}$  – относительная избыточная температура в произвольной точке тела.

### Выводы

Пористые среды играют существенную роль не только в области технических устройств, но и в явлениях природы, биологии [6, 7]. В статье приведено решение динамики тепломассобмена в адсорбционных тепловых насосах.

### Список литературы

1. Пригожин И. Химическая термодинамика / И. Пригожин, Р. Дефэй // Новосибирск : Наука, 1956.
2. Гиббс Дж. В. Термодинамические работы / Дж. В. Гиббс. – М.; Л. : Гостехиздат, 1950. – 492 с.
3. Morosuk, T. (2003). Porous media for fouling problems in heat exchangers of refrigeration machines and heat pumps, on current issues on heat and mass transfer in porous media: Proceeding on the NATO Advanced Study Institute on Porous Media, 19–20 June 2003, Neptune Romania, 406–416.
4. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высш. шк., 1967. – 600 с.
5. Бекман Г. Тепловое аккумулирование энергии / Г. Бекман, П. Гилли – М. : Мир, 1987. – 272 с.
6. Пригожин И. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур / И. Пригожин, Д. Кондепуди. – М. : Мир, 2002. – 461 с.
7. A. Bejan. Entropy generation minimization in heat transfer. In: E. Sciubba. M. Moran (Eds) second Law Analysis of Energy systems: toward the 21st century. Proceedings of International Conferences ROMA, 1995. – P. 363–372.
8. Lage, J. L., Narasimhan, A. (2000). Porous media enhanced forced convection fundamentals and applications, in K. Vafai, H. A. Hadim (Eds), Handbook of Porous Media, Marcel Dekker, New York.

### References

1. Prigozhin, I., Defei, R. (1956). Khimicheskaya termodinamika [Chemical thermodynamics]. Novosibirsk : Nauka, 509.
2. Gibbs, Dzh. V. (1950). Termodinamicheskiye raboty [Thermodynamic work]. – Moscow; Leningrad: Gostekhiizdat, 492.

3. Morosuk, T. (2003). Porous media for fouling problems in heat exchangers of refrigeration machines and heat pumps, on current issues on heat and mass transfer in porous media: Proceeding on the NATO Advanced Study Institute on Porous Media, 19–20 June 2003, Neptune Romania, 406–416.
4. Lykov, A. V. (1967). Teoriya teploprovodnosti [The theory of heat conduction]. – Moscow: Vysshshk., 600.
5. Bekman, G. (1987). Teplovoye akkumulirovaniye energii [Thermal energy storage]. Moscow: Mir, 272.
6. Prigozhin, I., Kondepudi, D. (2002). Sovremennaya termodinamika. Ot teplovykh dvigateley do dissipativnykh struktur [Modern thermodynamics. From Heat Engines to Dissipative Structures]. Moscow: Mir, 461.
7. A. Bejan. Entropy generation minimization in heat transfer (1995). In: E. Scubba. M. Moran (Eds) second Law Analysis of Energy systems: toward the 21<sup>st</sup> century. Proceedings of International Conferences ROMA, 363–372.
8. Lage, J. L., Narasimhan, A. (2000). Porous media enhanced forced convection fundamentals and applications, in K. Vafai, H. A. Hadim (Eds), Handbook of Porous Media, Marcel Dekker, New York.

## ТЕПЛОМАСООБМІН У ПОРАХ АДСОРБЦІЙНИХ ТЕРМОТРАНСФОРМАТОРІВ

**Б. Х. Драганов,  
Ю. Ф. Снешкін**

***Анотація.** Проаналізовано основні характеристики гетерогенних систем і процесу адсорбції. Наведено моделювання теплообміну в пористих середовищах. Визначено виробництво ентропії аналізованих явищ.*

***Ключові слова:** адсорбція, пористе середовище, абсорбційний тепловий насос, правило фаз за Гіббсом, рівняння Гіббса-Дюгема, перетворення Ханкеля і Лапласа, функція Бесселя, виробництво ентропії*

## HEAT AND MASS TRANSFER IN THE PORES ADSORPTION THERMOTRANSFORMERS

**B. Draganov,  
Y. Sneshkin**

***Abstract.** The main characteristics of heterogenous and adsorption process are analyzed. An modeling heat transfer in porous media are shows. The production of analyzed phenomena entropy are defined.*

***Keywords:** adsorption, porous media, absorption heat pump, phase rule on Gibbs, Gibbs-Duhem equation, Laplace and Hankel on radial transformation, Bessel function, production of entropy*